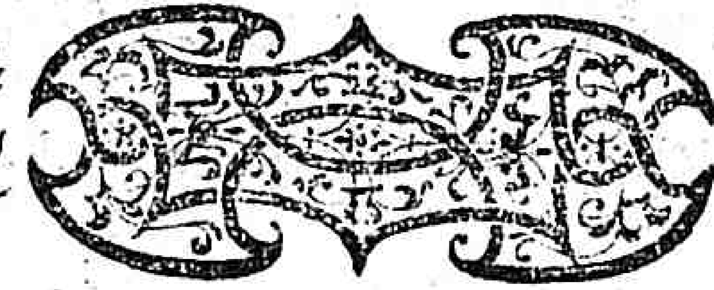
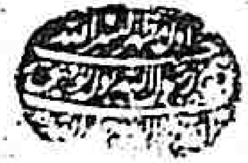
هذا الكتاب اصلاح اوقليدس للابهري كما نقل عنه العلامة قاضي زاده الرومي في شرح اشكال التاسيس
وليس تحرير اصول اوقليدس لنصير الدين الطوسي وهو غير هذا الكتاب وهذا الكتاب اطول منه

تم ٥٦

من الواثق بنعم الله
علي ابي عبد الله
ولي الدين جار الله
١١٤٢

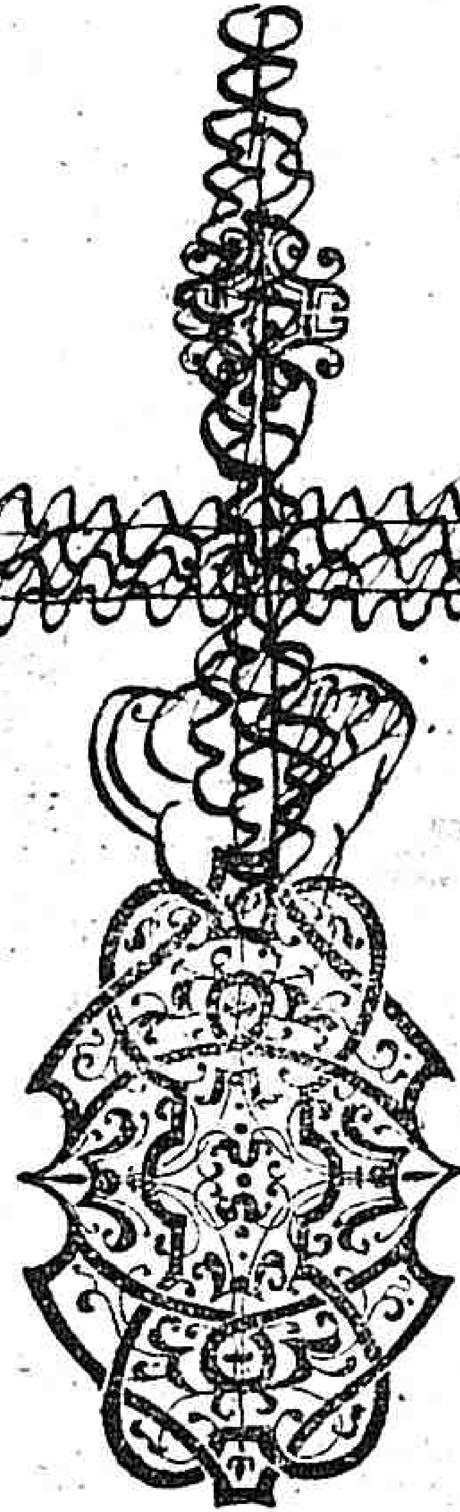






كتاب تحرير اصول لاوقليدس

من تاليف خوجه نصير الدين الطوسي





١٤٥٧



وبه نثق ونستعين.

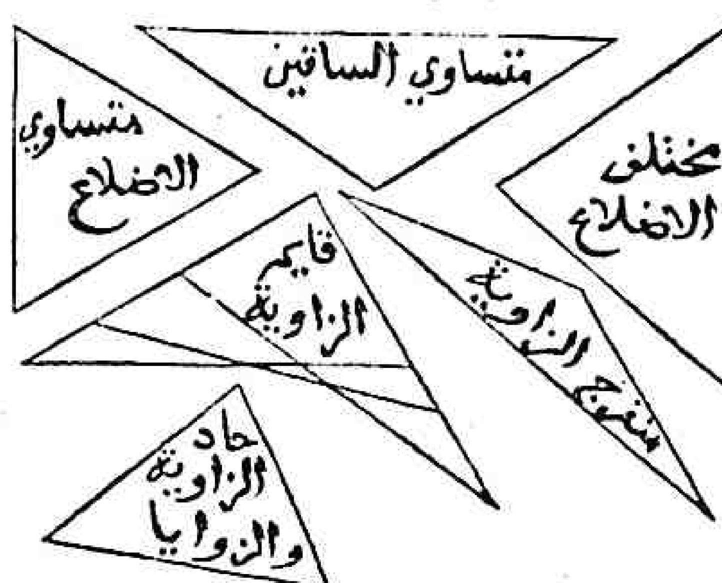
وبعد فان العلوم الرياضية التي هي واسطة عقد الحكمة النظرية تنقسم الي اربعه اقسام الهندسة والارثماطيقي والموسيقي والمجسطي وهو غايتها وكان كتاب الاصول الذي يقال له الاستقص لتحليل ساير العلوم الرياضية اليه في سالف الايام مرتبا علي خمس عشرة مقاله فمال بعض ملوك اليونان الي حله فاستعصي عليه فاخذ يتنسم اخبار الكتاب من كل وارد من اهل العلم عليه فاشار بعضهم الي رجل في بلد الصور يقال له اقليدس انه مبرز في علمي الهندسه والحساب فطلبه الملك وامره بتهذيب الكتاب وترتيبه فهذبه ورتبه علي ثلث عشرة مقاله واشتهر الكتاب باسمه وحذف المقالتين الاخيرتين لان مسايلها كانت من المقدمات التي يتوقف عليها براهين نسب المجسمات المذكورة في المقالة الثالثة عشر وكيفيه رسم الاشكال المذكورة فيها بعضها في بعض وكانت كلها تستبين منا ومن غيرها ومن المقالات المقدمه عليها وكان الكتاب موضوعا لان يوضع فيه الاصول دون الفروع اذ هي غير متناهيه ولذلك عدت قضايا لم تتبين الا في هذا العلم من الاصول الموضوعه لما كانت ظاهرة البيان من مسايل الكتاب ثم نشا بعد زمان بعسقلان رجل يقال له انسقلاوس برز في العلوم الرياضيه والحق المقالتين بالكتاب بعد تهذيبهما فصار الكتاب بهما خمس عشرة مقالة ثم نقل الي العربية مرتبا علي خمس عشرة مقالة واشتهر من النسخ المنقولة نسختان بين علما هذه الصناعة احديهما هي التي اصلحها ثابت بن قره الحراني والاخري هي التي نقلها واصلحها حجاج بن مطر ثم اخذ في تهذيب الكتاب جماعة كثيره من المتاخرين طلبا للايجاز والايضاح فحذف بعضهم دعاوي اشكال الكتاب وقنع بالمثال وبعضهم حذف بعض مسايله اعتقادا منه بانه معلوم من باقي الكتاب وبعضهم جمع اشكالا عدة في شكل واحد وبعضهم استخرج من القوة الي الفعل بعض ما اهمله اقليدس

اقليدس مما يتوقف عليه براهين اشكال الكتاب اعتمادا علي اذهان من يحاول حله ومراعاة لطريقته في هذا الكتاب وبعضهم مع ذلك اشار الي عدد الاشكال المتقدمه مما يتوقف عليه براهين الاشكال المتاخره بالرقوم من حروف ابجد فجعل بعضهم الحروف في متن الكتاب وبعضهم كتبها علي الحواشي وفي اثنا السطور فلما تداولته الايدي صحفت الحروف التي كانت في المتن وتركت التي كانت علي الحواشي وفي اثنا السطور وكان الكتاب من الكتب المحتاجة الي التفسير والايضاح ليسهل بذلك علي الطلبه الانتفاع به ثم اني لما تاملت فيما حكيته قوي عزمي علي ان ارتب الكتاب علي ثلث عشرة مقالة كما فعله اقليدس واسلك فيه طريقة جامعة بين المتن والشرح واستخرج جميع ما هو بالقوة الي الفعل مما يتوقف عليه براهين اشكاله وافصل مقدماتها بعضها عن البعض علي ترتيب صناعي وانبه علي اختلاف وقوع كل شكل له اختلاف وقوع وعلي الاستبانة ان كانت واميز عنها مسايل المقالتين الاخرتين بالاشارة اليها واحيل علي كل شكل يقع مقدمة لبراهين بعض اشكال الكتاب بالكتابه لا بالرقوم واذكر عدده فقط ان كانت المقدمه والنتيجه من مقالة واحدة وعدد المقالة مع ذلك ان كانتا من مقالتين واكرر شكلا واحدا مرارا كثيرة في مسئلة واحدة اذا وقع الاحتياج اليه ليكون الكتاب بذلك كاملا في نصابه وجامعا لمقاصد طلابه واسئل الله تعا في جميع ذلك العصمة عن الغوايه في الروايه والصون عن طغيان العلم في الكتابه انه علي كل ذلك قدير وبالاجابة جدير وها انا شرعت فيما حكيته

المقالة الاولي وهي في سبعة واربعون شكلا

لكل علم موضوع ومباد ومسايل وموضوع كل علم ما يبحث فيه عن اعراضه الذاتية وهي المحمولات التي يلحق الشي لذاته او لجزوه او لما يساويه من المحمولات الخارجه عنه والمبادي اما حدود موضوعاته او قضايا هي مقدمات براهين مسايله اما مبنيه في ذلك العلم من غير ان يستلزم الدور او في علم اخر ويقدم في اوايل الكتب مجردة عن البراهين وقد يقدم معها لا علي انها من براهين ذلك العلم ويسمي مصادرات واصولا موضوعه واما مبنيه بذواتها ويسمي علوما متعارفه والمسايل هي قضايا يبرهن فيه علي اثبات محمولاتها لموضوعاتها او سلبها عنها ۞ وموضوع هذا العلم الكم المتصل والمنفصل من حيث يعرض لجزياتهما بعضها الي بعض نسب واضافة ۞ واما الحدود ۞ النقطة شي ما ذو وضع لا ينقسم في الخارج والمعني بالوضع كون الشي قابلا للاشارة الحسيه ۞ والخط عظم له

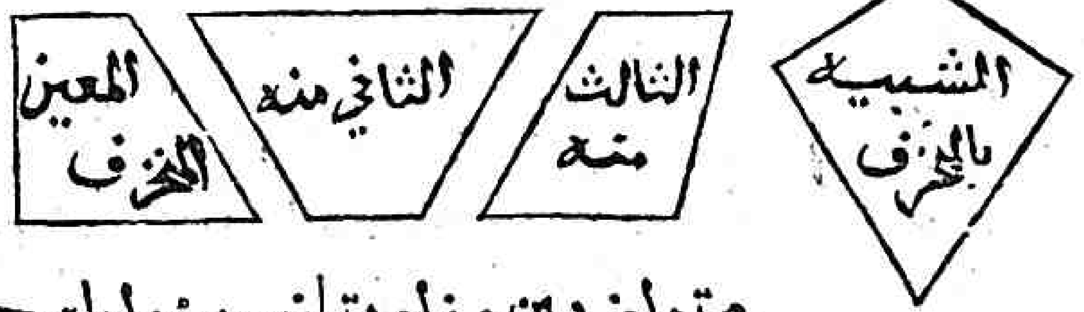
بالاستبانه فالجز يساوي كله هذا خلف وذلك ما اردنا ان نبين ۞



واول الاشكال المستقيمة الخطوط المثلث وهو ما يحيط به ثلثة خطوط مستقيمة ۞ ثم ذو الاربعة الاضلاع وهو الذي يحيط به اربعة خطوط مستقيمة ۞ ثم ذو الاضلاع الخمسة ويقال له المخمس ثم المسدس ثم المسبع وهلم جرا ۞ اما المثلث فينقسم الي ستة اقسام بحسب الاضلاع والزوايا اما بحسب الاضلاع ۞ فان كانت اضلاعه متساويه يسمي متساوي الاضلاع ۞ وان كان اثنان منها فقط متساويين يسمي متساوي الساقين ۞ والا يسمي مختلف الاضلاع واما بحسب الزوايا يسمي قايم الزاوية ان كانت زاوية من زواياه فقط قايمة ۞ ويسمي منفرجة الزاوية ان كانت زاوية من زواياه فقط منفرجة ۞ ويسمي حاد الزوايا ان كانت كل واحدة من زواياه حادة ۞ واما ذو الاربعة الاضلاع فينقسم الي قسمين احدهما ان كل متقابلين من اضلاعه متوازيين والثاني ان لا يكون كذلك ۞ اما القسم الاول فمنه المربع وهو الذي كل واحد من زواياه قايمة وجميع اضلاعه متساوية ۞ ومنه المستطيل وهو كل شكل ذي اربعة اضلاع كل من زواياه قايمة وكل ضلعين من اضلاعه المتقابلين متساويان ۞ ومنه المعين وهو كل شكل ذي اربعة اضلاع متساوية وليست زاوية من زواياه قايمة وكل متقابلين من اضلاعه متساويان وكل من زواياه المتقابلة متساوية ۞ ومنه الشبيه بالمعين وهو كل شكل ذي اربعة اضلاع كل متقابلين منها متساويان وليست زاوية من زواياه قايمة والمتقابلتين منها متساويتان وهذه صورتها ۞



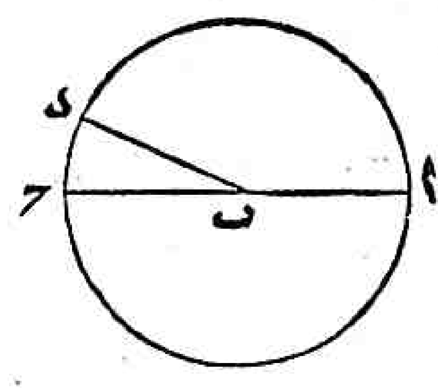
واما القسم الثاني فينقسم الي قسمين احدهما ان يكون ضلعان من اضلاعه المتقابله متوازيين والضلعان الباقيان متلاقيان بالقوة ۞ والثاني ان لا يوجد ضلعان من اضلاعه متوازيين اما الاول فهو المعين ويقال له المنحرف وهو علي ثلثة اقسام احدها ان يكون ضلعان من اضلاعه متوازيين وضلعان غير متوازيين وزاويتان من زواياه قايمتان وزاوية منفرجة والاخري حادة ۞ والثاني ان يكون ضلعان من اضلاعه متوازيين وزاويتان من زواياه حادتان متساويتان والباقيتان



والباقيتان منفرجتان متساويتان ۞ والثالث ان يكون ضلعان من اضلاعه متوازيين والباقيين غير متوازيين وزاويتان من زواياه منفرجتان مختلفتان والباقيتان حادتان مختلفتان وهذه صورتها ۞ واما الثاني فيسمي الشبيه بالمنحرف وهذه صورته ۞

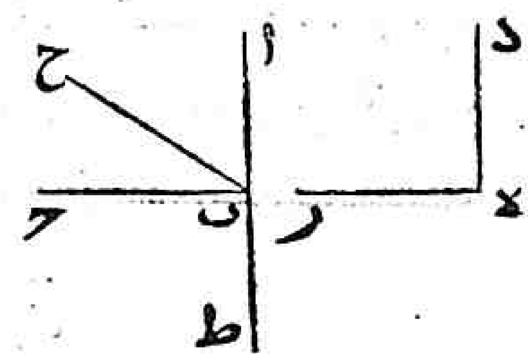
الاصول الموضوعة

واما الاصول الموضوعة فقد تبين في العلم الالهي ان كل واحد من النقطة والخط المستقيم والمستدير والسطح المستوي والمستدير موجود لاستلزام وجود الكرة المتحركه اياها وهو محدد الجهات وجودها ۞ والفصل المشترك من كل خطين نقطة لانها نهاية كل منهما ۞ وبين كل سطحين خط لانها نهاية كل منهما ۞ لنا ان نفرض علي كل خط وسطح كان نقطة لانه منتهي الاشارة الحسيه ۞ ولنا ان نصل بين كل نقطتين بخط مستقيم كان او غيره ۞ كل نقطتين لنا ان نفرض بينهما نقطا علي سمتهما ونفرض ان ينطبق علي احد النقطتين نقطة ونسيرها الي النقطة الاخري بحيث تجتاز علي النقطة المفروضة عليهما مسامته اياهما في جميع زمان حركتها الي ان تنتهي الي النقطة الاخري فسير كل نقطة خط مستقيم لانه طول ولا عرض له والنقطة التي تفرض عليه بعضها علي مقابلة بعض ۞ واستبان منه ان لنا ان نفرض خطا مارا باي نقطة تفرض ولا يمكن ان يتصل خطان مستقيمان بخط مستقيم في جهة واحدة من احدي نهايتيه كل منهما علي استقامته بحيث يكون كل واحد معه خطا مستقيما والا فليكن الخط المستقيم اب والمتصل به علي استقامته خط بح ونرسم علي نقطة ب وببعد اقصر خط من الخطوط اب بح بد دايرة احد وكل واحد من خطي ابح ابد خط مستقيم مار بمركز الدايرة منته في جهتيه الي المحيط وكل منهما قطر دايرة احد فللدايرة واحدة نصفان احدهما اعظم من الاخر هذا خلف وذلك ما اردنا ان نبين ۞



لنا ان نخرج خطا مستقيما ذا نهاية علي استقامته الي اي حد شينا في جهتيه لانا لو فرضنا نقطة علي الخط كانت مع نقطة النهايه علي سمت واحد ثم نفرض نقطا كم شينا علي سمت النقطتين المفروضتين ونفرض انطباق نقطة علي النقطة المفروضة اولا ونسيرها بحيث تجتاز علي النقطة المفروضة فسيرها خط مستقيم والخطوط المستقيمة والسطوح المستوية ينطبق كل علي مثله كل زاوية قايمة مستقيمة الخطين فهي متساوية لكل زاوية قايمة مستقيمة الخطين غيرها ليكن كل من زاويتي ابح دهز قايمة ونفرض انطباق ه علي نقطة ب بحيث ينطبق

خط ده علي خط اب فان انطبق خط هز علي خط بج فقد حق الخبر والا فليقع فيما بين خطي اب بج كخط بح ونخرج اب علي استقامته في جهة ب الي نقطة ط فلان خط بج المستقيم وقع علي خط ابط وزاوية ابج قايمة فزاويه جبط ايضا قايمة اذ لا ميل لخط بج الي احدي جهتي اط



ولان خط بح وقع علي خط اط وحدث عن احدي جانبيه زاوية ابح القايمة فلا ميل له الي احد جهتي ا ط والا لكانت زاوية ابح حادة او منفرجة وهي قايمة هذا خلف فزاويه ابح تساوي زاوية حبط لكن زاوية ابح اصغر من زاوية ابج فهي اصغر من زاوية جبط المساوية لزاوية ابج فزاوية حبط المساوية لزاوية ابح اصغر من زاوية جبط فيصير كل الشي اصغر من جزءه هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞ كل واحد من المقادير يزاد بازدياد اجزاءيه فلو كانت اجزاء مقدار واحد غير متناهيه العدد وهي متساوية المقدار فذلك المقدار غير متناه فلا شي من المقادير المتناهية يمكن ان ينقسم الي اقسام متساوية المقدار غير متناهية العدد فكل مقدارين محدودين من جنس واحد مختلفين بالعظم والصغر فالعظيم اما مثل الصغير ومثل فضلة هي اصغر من الصغير واما ضعف الصغير او ضعفه مع فضلة هي اصغر من الصغير واما اضعاف الصغير او اضعافه مع فضلة هي اصغر من الصغير وكل مقدارين محدودين مختلفين بالعظم والصغر فالصغير يصير اعظم من العظيم بالتضعيف مرة بعد اخري والا لامكن جود مقدار محدود ان ينقسم الي اجزاء متساوية المقدار غير متناهية العدد وذلك محال لما مر ۞ كل خطين مستقيمين وقع عليهما خط مستقيم وصير الزاويتين الداخلتين في جهة واحدة من الخط اقل من قايمتين فان الخطين اذا اخرجا في تلك الجهة الي غير النهاية فهما يتلاقيان ۞ وهذه القضيه ليست من العلوم المتعارفة بل هي من القضايا التي تحتاج الي اقامة البرهان علي صحتها ببعض مسايل الكتاب من غير دور وقد استنبطت لاثباتها برهانا اذكره في موضع يليق ايراده به ان شا الله تعا ۞

العلوم المتعارفه

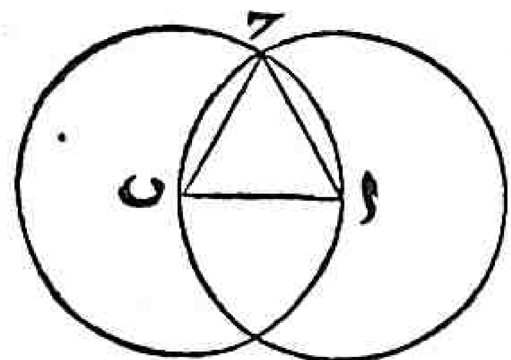
واما العلوم المتعارفه ۞ الاشياء المساوية لشي واحد متساوية ۞ واذا زيد علي المتساوية حصلت متساوية ۞ واذا نقص من المتساوية متساوية بقيت متساوية ۞ واذا زيدت علي غير المتساوية او نقص عنه المتساوية حصلت او بقيت غير متساوية ۞ الاشياء التي هي اضعاف بعدة

بعدة واحدة لشي بعينه او اجزاء له بعدة واحدة فهي متساوية ۞ والاشياء التي لا يتصل بعضها بالتطبيق علي بعض مع اتحاد احد اطرافها فهي متساوية ۞ والكل اعظم من جزءه ۞ الاشكال

ا

لنا ان نعمل علي اي خط مستقيم محدود مفروض مثلثا متساوي الاضلاع

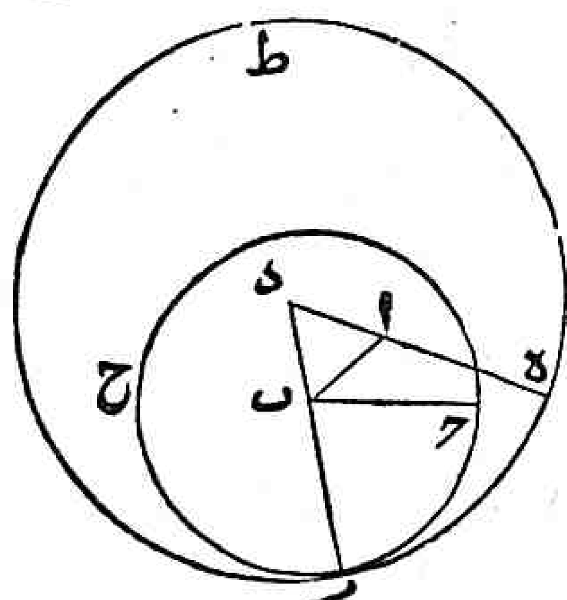
فليكن الخط اب فنرسم علي نقطة ا وببعد اب دايرة بج وعلي نقطة ب وببعد ب ا دايرة اج فليقطع محيط احدهما محيط الاخري والا لوقع مركز دايرة اج مثلا علي محيطها او خارجا عنه هذا خلف فليكن الفصل المشترك نقطة ج ونصل بينها وبين كل واحد من نقطتي ا ب بخط مستقيم

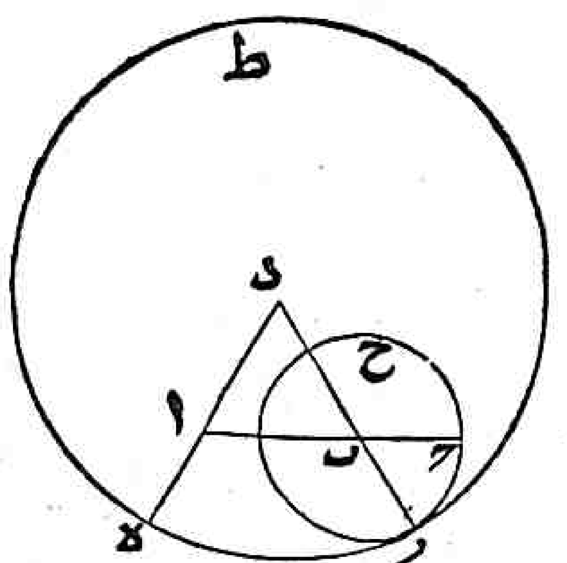


فاقول ان مثلث ابج متساوي الاضلاع برهانه فلان الخطوط المستقيمة الخارجة من المركز الي المحيط متساوية فخطا اج بج يساويان خط اب لان الاشياء المساوية لشي واحد متساوية فاضلاع مثلث ابج متساوية وذلك ما اردنا ان نبين ۞

ب

لنا ان نضيف الي اي نقطة مفروضة كانت خطا مستقيما مساويا لخط مستقيم محدود من شرط كونهما في سطح واحد

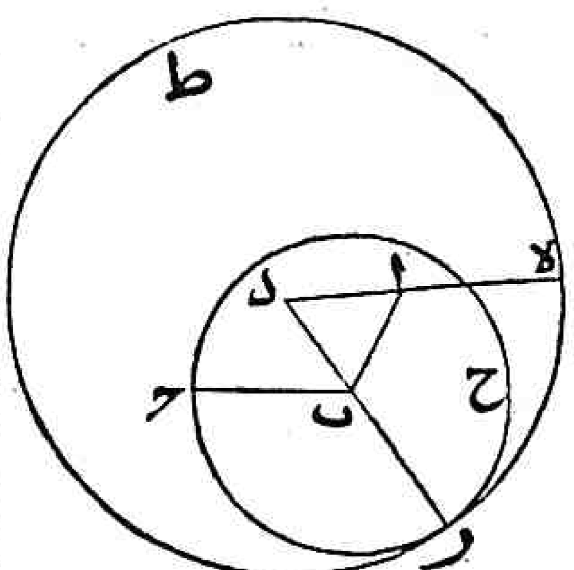


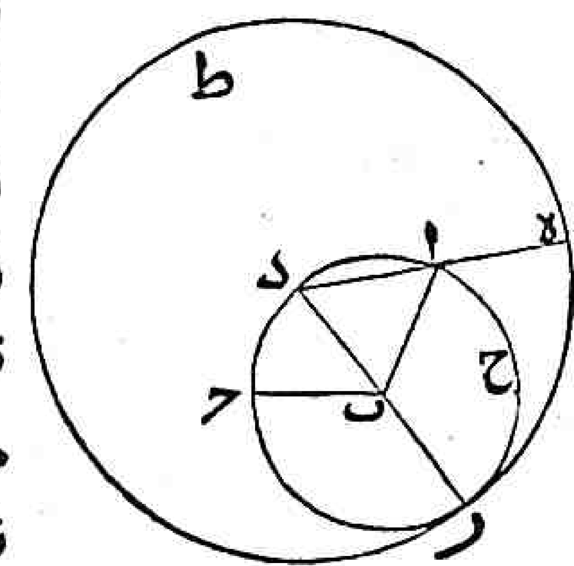


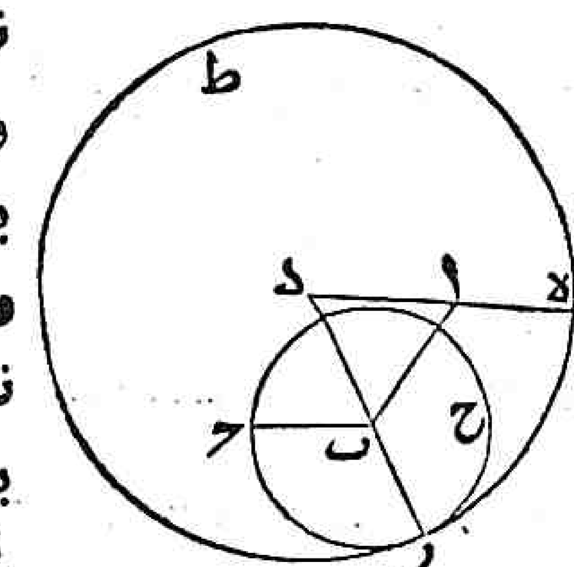
ليكن النقطة ا والخط بج فنصل بين نقطتي ا ب بخط مستقيم ونرسم عليه مثلثا متساوي الاضلاع وهو ادب بالشكل المتقدم ونخرج ضلعي دا دب في جهتي ا ب علي استقامتهما الي غير النهايه ونرسم علي ب وببعد بج دايرة جزح فيقطع لا محاله ضلع دب المخرج علي نقطة وليكن نقطة ز ضلع دز المخرج من نقطة ز ونرسم علي نقطة د وببعد دز دايرة زهط فهي تقطع ضلع اد المخرج علي نقطة وليكن النقطة ه فاقول ان خط اه يساوي بج برهانه

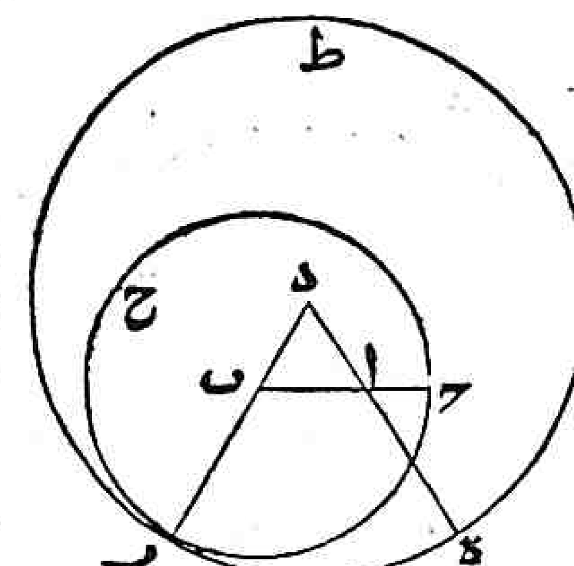
فلان ب مركز دايرة جرح فخط بج كخط بر ولان د مركز دايرة رهط فخط ده كخط در فاذا القينا منهما خطي دا دب المتساويين كل من نظيره يبقي خط اه كخط بر وكان بج كخط بر فخط اه كخط بج وذلك ما اردنا ان نبـــــين

ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان نقطة ا اما ان تقع مباينه لبج او غير مباينه والمباينه اما غير مسامته لبج او مسامته له وغير المباينه اما علي الخط او علي طرفه فعلي تقديري الاول والثاني خط اب ان كان اصغر من خط بج فمحيط الدايرة رحج يجوز نقطة ا كما مثلنا وان كان مساويا له فيمر علي نقطة ا وان كان اعظم منه فيقطع خط اب وعلي تقدير الثالث فلا يحتاج الي ان نصل بين نقطي ا ب بخط مستقيم والعمل والبرهان في الكل واحد وعلي التقدير الرابع نرسم علي نقطة ا وببعد اج دايرة جر ونصل بين نقطي ا ب و ر بخط مستقيم فهو مساو لخط بج وهذه صورتهـــــا ۞









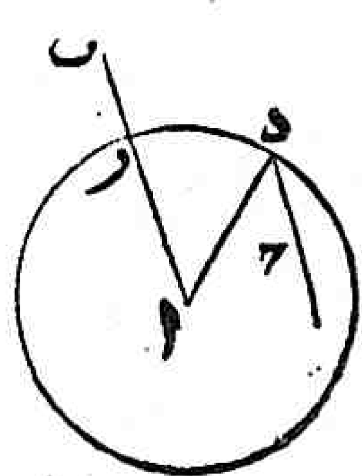
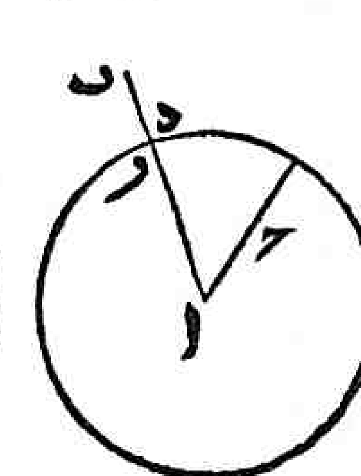
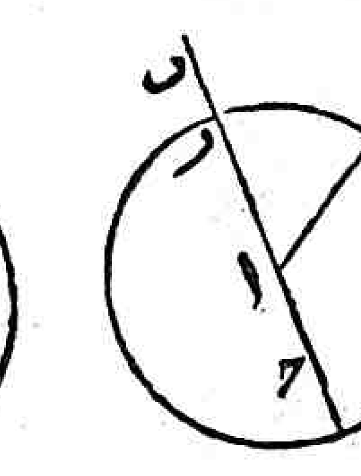
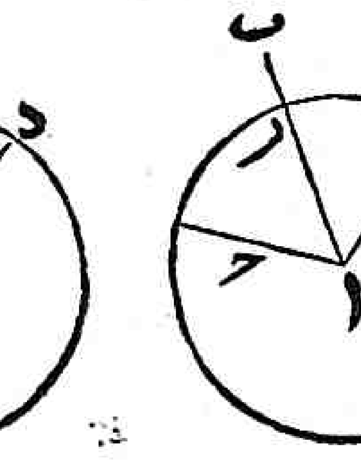
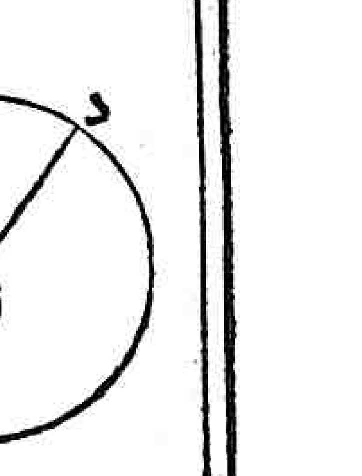
ج

كل خطين مستقيمين مختلفين في الطول فلنا ان نفصل من اطولهما مثل اقصرهـــا

وليكن الاطول اب والاقصر ج فنضيف الي نقطة ا خط اد يساوي خط ج بالشكل المتقدم ونرسم علي نقطة ا وببعد اد دايرة رد فيقطع محيطها خط اب علي نقطة وليكن نقطة ر فيمر محيطها علي خط اب فليمر علي نقطة ر فاقول ان خط ار كخط ج برهانه فلان ا مركز دايرة

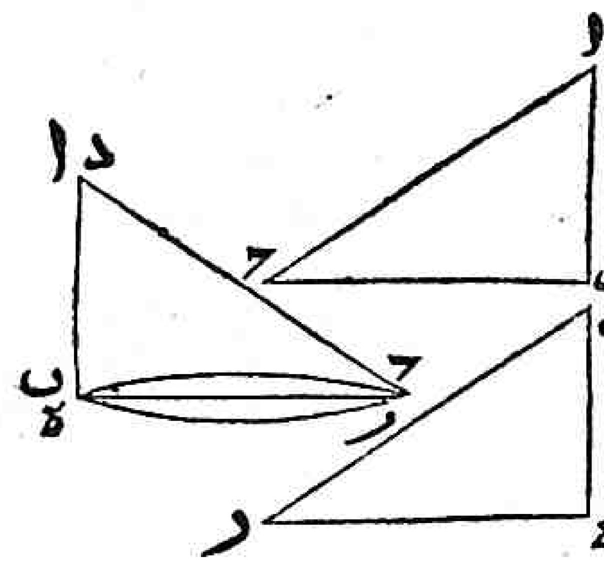
دايرة رد فخط ار كخط اد وكان خط ج كخط اد فخط ار كخط ج وذلك ما اردنا ان نبـــــين ۞

ولهذا الشكل اختلاف وقوع لان من الجايران ينطبق خط اد علي خط اب الا ان البرهـــان واحـــد ولوضوحه لم نورد له شـــــكلا ۞

د

كل مثلثين تساوي ضلعان وزاوية بينهما ضلعين وزاوية بينهما من الاخري كل لنظيره فالضلعين الباقيين والزوايا الباقية المتناظرة متساوية والمثلث كالمثلث

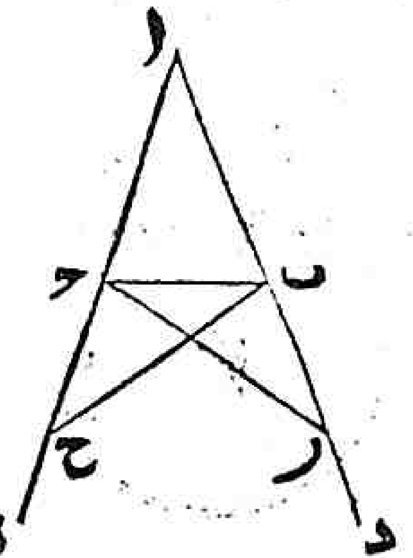


وليكن ضلعا اب اج وزاوية باج من مثلث ابج يساوي ضلعي ده در و زاوية هدر من مثلث دهر كل لنظيره فاقول ان ضلع بج كضلع هر وزاوية ابج كزاوية دهر وزاوية اجب كزاوية دره ومثلث ابج كمثلث دهر برهانه فلانا اذا ركبنا مثلث ابج علي مثلث دهر بحيث يماس بحيث يقع نقطة ب علي نقطة ه وضلع اب علي ضلع ده فيقع نقطة ا علي نقطة د لتساوي ضلعي اب ده فينطبق ضلع اج علي ضلع در لتساوي زاويـــة باج هدر وتقع نقطة ج علي نقطة ر لتساوي اج در فينطبق بج علي هر والا لوقع داخل المثلث او خارجه وايا ما كان يلزم احاطة خطين مستقيمين بسطح هذا خلف فاضلاع مثلث ابج وزواياه انطبقت علي اضلاع مثلث دهر وزواياه كل علي نظيره فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبـــــين ۞

ه

كل زاويتين فوق القاعدة من كل مثلث

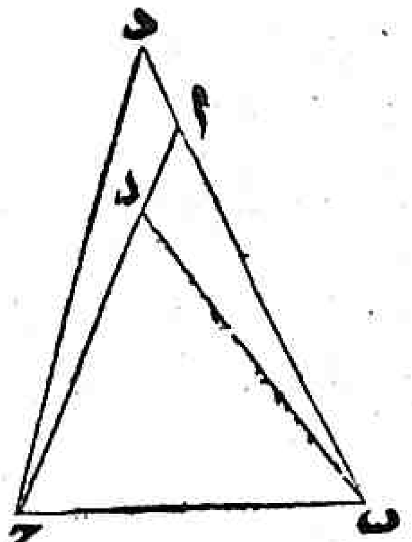
متساوي الساقين متساويتان وكذلك اللتان تحدثان تحتها ان اخرج الساقان علي استقامتهما في جهة القاعـــــــــدة



فليكن المثلث ابح متساوي ساقي اب اح واخرج في جهة القاعدة اب الي د و اح الي ه بغير نهايه فاقول ان زاويتي ابح احب متساويتـــان وكذلك زاويتا حبد بحه برهـــانه نرسم علي خط بد نقطة ز كيف ما اتفق ونفصل من اه اح كخط از بالشكل الثالث ونصل بح حز بخطين مستقيمين فلان ضلعي از اح من مثلث احز يساويان ضلعي اح اب من مثلث ابح كل لنظيره وزاوية باح مشتركة بين المثلثين فبالشكل الرابع قاعدة حز كقاعدة بح وزاوية ابح كزاوية احز وزاوية ازح كزاوية احب فاذا القينا اب اح المتساويين من از اح المتساويين يبقي بز متســـاو لحح ولان ضلعي زب زح وزاوية بزح من مثلث زبح يســـاوي ضلعي حح حب وزاوية ححب من مثلث ححب فبالشكل المتقدم زوايا مثلث بحز تساوي زوايا مثلث حبح كل لنظيره فاذا القينا زاويتي حبح بحز المتساويتين من زاويتي ابح احز المتساويين يبقي زاويـــة ابح متساوية لزاوية احب وكانت زاوية حبز كزاويـــة بحح فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞ وهذا الشكل يلقب بالمامـــوني ۞

و

كل مثلث تساوت الزاويتان اللتان فـــوق القاعدة منه فوتراهما متساويـــان

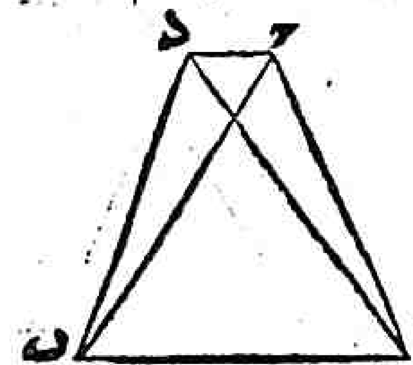


وليكن زاويتا ابح احب متساويتين فاقول ان ضلع اب كضلع اح برهـــانه والا لكان احدهما اعظم من الاخر فليكن الاعظم اح نفصل منه دح كضلع اب بالشكل الثالث ونصل دب بخط مستقيم فلان ضلع با من مثلث ابح كضلع دح من مثلث دحب وضلع بح مشترك بينهما وزاوية ابح كزاويـــة دحب فبالشكل الرابع مثلث ابح يساوي مثلث دحب فالكل يساوي جزءه هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبيـــن ۞ واذا اخرجنا

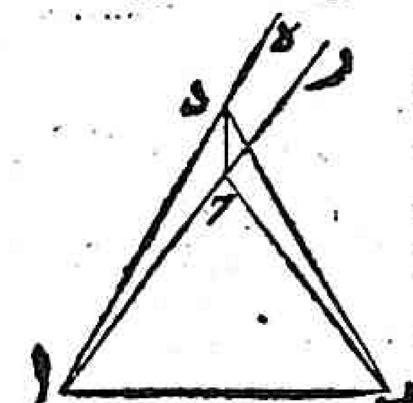
اخرجنا اب علي استقامته في جهة ا الي غير النهاية وفصلنا منه بد مساويا لخط اح بالشكل الثالث ووصلنا بين نقطتي د ح بخط مستقيم ينتظم عليه البرهـــان المذكـــــــــــــــور ۞

ز

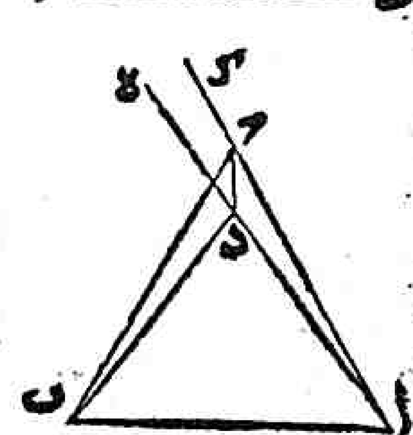
كل خطين مستقيمين خرجا من طرف خط مستقيم وتلاقيا علي نقطة في احدي جهتيه فلا يمكن ان يخرج من تينك النقطتين خطان اخران مستقيمان في تلك الجهة بعينها يساوي كل منهما نظيره من الخطين الاولين ويتلاقيـــان علي غير ملتقي الخطين الاولـــــــين



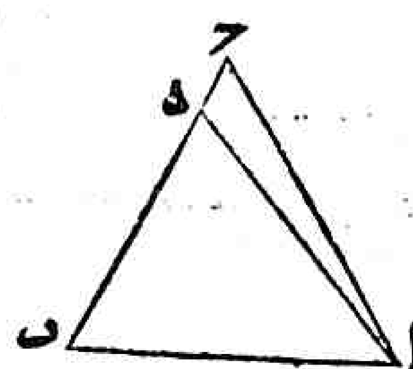
فلنخرج من نقطتي ا ب علي خط اب المستقيم خطا اح بح المستقيمان الملتقيان علي نقطة ح وخرج من نقطتي ا ب ايضا في جهة ح خطا اد بد خطا اي كخط اح و بد كخط حب فاقول ان خطي اد بد لا يمكن ان يلتقيا علي غير نقطة ح برهانه فان امكن ذلك فيلتقيا علي نقطة د ونصل بين د ح بخط مســــتقيم فلتساوي ضلعي اح اد تساوي زاوية دحا التي هي اعظم من زاوية دحب زاوية حدا بالشكل الخامس فزاوية حدا اعظم من زاوية دحب وايضا فلتساوي ضلعي بح بد تساوي زاوية دحب التي هي اصغر من زاويـــة حدا زاوية حدب بالشكل الخامس فزاوية حدب اصغر من زاويـــة حدا وهي اعظم منها هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞



ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان نقطة د اما ان تقع خارج مثلث ابح ويقطع احد ضلعي دا دب احد ضلعي حا حب اولا واما ان تقع داخل مثلث ابح واما ان تقع علي احد ضلعي حا حب اما الاول فقـــد بينا استحالته واما الثاني فنخرج فيه خطي اد اح علي استقامتهما في جهة د الي نقطتي ز ه واما في الثالث فالي نقطتي ا ه ونصل بين نقطتي ح د بخط مستقيم فلان في الثاني زاويتـــا بحد بدح من مثلث بحد متساويتـــان بالشكل الخامس وزاويتـــا زحد هدح



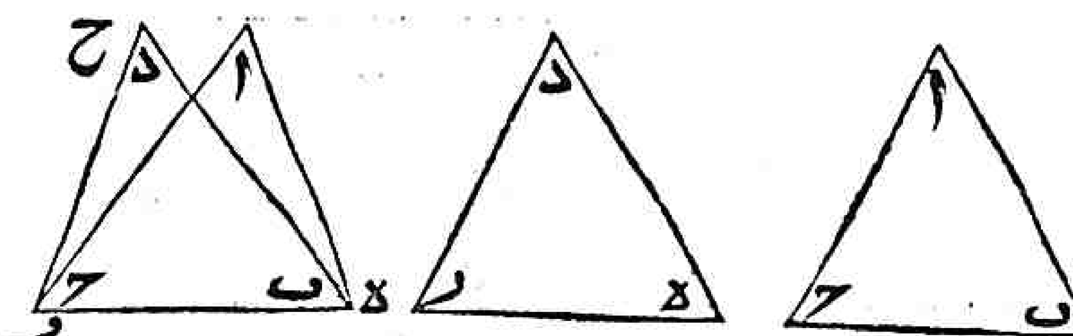
متساويتان بالشكل الخامس ايضا فيكون زاوية رحد المساوية لزاوية ەدح التي هي اعظم من زاوية بدح المساوية لزاوية بحد اعظم من زاوية بدح وهي اصغر منها هذا خلف ولمثله تبين الخلف في الثالث واما الرابع فليقع نقطة د علي خط بح قبل اخراجه او بعده فيكون احد الخطين المتساويين اعظم او اصغر من الاخر هذا خلف ۞



ح

كل مثلثين تساوت اضلاعهما المتناظرة فهما متساويان وزواياهما المتناظرة متساوية

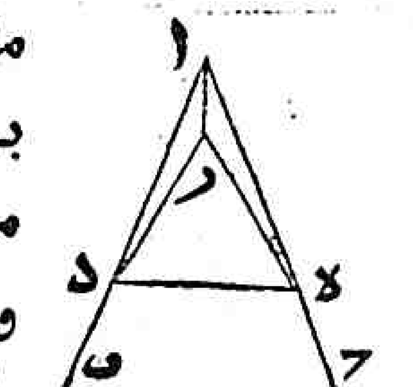
ليكن اضلاع اب اح بح من مثلث ابح تساوي اضلاع ده در ەر من مثلث دەر كل لنظيره فاقول ان المثلثين متساويان وان زوايا ابح احب باح كزوايا دەر ردە ەدر متساوية علي التناظر برهانه فلانا اذا ركبنا مثلث ابح علي مثلث دەر بحيث ينطبق ضلع بح علي ضلع ەر ونقطتا ب ح علي نقطتي ە ر فلا بد وان يقع نقطة ا علي نقطة د والا فليقع علي نقطه اخري كنقطة ح مثلا فيلزم خروج خطي ەد رد المستقيمين في جهة د من نقطتي ە ر مع خروج حە حر المستقيمين من تينك المساويين لهما في تلك الجهة لعينها مع اختلاف المبلغي هذا خلف بالشكل المتقدم فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞



ط

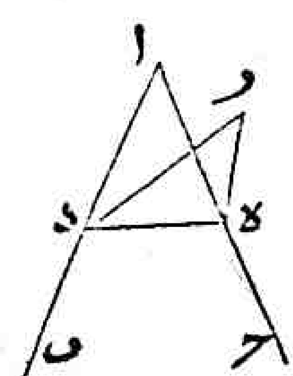
لنا ان ننصف كل زاوية مستقيمة الخطين

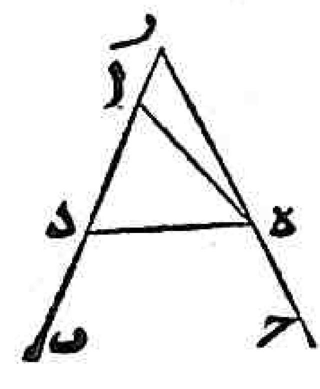
وليكن زاوية باح مستقيمة الخطين فاقول لنا ان ننصفها برهانه نرسم علي ضلع اب نقطة كيف اتفق وليكن د ونفصل من ضلع اح اە كاد بالشكل الثالث ونصل بين نقطتي د ە بخط مستقيم ونرسم علي دە مثلث دەر متساوي الاضلاع بالشكل الاول ونصل بين نقطتي ا ر بخط مستقيم فلان ضلعي اە ەر من مثلث اەر يساويان ضلعي اد در من مثلث ادر وضلع ار مشترك بينهما فزاويتا دار ەار متساويتان بالشكل المتقدم فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

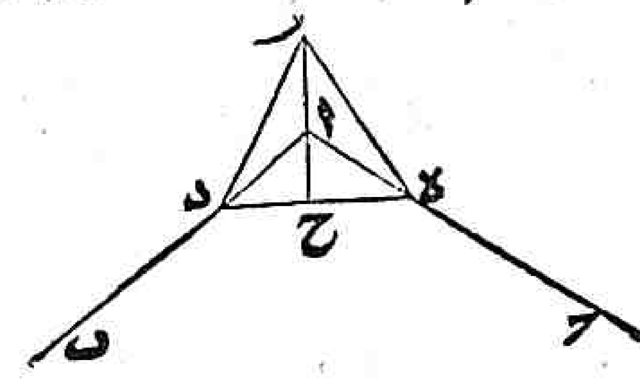


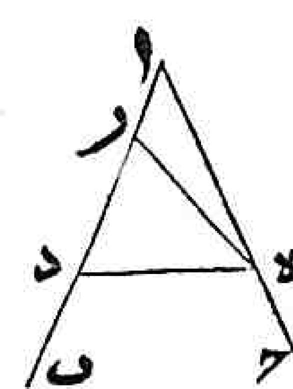
ولهذا

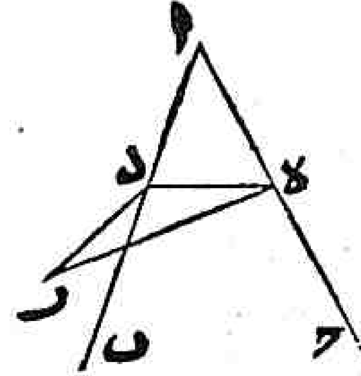
ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان نقطة ر اما ان تقع في جهة مثلث ادە من خط دە او في مقابلها فعلي تقدير القسم الاول اما ان يقع نقطة ر داخل مثلث ادە او خارجه مع قطع احد ضلعي در ەر احد ضلعي اد اە او مع انطباق احد ضلعي در ەر علي احد ضلعي اد اە او لا مع قطعه احدهما واما ان يقع علي احد ضلعي اد اە او علي نقطة ا فعلي الاول نصل بين نقطتي ا ر بخط مستقيم ونبين بمثل ما بينا تنصيف زاوية باح وعلي الثاني والثالث يلزم ان يكون احدي زاويتي ردە رەد المتساويتين اعظم من احدي زاويتي ادە اەد المتساويتين والاخري اصغر من الاخري هذا خلف وعلي الرابع نصل بين نقطتي ا ر بخط مستقيم ونخرجه علي استقامته الي ضلع دە فينتهي اليه علي نقطة ح ويبين بالشكل المتقدم ان زاويتي درا ەرا من مثلثي ادر اەر متساويان ثم تبين بالشكل الرابع ان قاعدة ەح من مثلث رحە كقاعدة حد من مثلث رحد ثم تبين بالشكل المتقدم زاوية داح من مثلث ادح كزاوية ەاح وعلي الخامس تبين الخلف بمثل ما بينا في القسم الثاني وعلي السادس يكون نقطة ر علي تقاطع الدايرتين رسمناهما مثلث دطە وليكن نقطة ط علي تقاطعهما الاخر ونصل بينهما وبين كل واحدة من نقطة ر د ە بخط مستقيم ثم تبين بالشكل المتقدم ان زاوية درط من مثلث درط كزاوية ەرط من مثلث رطە واما علي تقدير القسم الثاني فاما ان يقع نقطة ر فيما بين ضلعي اب اح او علي احدهما او خارجه عنهما والاول ببناه والثاني والثالث تبين الخلف فيهما بمثل ما بيناه في القسم الثاني من القسم الاول وهذا صورتها ۞

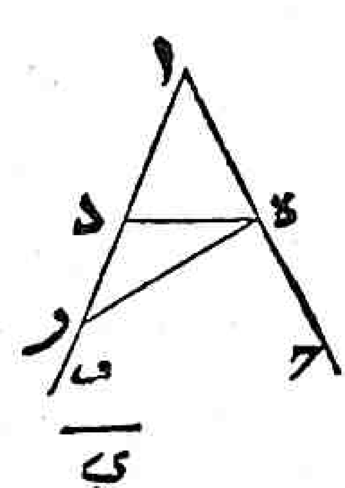


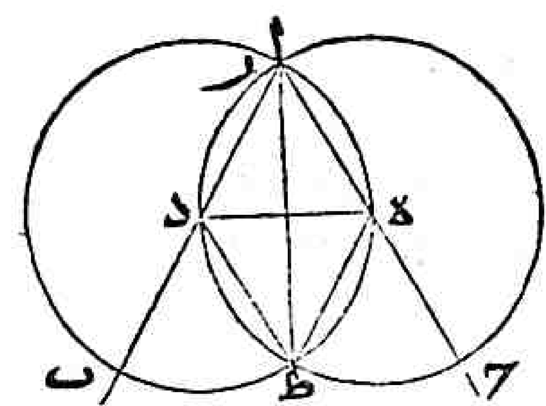












ي

كل خط مستقيم محدود مفروض لنا ان ننصفه

ليكن اب خط مستقيم محدود نرسم عليه مثلث ابح متساوي

الاضلاع بالشكل الاول وننصف زاوية اجب بالشكل المتقدم بخط جد المستقيم ونخرجه الي ان ينتهي الي خط اب فلينته علي نقطة د فاقول ان خطي دا دب متساويان برهــانه فلان ضلعي جا جد وزاوية اجد من مثلث اجد تساوي ضلعي جب جد وزاويــة بجد فبالشكل الرابع قاعدة اد كقاعدة دب وذلك ما اردنا ان نبـــــــين ۞ واســـتبان منه ان متي نصفت زاوية مستقيمة الخطين يحيط بهــا ضلعان متساويان من اي مثلث فان الخط المنصف للزاوية ينصف قاعدتها و هي تنصف قاعدة زاوية مستقيمة الخطين يحيط بها ضلعان متساويان و وصل بين نقطتي الزاوية والقسمه بخط مستقيم فذلك الخط ينصف الزاويـــــة ۞

يا

كل نقطة علي اي خط مستقيم مفروض غير متناه في طرفيه او في احدهما لنــا ان نخرج من تلك النقطة عمودا علي ذلك الخـــــط

لبكن الخط اب والنقطة ج ونرسم علي خط اج نقطة د كيف اتفق ونفصل من خط جب خط جه مثل دج بالشكل الثالث ونرسم علي خــط ده مثلث دره متســاوي الاضلاع بالشكل الاول ونصل جر بخط مستقيم فاقول ان خط جر عمود علي خط اب برهــانه فلان اضلاع مثلثي جدر جهر متساوية علي التناظر فبالشكل الثامن وزاوية دجر كزاوية هجر فخط جر عمود علي خط اب وذلك ما اردنــا ان نبـــــــين ۞ ولنــا ان نبين هذا الشكل بوجه اخر فلان ضلعي در هر متساويان يكون زاويتا جدر جهر متساويين بالشكل الخامس فيكون ضلعا دج در يساويان ضلعي هج هر وزاوية جدر كزاوية جهر فبالشكل الرابع وزاويتا دجر هجر متساويتان فخط جر عمود علي اب ۞ واقول ان كانت قاعدة علي طرف خـــط اب واردنا ان نخرج منها عمودا علي خط اب من غير اخراج خط اب في جهة ا لنــا ذلك فنخرج من نقطة عــلي خط اب عمودا عليه كما مثلنا وليكن هو عمود جر ونخرج من نقطة ما علي عمود جر عمودا عليه كما مثلنا وليكن عمود

عمود حط ونخرجه علي استقامة في جهة ط الي غير النهايه ونفصل منه حط مساويا لخط اج بالشكل الثالث ونصل بين نقطتي ا ط بخــط مستقيم فاقول ان زاوية طاج قايمة والا لكانت حادة او منفرجة فان كانت حادة كان خطا اط جر موضوعان علي التقارب في جهة ح لان زاوية اجر قايمة فيكون خط اج اعظم من عمود حط وهمـا متســاويان هذا خلف وان كانت منفرجة وزاوية اجر قايمة كان خطا اط جر موضوعان علي التباعد في جهة ح فيكون خط اج اصغر من عمــود حط وهما متساويان هذا خلف فزاوية طاج قايمة فاط عمود علي اب وهو المطلوب وهذه صورتـــــــــه ۞

يب

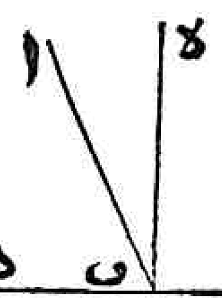
كل نقطة مفروضة علي سطح مفروض فيه خـــط مستقيم غير محدود في طرفيه ولا تكون النقطة علي الخط المفروض لنـــا ان نخرج من تلك النقطة الي الخط عمــــــــــودًا

لبكن الخط اب والنقطة ج فنرسم نقطة د في الجهة المقابلة لجهة ج من خط اب ونرسم علي ج وببعد جد دايرة دره فيمر محيطها علي نقطتي ر ه من خط اب ونصل بين ج وكل واحده من نقطتي ر ه بخط مستقيم وننصف خط هر علي نقطة ح ونصل بينها وبين نقطة ج بخط مستقيم فاقول ان خط جح عمود علي هر برهــانه فلان اضلاع مثلث جهح تساوي اضلاع مثلث جرح كل لنظيره فبالشكل الثامن زواياهما المتناظره متساوية فزاوية جحه كزاوية جحر يخرج عمود علي خط اب وتبــين بوجه ابسط فننصف زاوية رجه بخط مستقيم بالشكل التاســـع ونخرجه الي ان ينتهي الي خط اب بنقطة ح فنقول ان خط جح عمــود علي اب برهــانه فلان ضلعي جه جح وزاوية هجح من مثلث هجح يساوي ضلعي جر جح وزاوية رجح من مثلث رجح كل لنظيره فبالشكل الرابع زواياهما المتناظره متساوية فزاوية جحر كزاوية جحه فخط جح عمود علي خط اب وذلك ما اردنـــا ان نبـــــــين ۞

يج

كل خط مستقيم وقع علي خط مستقيم فان

الزاويتين الحادثتين عن جنبتي الخط الواقع قايمتان او مساويتان لقايمتين



فليقع خط اب المستقيم علي حد المستقيم فليحدث زاويتي ابح ابد فاقول انهما اما قايمتان او مساويتان لقايمتين برهانه فلان خط اب اما ان يكون عمودا علي خط دح او لم يكن فان كان عمودا عليه كانت زاويتا ابح ابد قايمتين وان لم يكن عمودا فيخرج من نقطة ب عمود به علي خط حد بالشكل الحادي عشر فتنقسم زاوية ابح المنفرجة الي زاويتي ەبح القايمة وزاوية ەبا الحادة فاذا اضفنا الحادة الي زاوية ابد صارتا قايمة وزاوية ەبح الباقية من زاوية ابح قايمة فزاويتا ابح ابد معا كقايمتين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

يد

كل خطين مستقيمين يتصلان عن جنبتي اي خط مستقيم بنقطة عليه وكانت الزاويتان الحادثتان قايمتين او مساويتين لهما فكل من الخطين علي استقامة الاخر



فليتصل بنقطة ب من خط اب عن جنبتيه خطا بح بد واحاطا معه بزاويتي ابح ابد فاقول ان خط بد ويصير معه خطا مستقيما برهانه والا فليكن مع به خطا مستقيما فزاويتا ابح ابه اما قايمتان او مساويتان لهما بالشكل المتقدم وكانت زاويتا ابح ابد قايمتين او مساويتين لهما فاذا القينا زاوية ابح المشتركة بقيت ابه كزاوية ابد فالجزء مساو لكله هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞ ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان خط به يمكن ان يقع بين خطي اب بد او تحتهما

يه

كل زاويتين متقابلتين من اربع زوايا الحادثة عن تقاطع كل خطين مستقيمين متساويان

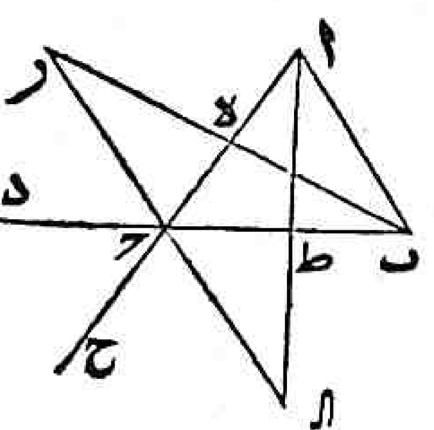
والزوايا

والزوايا الاربع الحادثة كاربع قوايم

فليتقاطع خطا اب حد علي نقطة ە فاقول ان زاوية اەد كزاوية حەب المقابلة لها برهانه فلان كل واحدة من زاويتي اەد بەح مع زاوية دەب كقايمتين بالشكل الحادي عشر فاذا القينا زاوية دەب المشتركه تبقي زاوية اەد مساوية لزاوية بەح وبمثله تبين ان زاوية اەح كزاوية دەب المقابلة لها وقد ظهر مما ذكرنا ان الزوايا الاربع كاربع قوايم وذلك ما اردنا ان نبين وقد استبان من هذا ان الخطوط المتقاطعة لو كانت اكثر من اربع فان الزوايا الحادثة من تقاطع الجميع جميعها مساوية لاربع قوايم وان جميع الزوايا الحادثة من خروج ثلثة خطوط واكثر في سطح من اي نقطة كاينه فيه تساوي اربع قوايم ولا يكون شي من السطح خارجا من تلك الزوايا التي تساوي اربع قوايم ۞

يو

كل واحدة من الزوايا الحادثة من اخراج اي ضلع من اضلاع اي مثلث مستقيم الاضلاع علي استقامته اعظم من كل واحدة من الزاويتين الداخلتين المتقابلتين لها



ولنخرج ضلع بح من اضلاع مثلث ابح علي استقامته الي د فاقول ان زاوية احد اعظم من كل واحدة من زاويتي حاب حبا برهانه ننصف ضلع اح علي نقطة ە بالشكل العاشر ونصل بين نقطتي ب ە بخط مستقيم ونخرج علي استقامته في جهة ە الي غير النهايه ونفصل من خط ەب ەز كخط بە بالشكل الثالث ونصل بين نقطتي زح بخط مستقيم فلان زاويتي اەب زەح متساويتان بالشكل المتقدم فضلعا ەز ەح وزاوية زەح من مثلث زەح تساوي ضلعي ەب ەا وزاوية اەب من مثلث اەب فزاوية زحە مساوية لزاوية ەاب بالشكل الرابع وزاوية احد اعظم من زاوية زحە فهي اعظم من زاوية ەاب فاذا اخرج ضلع اح الي نقطة ح في جهة ح يحدث زاوية ححب وننصف ضلع بح علي نقطة ط بالشكل العاشر ونصل بين نقطتي ا ط بخط مستقيم ونخرجه في جهة ط الي غير النهاية ونفصل منه خط طك مثل اط

بالشكل الثالث ونصل بين نقطتي ا ح بخط مستقيم وتبين بمثل ما بينا ان زاوية ط ح ا كزاوية ا ب ح وزاوية ب ح ح اعظم من زاوية ط ح ا المساوية لزاوية ا ب ح فزاوية ا ح د المساوية لزاوية ط ح ح بالشكل المتقدم اعظم من زاويه ا ب ح وبمثل ما بينا تبين المطلوب اذا اخرجنا ضلعي ا ب ا ح وذلك ما اردنا ان نبين ۞ واستبان منه انه لا يمكن ان يوجد زاويتان متساويتان في جهة واحده الحادثتان من خروج خطين مستقيمين من نقطة في سطح الي خط مستقيم في ذلك السطح ۞

يز

كل زاويتين من اي مثلث مستقيم الاضلاع اي زاويتين كانتا فانهما معا اقل من قايمتين

وليكن مثلث ا ب ح مستقيم الاضلاع فاقول ان كل واحدة من زاويتي ا ح ب ح ب ا معا وزاويتي ا ح ب ب ا ح معا وزاويتي ب ا ح ح ب ا معا اقل من قايمتين برهانه نخرج ضلع ب ح الي د في جهة ح فلان زاويتي ا ح ب ا ح د متساويتان لقايمتين بالشكل الثالث عشر وزاوية ا ح د اعظم من كل واحدة من زاويتي ح ب ا ح ا ب بالشكل المتقدم فكل من زاويتي ب ا ح ا ح ب معا ومن زاويتي ا ح ب ح ب ا معا اقل من قايمتين وبمثله تبين البواقي وذلك ما اردنا ان نبين ۞

يح

كل اطول ضلع من اضلاع اي مثلث مستقيم الاضلاع فانه يوتر الزاوية العظمي من زواياه

ليكن ضلع ا ب من مثلث ا ب ح المستقيم الاضلاع اطول من ضلع ا ح فاقول ان زاوية ا ح ب اعظم من زاوية ا ب ح برهانه نفصل من ضلع ا ب ا د يساوي ضلع ا ح بالشكل الثالث ونصل ح د بخط مستقيم فلان زاوية ا ح د التي هي اصغر من زاوية ا ح ب كزاوية ا د ح بالشكل الخامس وزاوية ا د ح اعظم من زاوية ا ب ح بالشكل السادس عشر فزاوية ا ح ب اعظم كثيرا من زاوية ا ب ح وذلك ما اردنا ان نبين وبمثله تبين لوكان الاعظم غيره

يط

كل زاوية عظمي من زوايا كل مثلث مستقيم

الاضلاع

الاضلاع فوترها الضلع الاطول من باقي اضلاعه

فليكن زاوية ا ح ب اعظم من زوايا مثلث ا ب ح المستقيم الاضلاع فاقول ان ضلع ا ب اعظم اضلاعه برهانه والا لكان مساويا لضلع ا ح مثلا فيكون زاوية ح ب ا كزاوية ا ح ب بالشكل الخامس وهي اعظم منها هذا خلف او كان اصغر منه فيكون زاوية ا ب ح اعظم من زاوية ا ح ب بالشكل المتقدم وهي اصغر منها هذا خلف وبمثله يبين كونه اعظم البواقي فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

ك

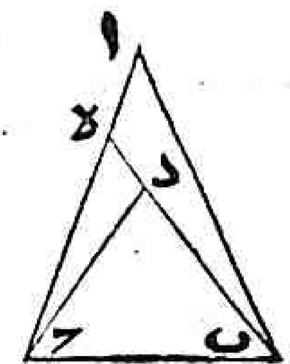
كل ضلعين من اضلاع اي مثلث كان فهما معا اطول من الثالث

ليكن المثلث ا ب ح فاقول ان ضلعي ا ب ا ح معا اعظم من ب ح برهانه نخرج ب ا في جهة ا علي استقامته الي غير النهاية ونفصل منه ا د كا ح بالشكل الثالث ونصل بين نقطتي ح د بخط مستقيم فلان ا د كا ح يكون زاوية ا د ح التي في اصغر من زاوية ب ح د كزاوية ا ح د بالشكل الخامس فزاوية ب ح د اعظم من زاوية ا د ح فضلع ب د المساوي لضلعي ا ب ا ح اعظم من ضلع ب ح وبمثله يبين البواقي وذلك ما اردنا ان نبين ۞

كا

كل خطين مستقيمين خرجا من طرفي اي ضلع من اضلاع اي مثلث مستقيم الاضلاع والتقيا داخله فانهما معا اصغر من الضلعين الباقيين معا والزاوية التي يحيط بها الخطان اعظم من الزاوية التي يحيط بها الضلعان الباقيان

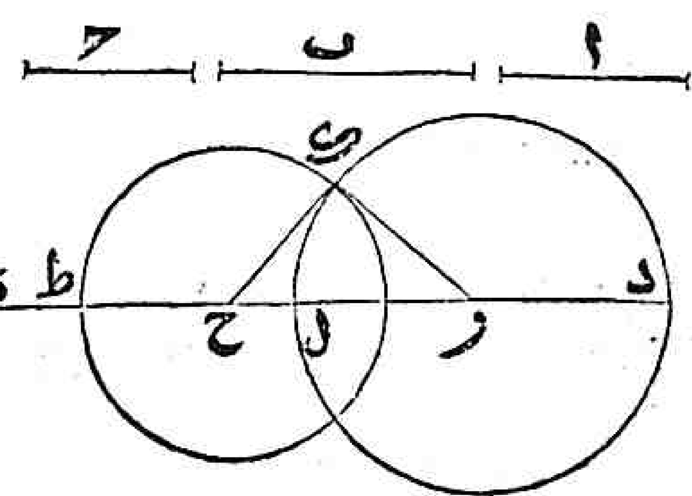
فلنخرج خطا ب د ح د من طرفي ضلع ب ح من اضلاع مثلث ا ب ح والتقيا علي نقطة د داخله فاقول ان خطي ب د د ح معا اصغر من ا ب ا ح معا وان زاوية ب د ح اعظم من زاوية ب ا ح برهانه نخرج خط ب د



علي استقامته في جهة د فينتهي الي ضلع اح علي نقطة بين نقطتي ا ح لانه لو انتهي الي نقطة اخري يلزم احاطه خطين مستقيمين بسطح ولبكن نقطة ه فلان ضلعي اه اب معا اعظم من به بالشكل المتقدم ونجعل هح مشتركا فضلعا اب اح معا اعظم من هب هح معا وضلعا هد هح معا اعظم من حد بالشكل المتقدم ونجعل بد مشتركا فضلعا دب هح معا اعظم من ضلعي دب دح معا فضلعا اب اح اعظم كثيرا من ضلعي دب دح معا وايضا فلان زاوية بدح الخارجه من مثلث هدح اعظم من زاوية دهح التي هي اعظم من زاوية هاب بالسادس عشر فزاوية بدح اعظم كثيرا من زاوية باح وذلك ما اردنا ان نبين ☆

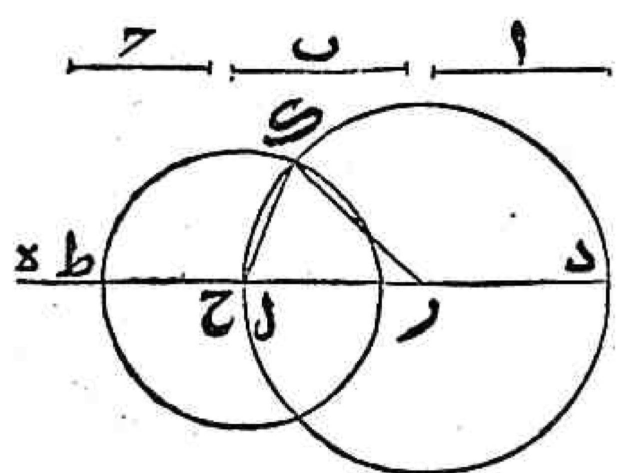
كب

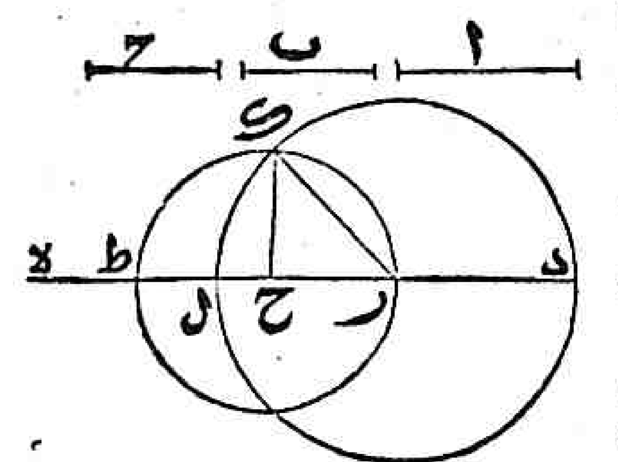
لنا ان نرسم علي كل خط مستقيم غير متناه في جهتيه او جهة فقط مثلث مستقيم الاضلاع يساوي كل ضلع منها احد ثلثه خطوط متناهية مستقيمة مفروضه كل اثنين منها اعظم من الثالث ☆



لبكن الخط المستقيم ده والخطوط المفروضة ا ب ح فنفصل من خط ده در يساوي ا و رح يساوي ب و حط يساوي ح بالشكل الثالث ونجعل ر مركزا وندير ببعد در دايرة دك فلابد وان يقطع محيطها خط ده وليقطع علي نقطة ل ونجعل نقطة ح مركزا ونديرببعد حط دايرة طك فيقطع محيطها محيط دايرة دك علي نقطة ك ونصل بينها وبين كل واحدة من نقطتي رح بخط مستقيم فاقول ان مثلث كرح هو المطلوب برهانه فلان ر مركز دايرة كد خط كر كخط در وخط ا كخط در فخط كر يساوي خط ا فلان ح مركزدايرة طك فخط كح كخط حط وخط ح كخط حط فخط كح يساوي خط ح وكان رح مساويا لخط ب فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ☆

ولهذا الشكل اختلاف وقوع في بادي النظر بعضها ممكن الوجود وذلك لان نقطة ل اما ان يقع بين نقطتي رح او علي نقطة ح او بين ح ط او علي



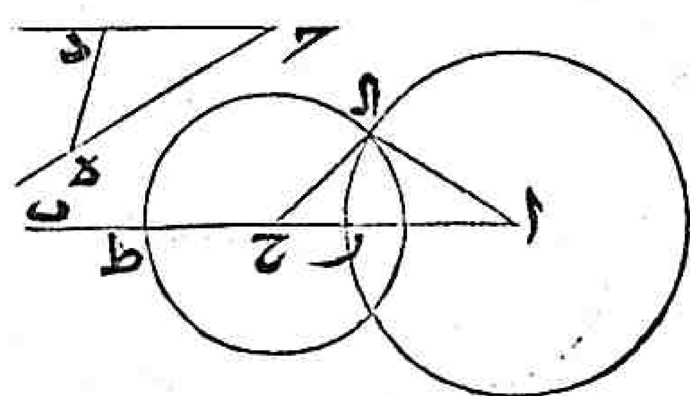


علي نقطة او بين نقطتي طح اما الاول فاما ان يكون حط مساويا لحل او اقل منه او مساويا لحد او اعظم منه او مساويا لحر او در او اصغر حر او اعظم منه او اقل من حد فعلي الاول تكون دايرة طك مماسه لدايرة دك وعلي الثاني يقطع محيطها خط ده بين نقطتي ح ل وعلي الثالث يماس محيط دايرة طك نقطة د وعلي الرابع يجاوزها فعلي المقادير الاربعة لا يتقاطع الدايرتان لانتفاء الشرط المذكور وهوكون كل من الخطين من الخطوط الثلثة معا اطول من الثالث فلا يمكن المثلث وعلي الخامس والسادس يكون المثلث متساوي الساقين وعلي تقديري السابع والثامن يكون المثلث مختلف الاضلاع واما الثاني فاما ان يكون خط حط مساويا لخط حد او اعظم منه او مساويا لحر او اصغر منه او اعظم منه او اقل من حد فعلي التقدير الاول يماس محيط دايرة طك نقطة د وعلي الثاني يجاوزها فلا يمكن رسم المثلث لانتفاء الشرط المذكور وعلي الثالث يكون المثلث متساوي الاضلاع وهوعلي تقديري الرابع والخامس ويكون المثلث متساوي الساقين واما الثالث فاما ان يكون حط مساويا لحد او اعظم منه او مساويا لحر او اعظم بقدر حل او اقل منه او اكبر مع انه اقل من حد او يكون اقل من حر فعلي تقدير الاول محيط دايرة طك يماس نقطة د وعلي الثاني يجاوزها وعلي تقدير الثالث والرابع يكون المثلث متساوي الساقين وعلي الخامس والسادس مختلف الاضلاع واما القسم الرابع والخامس فيمتنعان لانتفاء الشرط المذكور ☆

كج

لنا ان نرسم علي اي نقطة من خط مستقيم مفروض غير متناه في جهتيه اوفي جهة زاوية مستقيمة الخطين كزاوية مفروضة مستقيمة الخطين

لبكن الخط المفروض اب والزاوية المفروضة ح فنرسم علي ضلعيها نقطتي د ه كيف اتفقا ونصل بينهما بخط مستقيم ونفصل من خط اب خط ار كخط حد وخط اح كخط حه وخط حط كخط ده بالشكل الثالث ونرسم علي نقطة ا وببعد ار دايرة رك وعلي نقطة ح وببعد حط



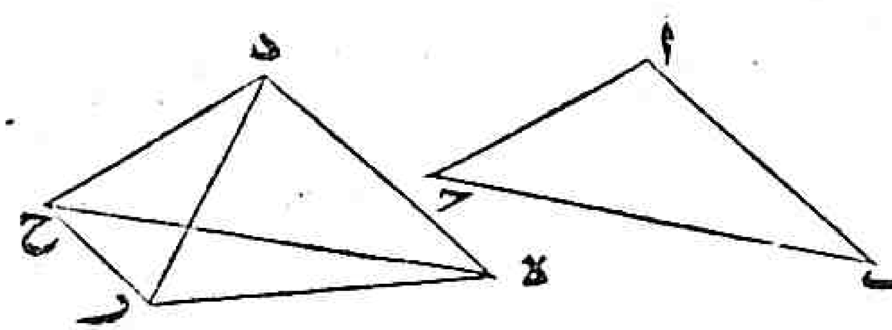
دايرة ط ا فلا يقطع محيطها خط اب
علي نقطة ا فيكون مماسه لدايرة ز ا
ولا علي نقطة بين نقطتي ز ح ولا تحيط
دايرة ز ا مماسه اياها ولا تحيط بها
غير مماسه والا لكان في الاولين خط اح
لخطي از حط او اعظم منهما وفي الاخيرين خط حط لخطي از اح
او اعظم منهما اذا جعلا خطا واحدا والكل ممتنع بالشكل العشرين
فحيط دايرة ط ا يقطع محيط دايرة ز ا فليقطع علي نقطة ا ونصل
بينهما وبين كل واحده نقطتي ا ح بخط مستقيم فاقول ان زاوية ا اح
كزاوية ه حد برهانه فلان نقطة ا مركز دايرة ز ا فا ا كاز وكان حد
كاز فا ا كضلع حد ولان ح مركز دايرة ط ا فخط ح ا لخط حط وكان
ضلع ده لخط حط فضلع ح ا كضلع ده وكان خط اح بالفرض كضلع
حه فبالشكل الثامن مثلثا ا اح حده متساويان وزواياهما المتناظره
متساوية فزاوية ا اح كزاوية دحه فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين
ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان نقطة ح يمكن ان تقطع بين نقطتي ا
ز وحينئذ نقطه لايمكن ان يقع بين نقطتي ح ز او علي نقطة ز والا
يلزم ان يكون احد اضلاع المثلث اعظم من الضلعين الباقيين او
مساويا لهما فيصير دايرة ز ا محيطة بدايرة ا ط مماسة اياها او غير
مماسة فتقع نقطة ط خارجه عنهما في جهة ز بحيث يكون خط حط
اصغر من خطي اد اح اذا جعلا خطا واحدا ويمكن ان تقع نقطة ح
علي نقطة ز وحينئذ خط حط لا جايز ان يكون مساويا لقطر دايرة
ا ز او اعظم والا لزم ان يكون احد اضلاع مثلث مساويا للضلعين
الباقيين او اعظم منهما فتصير دايرة ط ا مماسة لدايرة ا ز محيطة بها
او محيطة بها غير مماسة اياها فلا يمكن رسم المثلث وقد بينا في الشكل
العشرين ان ضلعي كل مثلث اعظم من الثالث فخط حط يكون اصغر
من قطر دايرة ا ز فتتقاطع دايرة ز ا ط ا ويتم العمل ويمكن ان يقع
خارج نقطتي ا ز وحينئذ لا يمكن ان يكون خط حط مساويا لخط حز
او اصغر منه ولا مساويا لخطي اح از اذا جعلا خطا واحدا او اعظم
منهما والا يلزم بعض المحالات المذكـــــــــــــــــورة ۞

كد

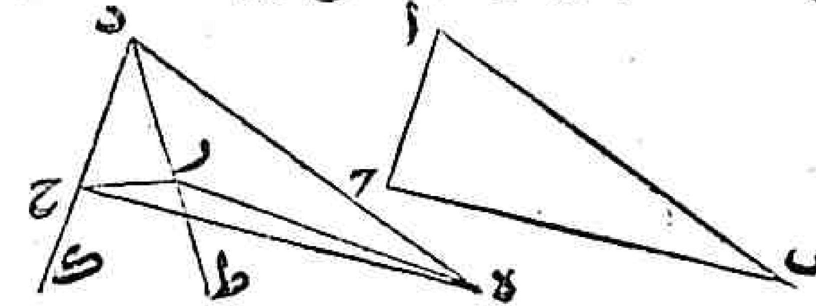
كل مثلث مستقيم الاضلاع يساوي ضلعان منه ضلعين من مثلث اخر مستقيم الاضلاع و كانت

كانت الزاوية التي يحيط بها الضلعان الاولان اعظم من الزاوية التي يحيط بها الضلعان الاخران فقاعدة العظمي اعظم من قاعـــدة الصغري ۞

ليكن ضلعان اب اج من مثلث ابج كضلعي ده دز من مثلث دهز و
زاوية باج اعظم من زاوية هدز فاقول ان قاعدة بج اعظم من قاعدة
هز برهانه نعمل علي نقطة د من خط ده زاوية كزاوية باج بالشكل
المتقدم ونفصـــل دح كاج
بالشكل الثالث ونصل بين
نقطتي ه ح بخط مستقيم
وكذلك بين نقطتي ح ز بخط



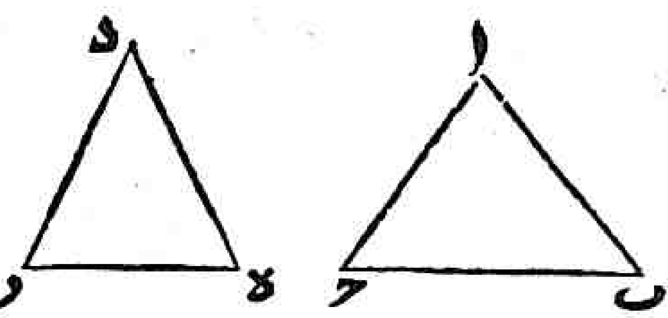
مستقيم فلان ضلعي اب اج وزاوية باج تساوي ضلعي ده دح وزاوية
هدح كل لنظيره فقاعدة بج كقاعدة حه بالشكل الرابع ولان كل
واحد من ضلعي دح دز يساوي ضلع اج تكون زاوية دحز التي هي
اعظم من زاوية هحز كزاوية دزح التي هي اصغر من زاوية هزح بالشكل
الخامس فزاوية هزح اعظم من زاوية هحز فضلع هح اعظم من ضلع
هز بالشكل التاسع عشر فقاعدة بج المساوية لضلع هح اعظم من
قاعدة هز وذلك ما اردنا ان نبـــــــــــــــــين ۞
ولهـــذا الشكل اختلاف وقوع فان قاعدة حه اما ان تقع فوق قاعدة
زه او تنطبق عليها او تقع تحتهـــا اما الاول فقد بيناه واما الثاني
فظاهر واما الثالث فنخرج ضلعي دز دح علي استقامتهما في جهة ز الي
نقطتي ط ك بغير نهاية ونصل بين نقطتي ه ح بخط مستقيم فلان زاوية
طزح التي هي اصغر من زاوية هزح اعظم من زاوية هحز بالشكل
الخامس فقاعده حه المساويـــة
لقاعدة بج اعظم من قاعـــدة زه
بالشكل التاسع عشر وهـــــذه
صورتـــــــــــــــــــه



كه

كل مثلث مستقيم الاضلاع يساوي ضلعان منها ضلعين من مثلث اخر مستقيم الاضلاع و كانت قاعدة الزاوية التي يحيط بها الضلعان الاولان

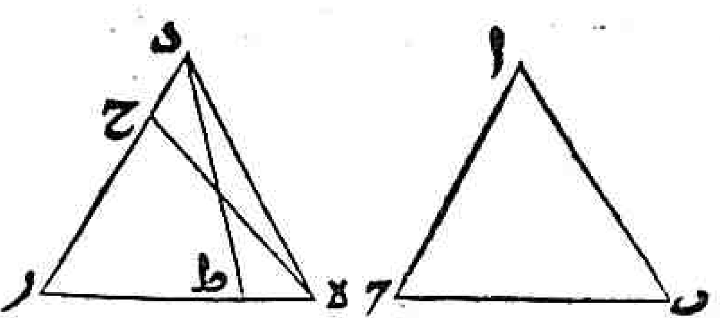
اعظم من قاعدة الزاوية التي تحيط بها الضلعان الاخران فزاوية القاعدة العظمي اعظم من زاوية قاعدة الصغري



لبكن ضلعا اب اج من مثلث ابج المستقيم الاضلاع يساويان ضلعي ده دز من مثلث دهز المستقيم الاضلاع وقاعدة بج اعظم من قاعدة زه فاقول ان زاوية باج اعظم من زاوية هدز برهانه لانه لو لم يكن كذلك لكانت زاوية باج مساوية لزاوية هدز او اصغر منها فان كانت مساوية لكانت قاعدة بج كقاعدة زه بالشكل الرابع وهي اعظم منها هذا خلف وان كانت اصغر منها لكانت قاعدة زه اعظم من قاعدة بج بالشكل المتقدم وهي اصغر هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

الو

كل مثلث مستقيم الاضلاع يساوي زاويتان وضلع زاويتين وضلعا من مثلث اخر مستقيم الاضلاع فان الاضلاع والزوايا الباقية المتناظرة منهما متساوية وان الزاويتين الباقيتين المتناظرة منهما ايضا متساويتين والمثلث كالمثلث



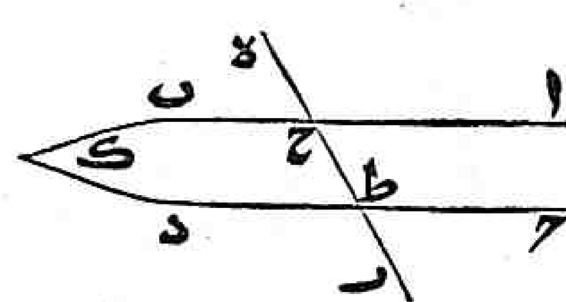
لبكن زاويتا ابج اجب من مثلث ابج المستقيم الاضلاع يساويان زاويتا دهز دزه من مثلث دهز المستقيم الاضلاع وضلع احدهما كضلع من الاخر سواء كانا بج هز الواقعان بين الزاويتين المذكورتين او كانا اب ده او اج دز فاقول ان الاضلاع الباقية المتناظرة منهما متساوية وكذلك الزاويتين والمثلث كالمثلث برهانه ولبكن اولا ضلع بج كضلع هز فنركب مثلث ابج علي مثلث دهز بحيث تقع نقطة ب علي نقطة ه وضلع بج علي ضلع هز فتقع نقطة ج علي نقطة ز لتساوي ضلعي بج هز فينطبق ضلع اج علي ضلع دز لتساوي زاويتي اجب

اجب دزه فنقط ا منطبق علي نقطة د او لا فان انطبقت فينطبق ضلع اب علي ضلع ده ويثبت الحكم وان لم ينطبق فلينطبق علي نقطة بين نقطتي د ز ولتكن نقطة ح ونصل بين نقطتي ح ه بخط مستقيم فلان ضلعي حز زه وزاوية حزه من مثلث هزح يساوي ضلعي اج جب وزاوية اجب من مثلث اجب كل لنظيره فبالشكل الرابع يكون زاوية حهز كزاوية ابج وكانت زاوية دهز كزاوية ابج فيكون زاوية حهز كزاوية دهز فيكون جزء الشي مثل كله هذا خلف ثم لبكن ضلع اج كضلع دز فنركب مثلث ابج علي مثلث دهز بحيث ينطبق نقطة ج علي ز وضلع اج علي ضلع دز فتنطبق نقطة ا علي نقطة د لتساوي ضلعي اج دز وضلع بج علي ضلع هز لتساوي زاويتي اجب دزه فاما ان ينطبق ب علي نقطة ه او لا ينطبق فان انطبقت فلينطبق با علي ضلع ده ويحصل المطلوب وان لم ينطبق نقطة ب علي نقطة ه فلينطبق علي نقطة بين نقطتي ه ز وليكن نقطة ط ونصل بين نقطتي د ط بخط مستقيم فلان ضلعي دز زط وزاوية دزط من مثلث دزط تساوي ضلعي اج جب وزاوية اجب من مثلث اجب كل لنظيره فتصير زاوية دطز كزاوية ابج بالشكل الرابع وكانت زاوية دهز كزاوية ابج فزاوية دطز الخارجة من مثلث دهط كزاوية دهط هذا خلف بالشكل السادس عشر وكذلك تبين اذا كان ضلع اب كضلع ده فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان نقطة ح يمكن ان يقع بين نقطتي د ز او خارجة عنهما في جهة د ونقطة ط يمكن ان تقع بين نقطتي ه ز او خارجة عنهما في جهة ه والبيان في الكل واحد ۞

الز

كل خطين مستقيمين وقع عليهما خط مستقيم وكانت المتبادلتان من الزوايا الحادثة متساويتين فهما متوازيان



لبكن اب جد خطين مستقيمين ووقع عليهما خط هز المستقيم وقطعهما علي نقطتي ح ط وصير زاوية احط كزاوية دطح المتبادلتين فاقول ان خطي اب جد متوازيان برهانه والا فليلتقيا في احدي جهتيهما وليكن الالتقاء علي نقطة ك في جهة بد فيكون زاوية احط الخارجة من مثلث حكط كزاوية حطك الداخلة وهي اعظم منها بالشكل السادس عشر هذا

خلف وبمثله نبين امتناع الالتقاء في جهة اح فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

كح

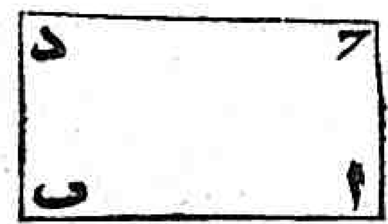
كل خطين مستقيمين وقع عليهما خط مستقيم وكانت الزاوية الخارجة من الزوايا الحادثة كالداخلة المقابلة لها والزاويتان الداخلتان في جهة من الخط الواقع علي الخطين كقايمتين فهما متوازيان

فليكن خط ەز المستقيم وقع علي خطي اب جد المستقيمين وقطعهما علي نقطتي ط ح وكانت زاوية ەحب الخارجة كزاوية دطح الداخله وزاويتا بحط دطح كقايمتين فاقول ان خطي اب جد متوازيان برهانه فلان زاوية احط كزاوية ەحب بالشكل الخامس عشر وزاوية دطح كزاوية ەحب فزاويتا احط دطح متساويتان فخطا اب جد متوازيان بالشكل المتقدم ولان زاوية بحط مع زاوية دطح كقايمتين وزاوية بحط مع زاوية احط كقايمتين بالشكل الثالث عشر فزاوية احط كزاوية دطح فبالشكل المتقدم اب يوازي جد وذلك ما اردنا ان نبين ۞

اقول وههنا ذكر موضع البرهان لان الموعود ببيانه في اول المقالة وهو مبني علي ثلث مقدمات وثلثة اشكال المقدمة الاولي كل خطين مستقيمين موضوعين في سطح مستو كخطي اب جد ووقع عليهما خطوط مستقيمة كخطوط ەز حط ال من سع كل واحد منها عمود علي خط جد وقاطع خط اب علي زاويتي حادة ومنفرجة ويكون الزوايا الحواد كلها في جهة بد والمنفرجات في جهة اج فاقول ان خطي اب جد موضوعان علي التقارب في جهة بد ما دام لم يتقاطعا وعلي التباعد في جهة اج وتكون الاعمدة متصاغرة في جهة بد الي التقاطع ومتعاظمة في جهة اج ويكون عمود ەز اعظم من عمود حط وهو من عمود ال وهو من عمود من وهو من عمود سع ويكون عمود سع اصغر من عمود من وهو من عمود ال الي اخره وايضا فان كان كل واحد من الخطوط المستقيمة الواقعة علي الخطين المستقيمين اعمدة علي احدهما وكانت متعاظمة ان اخذنا نعتبر بعضها الي بعض في احدي

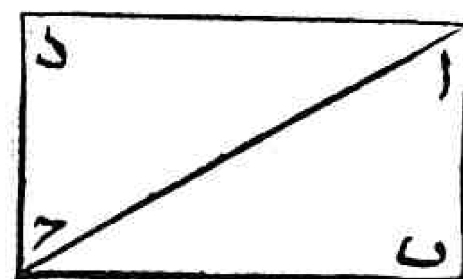
جهتي

جهتي الخطين ومصاغرة ان اخذنا نعتبر في الجهة الاخري من جهتي الخطين فان الخطين المستقيمين موضوعان علي التباعد في جهة تعاظم الاعمدة وعلي التقارب في الجهة الاخري وهي جهة تصاغر الاعمدة الي ان يتقاطع الخطان الماران كل واحد من الخطوط المستقيمة التي هي اعمدة علي احد الخطين قاطعا لذلك الخط علي زوايا قايمة لا يكون لذلك الخط ميل الي الاعمدة ولا عنها فيكون كل واحد من الاعمدة قاطعا للخط الاخر من الخطين المستقيمين علي زاويتين احديهما حادة والاخري منفرجة ويكون جميع زوايا الحادة الي جهة تقارب الخطين وجميع زوايا المنفرجة الي جهة تباعدهما ويكون لذلك الخط ميل الي كل واحد من الاعمدة في جهة التقارب وميل عن كل واحد منها في جهة التباعد وهاتان القضيتان بديهيتان استعملهما بعض المهندسون من المتقدمين والمتاخرين علي انهما بديهيتان ۞ والمقدمة الثانية كل خطين مستقيمين خارجا من طرفي خط مستقيم في جهة واحدة عمودين عليه وكانا متساويين ووصل بين طرفيهما بخط مستقيم فكل واحدة من الزاويتين الحادثتين من العمودين والخط المستقيم الواصل بين طرفيهما قايمة ليكن الخط المستقيم اب والعمودان المتساويان اج بد ووصل بين نقطتي ج د طرفيهما بخط مستقيم فاقول ان كل واحدة من زاويتي اجد بدج قايمة برهانه فلانه لو لم يكن زاوية اجد قايمة لكانت اما حادة او منفرجة فان كانت حادة كان خطا اب جد موضوعين علي التقارب في جهة د فيكون عمود اج اعظم من عمود بد بالمقدمة الاولي وهما متساويان هذا خلف وان كانت منفرجة كان خطا اب جد موضوعين علي التباعد في جهة د فيكون عمود اج اصغر من عمود بد بالمقدمة الاولي وهما متساويان هذا خلف فزاوية اجد قايمة وبمثله تبين ان زاوية بدج قايمة ۞

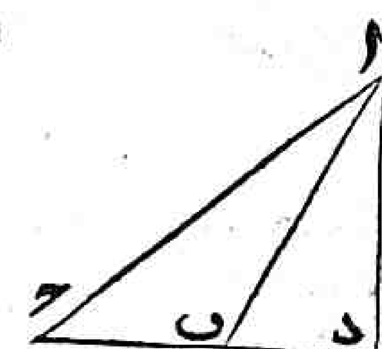


واقول ايضا ان خط جد يساوي خط اب برهانه فلان جد لو لم يكن كاب لكان اصغر منه او اعظم فان كان اصغر يلزم ان يكون خطا اب جد موضوعين علي التقارب في جهة ج وعلي التباعد في جهة ب فيكون زاوية ابد او باج حادة وزاوية جدب او زاوية اجد منفرجة بالقضية الثانية من المقدمة الاولي وهما قايمتان هذا خلف وان كان جد اعظم من اب كان خطا اج بد موضوعين علي التقارب في جهة ب وعلي التباعد في جهة ج فيكون زاوية جدب حادة او اجد حادة وزاوية ابد او باج منفرجة بالقضية الثانية من المقدمة الاولي وهما قايمتان هذا خلف المقدمة الثالثة كل مثلث مستقيم الاضلاع فان زواياه الثلث كقايمتين وليكن زاوية ابج من مثلث اجب قايمة فاقول ان باج بجا كقايمة برهانه نخرج من نقطة ج عمود جد علي ضلع بج

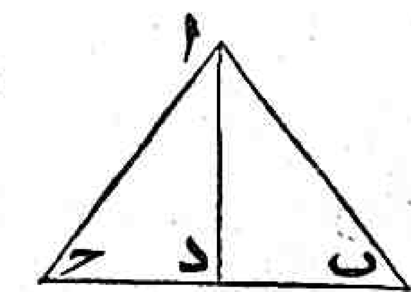
باستبانة الشكل الحادي عشر ونفصل منه حد يساوي اب بالشكل الثالث ونصل بين نقطتي ا د بخط مستقيم فخط اد كخط بح وزاوية



ادح قايمة بالمقدمة الثانية فلان ضلعي اب بح وزاوية ابح من مثلث ابح مساوية لضلعي اد دح وزاوية ادح كل لنظيره فبالشكل الرابع زاوية احد كزاوية باح وزاوية بحد المساوية لزاويتي بحا دحا قايمة فزاويتا باح بحا كقايمة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ثم ليكن زاوية مفرجة فاقول ان الزوايا الثلث من مثلث ابح كقايمتين برهانه فلان زاوية ابح منفرجة وزاويتي كل مثلث اقل من قايمتين بالشكل السابع عشر فزاوية احب حادة واذا وقع خط مستقيم فالزاويتان الحادثتان كقايمتين بالشكل الثالث عشر وزاوية احب حادة فالزاوية المجاورة لها منفرجة فاذا اخرجنا من نقطة ا عمود اد علي ضلع بح بالشكل الثاني عشر فلا يمكن ان يقع علي احدي نقطتي ب ح والا لكانت زاوية ابح او زاوية احب قايمة وليست ولا يمكن ان يقع بين نقطتي ب ح او علي ضلع بح بعد اخراجه في جهة ح والا يلزم ان يكون زاويتا مثلث وهما زاويتا ابد ادب او زاويتان احدهما احد المجاورة لزاوية احب والثانية زاوية ادح اعظم من قايمتين وهما اصغر منهما بالشكل السابع عشر فيقع علي ضلع بح بعد اخراجه في جهة ب فيكون كل واحد من مجموع زاويتي داب ابد و داح احد كقايمة فاذا القينا زاوية داب

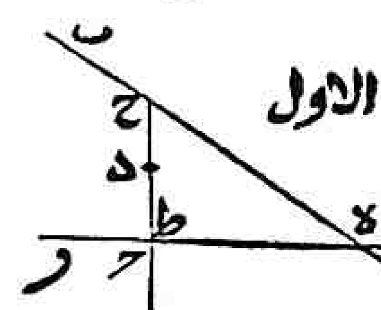


المشتركة تبقي زاوية ابد متساوية لزاويتي باح احد لكن زاويتي ابد ابح كقايمتين بالشكل الثالث عشر فزاوية ابح مع زاويتي باح احب كقايمتين وذلك ما اردنا ان نبين ثم ليكن زوايا مثلث ابح كلها حواد فاقول ان زوايا المثلث كقايمتين برهانه نخرج من نقطة ا عمود اد علي ضلع بح بالشكل الثاني عشر فلا يقع علي احد نقطتي ب ح والا لكانت القايمة حادة ولا علي بح بعد اخراجه في احدي جهتيه والا لكانت زاويتا مثلث اعظم من قايمتين وهما اما زاويتا ابد ادب او زاويتا احد ادح وهي اصغر من قايمتين بالشكل السابع عشر فيقع بين نقطتي ب ح فيكون زاويتا ابد باد كقايمة وزاويتا احد

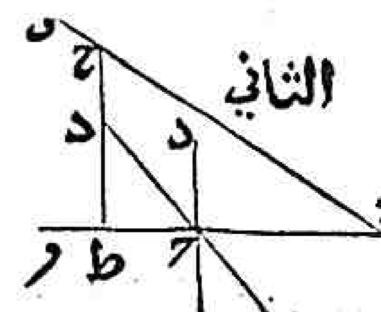


حاد كقايمة ايضا بالشكل الاول من هذه المقدمة فيكون جميع زوايا مثلث ابح كقايمتين وذلك ما اردنا ان نبين واذا تقررت هذه المقدمات فنقول ليكن الخطان المستقيمان اللذان وقع عليهما خط مستقيم خطي اب حد والخط الواقع عليهما خط هز قاطعا اياهما علي نقطتي ه ح ولتصير زاويتي

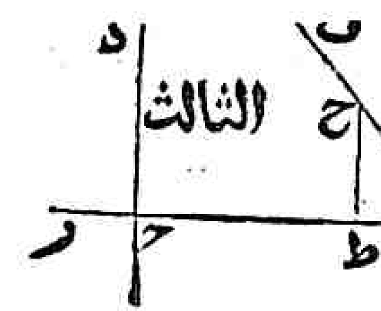
زاويتي بهز دحه اقل من قايمتين فلا يخلوا اما ان يكون احدهما قايمة والاخري حادة او يكونا حادتين او احدهما منفرجة والاخري حادة فان الخطين علي التقادير الثلثة اذا اخرجا علي استقامتهما في جهة بد الي غير النهاية فانهما يتلاقيان برهانه اما الاول فليكن زاوية بهح حادة وزاوية دحه قايمة ونرسم علي خط به نقطة ح كيف ما وقعت ونخرج منها خط حط عمودا علي خط هز



بالشكل الثاني عشر فهو اما ان ينطبق علي خط دح او يقع علي نقطة بين نقطتي ح ز او فيما بين نقطتي ه ح او علي نقطة خارجة عنهما في جهة ه والتقدير الرابع محال والا لزم ان يكون زاويتا حطه حهط من مثلث حطه اعظم من قايمتين لان زاوية حهط منفرجة بالشكل الثالث هذا خلف ثم

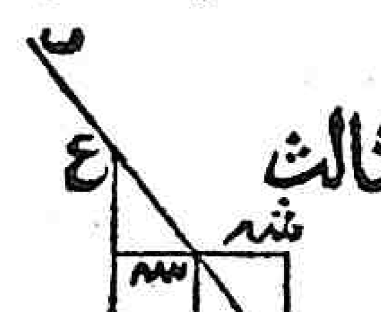


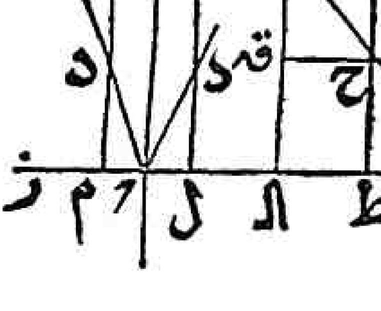
خط حد اذا اخرج في جهة د علي استقامته يلقي خط اب علي التقدير الاول وذلك ظاهر وعلي التقدير الثاني لايمكن ان يلقي خط حد عمود حط والا فليلقه علي نقطة د فيكون زاويتان من المثلث الحادث هما دحط دطح كقايمتين وهما اقل منهما بالشكل السابع عشر هذا خلف ولا يمكن ان يلقي خط هح والا يلزم احاطة خطين مستقيمين بسطح فهو يلقي خط اب وعلي التقدير الثالث

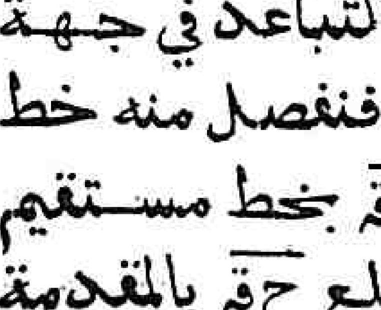




نضعف هط مرة بعد اخري الي ان نصير اعظم من خط هح وهي خطوط هط طك كل لم ونفصل من خط بح خطوطا كل واحد منها يساوي خط هح بالشكل الثالث وهي خطوط حن نس سع ويكون عدتها مع خط هح لعدة اقسام خط هم ونخرج من نقطة ه عمود هف بالشكل الحادي عشر ونفصل منه فه مثل حط بالشكل الثالث ونصل بين نقطتي ف ح بخط مستقيم فيكون كل من زاويتي هفح فحط قايمة وضلع

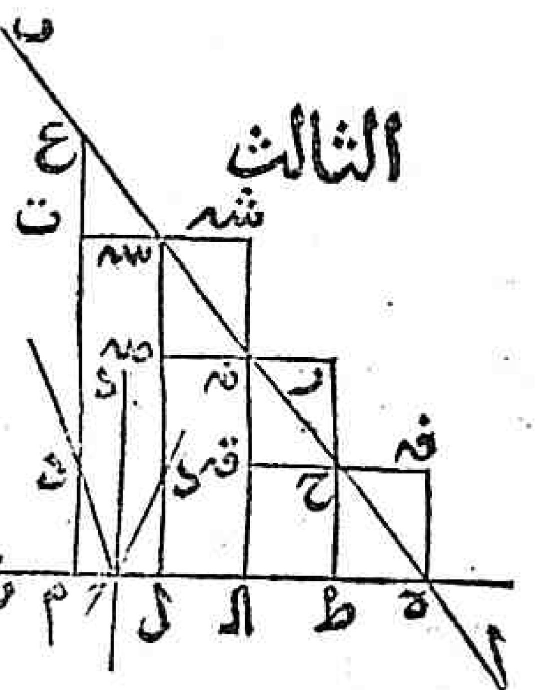






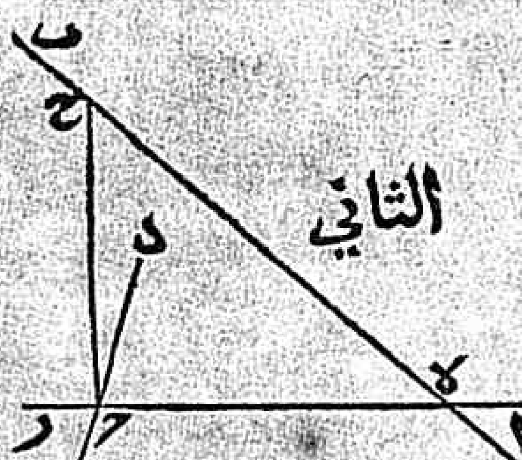
فح كضلع هط بالمقدمة الثانية ونخرج من نقطة ن عمود نك علي هز بالشكل الثاني عشر ولان خطي هب هز موضوعان علي التباعد في جهة ب يكون عمود نك اعظم من عمود حط بالمقدمة الاول فنفصل منه خط كق كعمود حط بالشكل الثالث ونصل بين نقطتي ح ق بخط مستقيم وكل من زاويتي طحق كقح قايمة وضلع طك كضلع حق بالمقدمة

الثانية وكانت زاوية طحف قايمة فخط فح علي سمت خط حق بل خط فق جط واحد بالشكل الرابع العشر ولما كانت زاوية حقك



قايمة تكون زاوية حقن قايمة بالشكل الثالث عشر وزوايا فحه قحن المتقابلتان متساويتان بالشكل الخامس عشر وضلع هح من مثلث حهف كضلع حن من مثلث حقن فبالشكل السادس والعشرين ضلع فح كضلع حق وكان ضلع طك كضلع حق فضلع طك كضلع فح وكان ضلع هط كضلع فح فضلع هط كضلع طك فعمود نك وقع علي نقطة ك من خط هز ونخرج من نقطة س عمود شل علي ضلع هز بالشكل الثاني عشر ونفصل خط صل كخط نك بالشكل الثالث لان خط سل اعظم من نك بالمقدمة الاول ونصل بين نقطتي ن ص بخط مستقيم فكل واحد من زاويتي كنص لصن قايمة وضلع كل كضلع نص بالمقدمة الثانية ونخرج عمود حط في جهة ح علي استقامته الي غير النهاية ونفصل منه طز مثل نك بالشكل الثالث ونصل بين نقطتي ز ن بخط مستقيم فكل من زاويتي طزن كنز قايمة وضلع طك كضلع زن بالمقدمة الثانية فلان زاوية لصن قايمة تكون زاوية نصس قايمة بالشكل الثالث عشر فكل واحد من زاويتي حزن نصس قايمة وزاويتا حنز صنس متساويتان بالشكل الخامس عشر وضلعا نح نس متساويان فبالشكل السادس والعشرون ضلع نص من مثلث نصس كضلع نز من مثلث نزح فطك مثل نص وكان كل مثل نص فطك مثل كل فعمود سل واقع علي نقطة ل من خط هز ونخرج كن في جهة ن علي استقامته الي غير النهاية ونفصل منه كش مثل لس بالشكل الثالث ونصل بين نقطتي شس بخط مستقيم فكل واحدة من زاويتي كشس لسش قايمة وضلع كل كضلع شس بالمقدمة الثانية ونخرج من نقطة ع عمود عم علي خط زه بالشكل الثاني عشر ولان عم اعظم من لس بالمقدمة الاولي فنفصل منه تم كضلع لس بالشكل الثالث ونصل ست بخط مستقيم فكل واحد من زاويتي لست متس قايمة فخط شت خط مستقيم بالشكل الرابع عشر وضلع لم كضلع ست بالمقدمة الثانية وزاوية متس قايمة فزاوية ستع قايمة وزاويتي شسن عست متساويتان بالشكل الخامس عشر وضلعا نس سع متساويان فبالشكل السادس والعشرين ضلع ست كضلع سش فضلع كل كضلع لم بمثل ما تقدم فعمود عم واقع علي نقطة م من خط هز فخط حد انحصر بين عمودي سل عم فاذا اخرجناه في جهة

جهة د علي استقامته لا يمكن ان يلقي احد عمودي سل عم والا فليكن علي نقطة د فيكون في مثلث دحم او دحل زاويتان كقايمتين وهما زاويتا دلح دحل او دحم دمح وكل زاويتي مثلث اقل منهما بالشكل السابع عشر هذا خلف فخط حد يلقي خط اب واما الثاني وهو ان يكون كل واحدة من زاويتي بهح دحه حادة فلان زاوية دحه حادة يكون زاوية دحز منفرجة بالشكل الثالث عشر ونخرج من نقطة ح عمود حح علي خط هز في جهة د باستبانة الشكل الحادي عشر فيقع بين ضلعي دح حز فاذا اخرجناه في جهة ح علي استقامته يلقي خط اب بالشكل المتقدم فليلقه علي نقطة ح فاذا اخرجنا خط دح في جهة د علي استقامته يلقي خط اب بين نقطتي ه



ح وذلك ظاهر لامتناع احاطة خطين مستقيمين بسطح واما الثالث وهو ان يكون زاوية بهح حادة وزاوية دحه منفرجة فلان زاويتي بهح دحه اقل من قايمتين وزاويتا دحه والمجاورة لها معا كقايمتين بالشكل الثالث عشر فزاوية ح المجاورة لزاوية دحه اعظم من زاوية بهح ونرسم علي خط هح نقطة ح كيف ما وقعت ونخرج منها عمود حط الي خط هب بالشكل الثاني عشر فلا يقع علي نقطة ه وذلك ظاهر



ولا علي خط اه والا لكانت زاويتا مثلث اعظم من قايمتين وقد بين في الشكل السابع عشر انهما اقل منهما هذا خلف فليقع علي نقطة ط ونخرج خط طح علي استقامته في جهة ح الي ك فلان زاوية حطه القايمة مع زاوية هحط اقل من قايمتين بالشكل السابع عشر وزاوية هحط الحادة كزاوية حجك بالشكل الخامس عشر وزاوية ح المجاورة لزاوية دحه اقل من قايمة فكل واحدة من زاويتي ححك و ح المجاورة لزاوية دحه حادة فخطا حك دح اذا اخرجا في جهة ك يتلاقيان بالشكل الثاني من الشكل المتقدمين فليتلاقيا علي نقطة ك ولان زوايا كل مثلث مستقيم الاضلاع كقايمتين فزاويتي هحط ححك متساويتان بالشكل الخامس عشر وزاوية حجك اعظم من زاوية حهط فزاوية هطح القايمة اعظم من زاوية حكح لان الزوايا الثالث كل مثلث مستقيم الاضلاع كقايمتين بالمقدمة الثالثة فهي حادة وزاوية بطك قايمة بالشكل الثالث عشر فاذا اخرجنا خطا اب حد في جهة بد فهما يتلاقيان بالشكل الاول من الشكلين في جهة واحدة من الخط الواقع لقايمتين وذلك ما اردنا ان نبين ۞ ونعود الي تقرير مسايل الكتاب ۞

الط

كل خط مستقيم وقع علي خطين مستقيمين متوازيين فالمتبادلتان من الزوايا الحادثه متساويتان والخارجة كالداخلة المقابلة لها والداخلتان في جهة من الخط كقايمتين

ليكن خط ه ر المستقيم وقع علي خطي ا ب ج د المتوازيين علي نقطتي ح ط فاقول ان زاوية ا ح ط كزاوية د ط ح المبادله لها وان زاوية ه ح ب كزاوية ح ط د الخارجة والداخله وان داخلتي ب ح ط د ط ح كقايمتين برهانه فلان زاوية ا ح ط لو لم يكن كزاوية د ط ح لكانت اعظم منها او اصغر فان كانت اعظم وهي مع زاوية ب ح ط كقايمتين بالشكل الثالث عشر فزاويتا ب ح ط ح ط د يكونان اقل من قايمتين فخطا ا ب ج د اذا اخرجا في جهة ب د فانهما يتلاقيان بالقضية التي برهنا عليها وهما متوازيين هذا خلف وان كانت زاوية ا ح ط اصغر من زاوية د ط ح فزاويتا ج ط ح د ط ح معا كقايمتين بالشكل الثالث عشر فزاويتا ج ط ح ا ح ط معا اقل قايمتين فخطا ا ب ج د ان اخرجا في جهة ا ج فانهما يتلاقيان بالقضية وهما متوازيان هذا خلف فزاويتا ا ح ط ح ط د متساويتان وزاوية ه ح ب كزاوية ا ح ط بالشكل الخامس عشر فزاويتا ه ح ب ح ط د متساويتان وزاوية ب ح ط مع زاوية ا ح ط كقايمتين بالشكل الثالث عشر فهي مع زاوية ح ط د كقايمتين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

واستبان منه ان كل خطين مستقيمين في سطح مستو اما متوازيان واما متسامتان لانه اذا وقع عليهما خط مستقيم فالزاويتان الحادثتان الداخلتان في جهة واحدة من الخط الواقع اما قايمتان او اقل منهما فعلي التقدير الاول هما متوازيان وعلي التقدير الثاني ملتقيان اذا اخرجا في تلك الجهة فهما متسامتان وهذا ما وعدنا التنبيه عليه ۞

ل

جميع الخطوط الموازية لخط بعينه ولا يكون تلك الخطوط علي سمت واحد فهي متوازية

ليكن خطا ا ب ج د موازيين لخط ه ر فاقول انهما متوازيان برهانه لنقطع خط ح ط المستقيم خطوط ا ب ه ر ج د علي نقط ك ل م فلان

زاوية

[illegible] كزاوية [illegible] المتبادلة [illegible]
[illegible] بالشكل المتقدم وزاويتا [illegible]
[illegible] متساويتان [illegible]
[illegible] بالشكل السابع والعشرين [illegible]
[illegible] ۞

لا

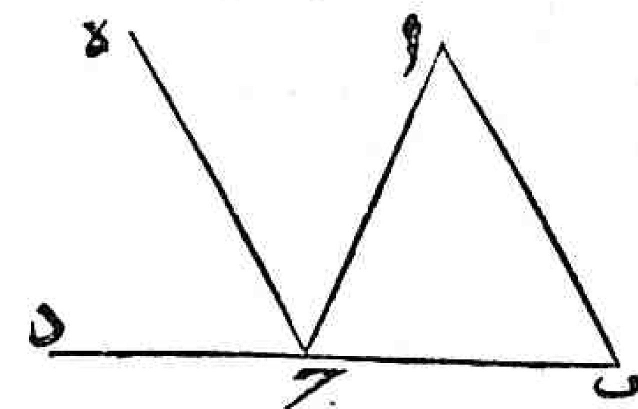
لنا ان نخرج من اي نقطة في سطح خطا موازيا لخط مستقيم مفروض في ذلك السطح مباين للنقطة المفروضة

لتكن النقطة ا والخط ب ج فاقول انا نخرج من نقطة ا خطا موازيا لخط ب ج برهانه [illegible] نقطة كيف ما اتفقت ونصل [illegible] مستقيم ونعمل علي نقطة [illegible] بالشكل الثالث والعشرين ونخرج [illegible] في الجهة [illegible] فلان زاوية [illegible] بالشكل السابع والعشرين وذلك ما اردنا ان نبين ۞

لب

كل مثلث مستقيم الاضلاع اخرج من احدي اضلاعه خط فالزاوية الخارجة تساوي مجموع الزاويتين الداخلتين المقابلتين لها وان الزوايا الثلث من اي مثلث مساوية لقايمتين ۞

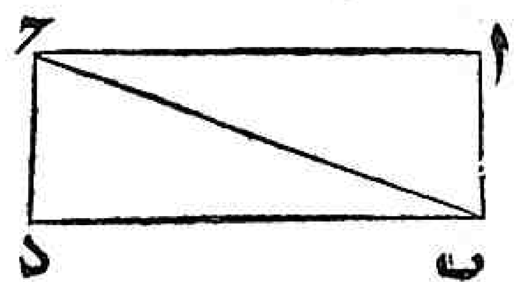
لنخرج ضلع ب ج من مثلث ا ب ج الي د علي استقامته فاقول ان زاوية ا ج د مجموع زاويتي ا ب ج ب ا ج وان هاتين الزاويتين مع زاويه ا ج ب كقايمتين برهانه نخرج من نقطة ج خط ج ه يوازي ا ب بالشكل المتقدم فلان زاوية [illegible] كزاوية [illegible] وزاوية ه ج د



كزاوية اب ج بالتاسع والعشرين فزاوية ا ج د كزاويتي اب ج ب ا ج ولان زاويتي ا ج ب ا ج د كقايمتين بالشكل الثالث عشر فزاوية ا ج د كزاويتي اب ج ب ا ج فهما مع زاوية ا ج ب كقايمتين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبـــــين ۞

لج

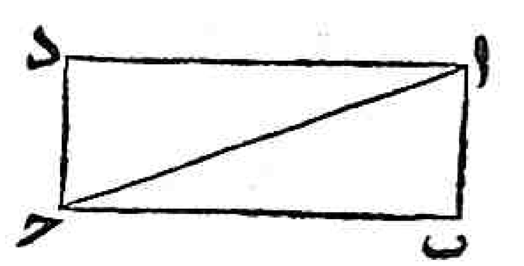
جميع الخطوط المستقيمة المتقابلة الواقعة بين اطراف الخطوط المتوازية المتساوية متساوية ومتوازية



ولنصل بين اطراف خطي اب ج د المتوازيين المتساويين خطا ا ج ب د فاقول انهما متوازيان متساويان برهــانه انا نصل بين نقطتي ب ج بخط مستقيم فلان زاويتي اب ج ب ج د من مثلثي ب ا ج د ج ب متساويتان بالشكل التاسع والعشرين لتوازي ضلعي اب ج د وضلعا اب ج د متساويان وضلع ب ج مشترك بينهما فبالشكل الرابع ضلع ا ج كضلع ب د فزاوية ا ج ب كزاوية ج ب د فبالشكل التاسع والعشرين ا ج يوازي ب د فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبـــين ۞

لد

كل ضلعين متقابلين والزاويتين المتقابلتين من اي السطوح المتوازية الاضلاع متساويان واقطارها تنصفهـــــا

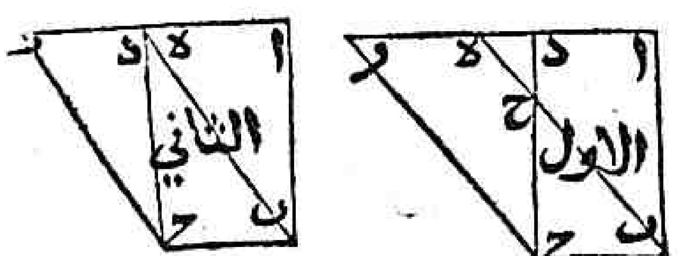


ليكن اب ج د متوازي الاضلاع فاقول كلا من ضلعي اد ب ج المتقابلين متساويان وكلا من زاويتي ب ا د ب ج د اب ج ا د ج المتقابلتين متســاويتين برهــانه نصل ا ج بخط مستقيم فلان زاويتي ا ج د د ا ج تساويان زاويتا ج ا ب ب ج ا من مثلث اب ج كل لنظيرتها بالشكل التاسع والعشرين وضلع ا ج مشترك فبالشكل السادس والعشرين الاضلاع والزوايا الباقية المناظرة منهما متساويــة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبـــــين ۞

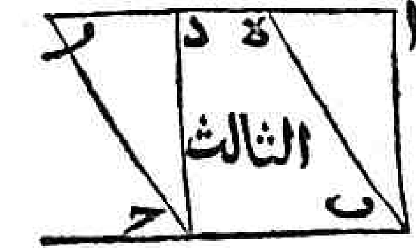
له

جمــــيع السطوح المتوازية الاضلاع الكاينة على

قاعدة واحدة في جهــة واحدة بين خطين متوازيين بعينهما متساويـــــة ۞



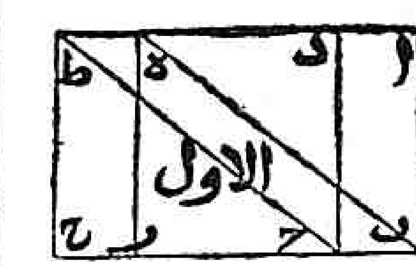
ليكن سطحا اب ج د ب ج ز ه متوازيا الاضلاع كاينين على قاعدة ب ج في جهة ا ز وبين خطي ب ج ا ز المتوازيين وخط ب ه قاطع خط ج د على نقطة ح فاقول ان سطحي ا ج ب ز متساويان برهــانه فلان سطحي ا ج ب ز متوازي الاضلاع فبالشكل المتقدم ضلع اب كضلع ج د وكل من ضلعي اد ه ز كضلع ب ج فهما متساويان ونجعل د ه مشتركا بينهما فضلعا ا ه د ز متساويان وزاوية ز د ج كزاوية ه ا ب بالشكل التاسع والعشرين فبالشكل الرابع مثلث اب ه كمثلث ز د ج فاذا اسقطنا منهما مثلث ه د ح المشترك بينهما بقي منحرف اب ح د كمنحرف ز ه ح ج فاذا اضفنا الى كل من المنحرفين مثلث ب ح ج عاد سطحا ا ج ب ز متساويين وذلك ما اردنا ان نبـــــين ۞



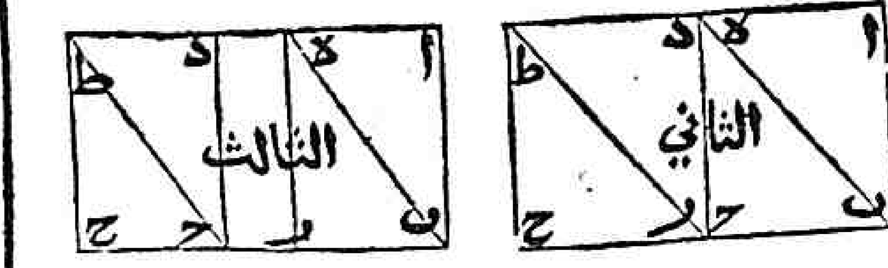
ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان نقطة ه يمكن ان يقع بين نقطتي د ز او على نقطة د او فيمــا بــين نقطتي ا د هكذا ويبان كما ذكرنا والباقي ظاهر منـــــــه ۞

لو

جمــــيع السطوح المتوازية الاضلاع الكاينة على قواعد متســاوية في جهــة واحدة وبين خطين متوازيين بعينهما متساويـــــة ۞



ليكن سطحا اب ج د ه ز ح ط متوازيا الاضلاع كاينين على قاعدتي ب ج ز ح المتساويتين فاقول انهمــا متساويان برهــانه فلان ب ج يساوي ز ح و ه ط مساو لز ح بالشكل الرابع والثلثين فه ط يساوي ب ج وهو يوازيه فنصل بين كل من نقطتي ب ه ج ط بخط مستقيم يتحصل سطح ب ط متوازي الاضلاع لتوازي خط ب ه ج ط لوقوعهما بين خطي ه ط ب ج المتوازيين المتساويين بالشكل الثالث والثلثين فلان كلا من سطحي ا ج ه ح يساوي سطح ب ط فهما متساويان وذلك ما اردنا ان نبـــــين ۞



ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان نقطة ﻫ اما ان تقع بين نقطتي د ز او على نقطة د او فيما بين نقطتي ا د هكذا والبيان كالاول والباقي ظاهر منه



جميع المثلثات الكاينة على قاعدة واحدة في جهة واحدة وبين خطين متوازيين بعينهما متساوية

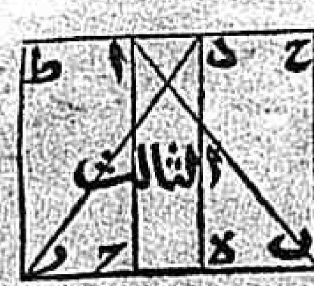
لنكن مثلثا ا ب ج د ب ج على قاعدة ب ج [illegible] كقايمتين بالشكل التاسع والعشرين [illegible] اقل من قايمتين [illegible] التقاء ا د [illegible] متساويان بالشكل الخامس والثلثين [illegible] الرابع والثلثين [illegible] د ج ب والسطحان متساويان فمثلثا ا ب ج د ج ب متساويان وذلك ما اردنا ان نبين

جميع المثلثات الكاينة على قواعد متساوية في جهة واحدة وبين خطين متوازيين بعينهما متساوية

لنكن مثلثا ا ب ج د ﻫ ز على قاعدتي ب ج ﻫ ز من خط [illegible] المجاورة لزاوية ا ب ج كقايمتين بالشكل التاسع والعشرين [illegible] ا ب ج اقل من قايمتين [illegible] نقطة ح [illegible] استقامتهما في جهة ط [illegible]



السادس

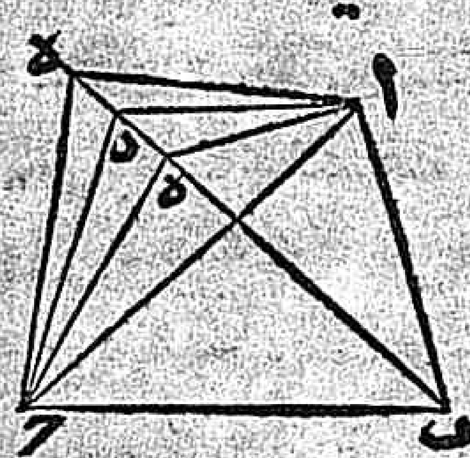


السادس والثلثين وهما ضعفا مثلثي ا ب ج د ﻫ ز بالشكل الرابع والثلثين فهما متساويان وذلك ما اردنا ان نبين

ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان نقطة ﻫ يمكن ان يقع بين نقطتي ج ز او على نقطة ج او بين نقطتي ب ج وهكذا والاول بيناه والباقي ظاهر منه

لط

جميع المثلثات المتساوية الكاينة على قاعدة واحدة في جهة واحدة كاينة بين خطين متوازيين بعينهما

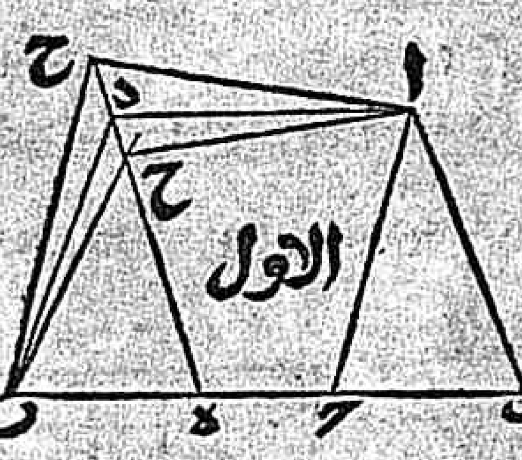


لنكن مثلثا ا ب ج د ب ج الكاينان على قاعدة ب ج في جهة ا د متساويين فاقول انهما بين خطين متوازيين بعينهما برهانه نصل بين نقطتي ا د بخط مستقيم فهو مواز لقاعدة ب ج والا لكان المتوازي لها خط ا ﻫ المنتهي الى خط ب د لكون زاويتي ا ب د ﻫ ا ب اقل من قايمتين اذ مجموع زاويتي ﻫ ا ب ا ب ج كقايمتين بالشكل التاسع والعشرين فلبنته على نقطة ﻫ فنصل بين نقطتي ج ﻫ بخط مستقيم فمثلث ب ج ﻫ كمثلث ا ب ج بالشكل السابع والثلثين وكان مثلث ب د ج مساويا لمثلث ا ب ج فمثلث ب ج ﻫ يساوي مثلث د ب ج فالجزء مثل الكل وذلك ما اردنا ان نبين

ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان نقطة ﻫ اما ان تقع بين نقطتي ب د او خارجا عنهما في جهة د والبيان في الكل واحد

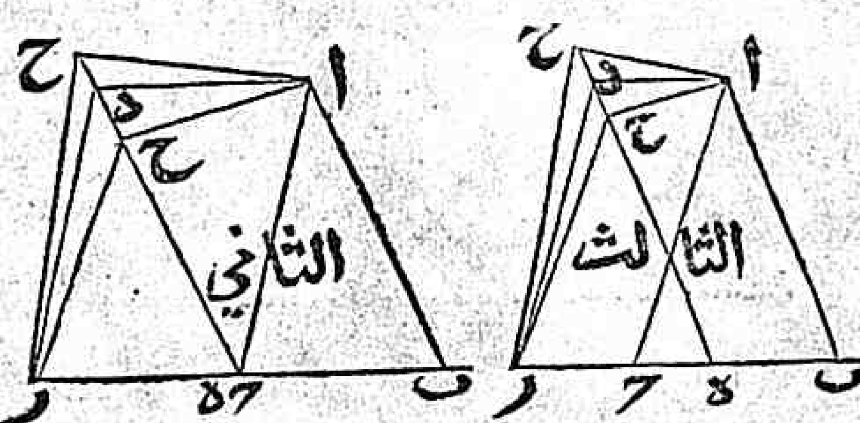
م

جميع المثلثات المتساوية الكاينة على قواعد متساوية من خط بعينه في جهة واحدة فهي بين خطين متوازيين بعينهما



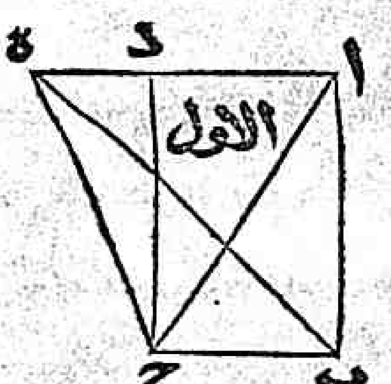
لنكن مثلثا ا ب ج د ﻫ ز على قاعدتي ب ج ﻫ ز برهانه نصل بين نقطتي ا د بخط مستقيم فاقول انهما بين خطين متوازيين انه مواز لخط ب ز والا لكان الموازي له خط ا ح المنتهي الى خط د ﻫ وعلى نقطة ح ونصل ح ز بخط مستقيم فمثلث ح ﻫ ز كمثلث ا ب ج بالشكل الثامن والثلثين وكان مثلث د ﻫ ز مساويا له فيكون مثلث ح ﻫ ز كمثلث

دهز فجز الشي يساوي كله هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان نقطة ح اما ان يقع بين نقطتي ه ز او خارجا عنهما في جهة د مع وقوع نقطة ه بين نقطتي ج ز او علي نقطة ج او بين نقطتي ب ج هكذا والبيان في الكل واحد ۞

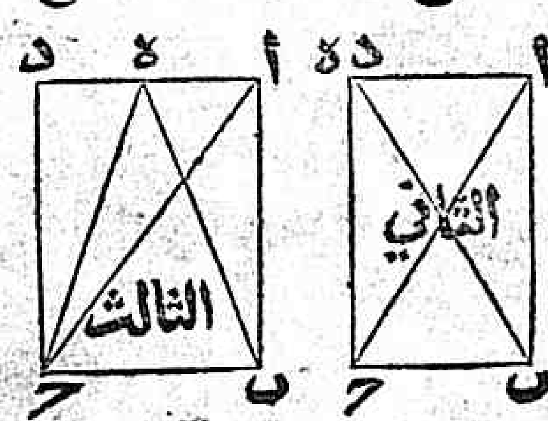


ما

جميع السطوح المتوازية الاضلاع والمثلثات الكاينة علي قاعدة واحدة في جهة واحدة وبين خطين متوازيين بعينهما فان اي سطح هو ضعف اي مثلث من تلك المثلثات ۞



لبكن سطح ابجد المتوازي الاضلاع ومثلث هبج علي قاعدة بج وبين خطي بج اه المتوازيين فاقول ان سطح اج ضعف مثلث بجه برهانه نصل بين نقطتي ا ج بخط مستقيم فمثلثا ابج بجه متساويان بالشكل السابع والثلثين وسطح ابجد ضعف مثلث ابج بالشكل الرابع والثلثين فهو ضعف مثلث بجه وذلك ما اردنا ان نبين ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان نقطة ه اما ان تقع خارجا عن نقطتي ا د او علي احدهما او فيما بينهما هكذا والبيان في الكل واحد ۞



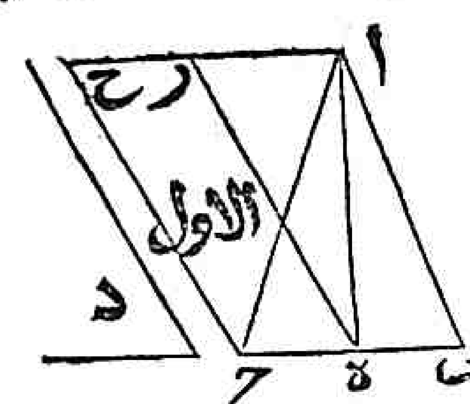
مب

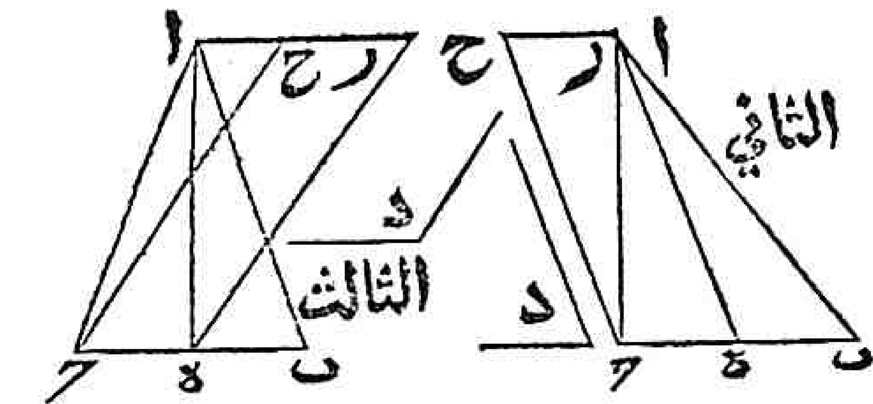
لنا ان نرسم سطحا متوازي الاضلاع يساوي مثلث مستقيم الاضلاع المفروض وتكون زاوية من زوايا السطح كزاوية مفروضة مستقيم الخطين ۞

لبكن المثلث ابج والزاوية د فننصف بج علي نقطة ه بالشكل العاشر ونصل بين نقطتي ا ه بخط مستقيم ونرسم علي نقطة ه من خط

جه

جه زاوية جهز كزاوية د المفروضة بالشكل الثالث والعشرين ونخرج من نقطة ج خط جح في جهة ا يوازي هز ومن نقطة ا خط اح في جهة ح يوازي بج بالشكل الواحد والثلثين فلان زاوية حاج مع الزاوية المجاورة لزاوية اجب كقايمتين بالشكل التاسع والعشرين فزاويتا حاج اجح اقل من قايمتين فخطي اح جح يتلاقيان اذا اخرجا علي استقامتهما في جهة ح فليتلاقيا علي نقطة ح ولنقطع خط اح خط هز علي نقطة ز فلان زاويتي حاه اهج كقايمتين بالشكل التاسع والعشرين فاقول ان سطح هح كمثلث ابج برهانه فلان مثلثي ابه اهج متساويان بالشكل الثامن والثلثين فمثلث ابج ضعف مثلث اهج وسطح هح ضعف مثلث اهج بالشكل المتقدم فسطح هح كمثلث ابج وزاوية زهج كزاوية د فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان ضلع زه اما ان يقع بين ضلعي اه هج او ينطبق علي ضلع اه او يقطع اب هكذا والبرهان في الكل واحد ۞

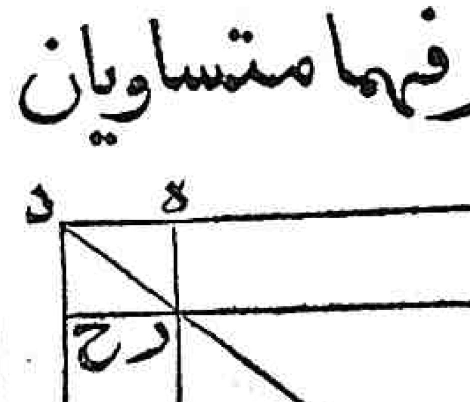




مج

كل سطحين متوازي الاضلاع يقعان في سطح متوازي الاضلاع عن جنبتي قطره يشاركانه في زاويتين ويتصلان علي نقطة من القطر فهما متساويان

لبكن سطحا اهزط حزكج المتوازيي الاضلاع يقعان في سطح ابجد المتوازي الاضلاع ويشاركانه في زاويتي باد بجد ويتصلان علي نقطة ز من قطر بد فاقول انهما متساويان برهانه فلان مثلثي باد بجد متساويان وكذلك مثلثا بطز بكز ومثلثا دهز دحز بالشكل الرابع والثلثين فاذا القينا مثلثي دهز بطز من مثلث باد ومثلثي بكز دحز من مثلث دجب يبقي سطح از كسطح زج وذلك ما اردنا ان نبين ۞ ويقال لسطحي از زج المتممان ولاي واحد منهما متمم ۞



مد

لنا ان نرسم علي كل خط مستقيم محدود سطحا متوازي الاضلاع يساوي مثلثا مفروضا واحدي زوايا كزاوية مفروضة

لبكن الخط المفروض اب و المثلث المفروض جده والزاوية المفروضة عليها نقطة ز فاقول لنا ان نرسم علي خط اب سطحا متوازي الاضلاع يساوي مثلث جده ويساوي احدي زواياه زاوية ز برهانه ننصف ضلع ده علي نقطة ك ونصل جك بخط مستقيم ونرسم علي خط هك سطح كهصع المتوازي الاضلاع يساوي مثلث جده وتكون زاوية هكع منه كزاوية ز بالشكل الثاني والاربعين ونخرج اب في جهة ب علي استقامته الي غير النهاية ونرسم علي نقطة ب من الخط المخرج زاوية يبح كزاوية هكع بالشكل الثالث والعشرين ونفصل من بي خطا كخط كه ولبكن بي ونفصل بح كخط كع بالشكل الثالث ونخرج من نقطتي ح ي خطي حط يط في جهة ب من خط اب موازي لخطي بي بح بالشكل الواحد والثلثين فلانا اذا وصلنا بين نقطتي ح ي بخط مستقيم كانت الزاوية المجاورة لزاوية حاب مع زاوية يحط كقايمتين بالشكل التاسع والعشرين فزاويتا طحي طيح اقل من قايمتين فخطا حط يط يتلاقيان فليتلاقيا علي نقطة ط فسطح حي يساوي سطح كص ويبين ذلك بانطباق واحدهما علي الاخر بحيث ينطبق خط كه علي خط بي ونقطة ك علي نقطة ب ونقطة ه علي نقطة ي فتنطبق ضلع كع علي ضلع بح لتساوي زاويتي هكع يبح فتنطبق نقطة ع علي نقطة ح لتساوي خطي كع بح فينطبق ضلع هص علي ضلع يط لتساوي زاويتي بيط كهص فينطبق ضلع هص علي ضلع يط لان كل واحدة من زاويتي عكه كهص حبي بيط كقايمتين بالشكل التاسع والعشرين وزاوية هكع كزاوية حبي فتنطبق نقطة ص علي نقطة ط لتساوي ضلعي يط هص فينطبق ضلع عص علي ضلع حط والا يلزم خطين مستقيمين بسطح هذا خلف ونخرج خط حط في جهة ح علي استقامته الي غير النهاية

النهاية ونفصل منه حل يساوي اب بالشكل الثالث ونصل بين نقطتي ل ب بخط مستقيم ونصل بين نقطتي ا ل بخط مستقيم فهو موازٍ لخط يط بالشكل الثالث والثلثين فزاويتا الط يطل كقايمتين بالشكل التاسع والعشرين فزاويتا يطل بلط اقل من قايمتين فاذا اخرجا خطي لب يط الي جهة بي فانهما يتلاقيان فليتلاقيا علي نقطة م ونخرج منها خط من موازيا لخط لط بالشكل الواحد والثلثين فلان زاوية المجاورة لزاوية ملط مع زاوية لمن كقايمتين بالشكل التاسع والعشرين فزاويتا الم لمن اقل من قايمتين فاذا اخرجنا خطا لم من الي جهة ن فهما يتلاقيان فليتلاقيا علي نقطة ن ونخرج بح الي جهة ب علي استقامته الي ان ينتهي الي خط من فلينته الي نقطة س فلان متمم اس كمتمم حي بالشكل المتقدم وسطح هع كسطح حي فمتمم اس كسطح هع وكان مثلث جده كسطح هع فمتمم اس كمثلث جده وزاوية ابس من متمم اس كزاوية حبي بالشكل الخامس عشر وكانت زاوية ز كزاوية حبي فزاوية ابس كزاوية ز فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞ واستبان منه انه اذا كان سطح كثير الاضلاع المستقيم فان لنا ان نرسم علي خط مستقيم محدود سطحا متوازي الاضلاع يساويه وتكون احدي زواياه كزاوية مفروضة لان كثير الاضلاع اذا كان ذا اربعة اضلاع ينقسم الي مثلثين واذا كان ذا خمسة اضلاع فالي ثلث مثلثات وان كان ذا ستة اضلاع فالي اربعة مثلثات وعلي هذا النسق ينقص اعداد المثلثات عن اعداد الاضلاع بعددين ثم اقول

مه

لنا ان نرسم علي كل خط مستقيم مفروض محدود سطحا تكون متوازي الاضلاع المستقيمة يساوي سطحا مفروضا مستقيم الاضلاع ويساوي احدي زواياه زاوية مفروضة ۞

لبكن السطح المفروض ابجد والزاوية المفروضة ل والخط المفروض هط فاقول لنا ان نرسم علي خط هط سطحا متوازي الاضلاع يساوي سطح ابجد واحدي زواياه كزاوية ل برهانه نصل بين نقطتي ا ج بخط مستقيم ونرسم علي هط سطح هطيز المتوازي الاضلاع يساوي مثلث ابج وزاوية

ره ط منه كزاوية ل بالشكل المتقدم ونرسم علي ر ك المساوي لخط ه ط بالشكل الرابع والثلثين سطح ر ك م ح المتوازي الاضلاع مساويا لمثلث ا ح د وزاوية ح ر ك منه كزاوية ر ه ط بالشكل المتقدم فلان زاويتي ر ه ط ه ر ك كقايمتين بالشكل التاسع والعشرين وزاوية ح ر ك كزاوية ر ه ط فزاويتا ه ر ك ح ر ك كقايمتين فخط ه ر ح خط مستقيم بالشكل الرابع عشر فزاوية ح ر ك كزاوية ر ك ط بالشكل التاسع والعشرين وبهذا الشكل ايضا ح ر ك مع زاوية ر ك م كقايمتين فزاويتا ر ك ط ر ك م كقايمتين فخط ط ك م خط مستقيم بالشكل الرابع عشر ولان سطح ه ك كمثلث ا ب ح فسطح ه م كسطح ا ح وزاوية ح ه ط كزاوية ل وضلعا ه ط ح م موازيان ضلع ر ك فهما متوازيان فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

وهذا الشكل لم يذكره الحجاج في كتابه وقد وجد في نسخة ثابت والحق انه لا يحتاج اليه بعد الشكل المتقدم وذلك لان طريقة اقليدس في كتابه هذا انه اذا كان شكل او مقدمة شكل يستبين من الاشكال المتقدمة لم يجعله شكلا من اشكال كتابه ولا نخرج المقدمة من القوة الي الفعل بل لم يذكر شيئا منها اعتمادا علي اذهان من يحاول حل كتابه هذا لانه يتكلم علي الاصول اذ هي مضبوطة والفروع لانهاية لها وانا اسقطته ايضا من اصل الكتاب وجعلته استبانة من الشكل المتقدم وان كنت ذكرته بالفعل لان طريقتي في هذا الكتاب تقتضي ذلك ۞

مو

لنا ان نعمل علي كل خط مستقيم محدود مربعا

فليكن الخط ا ب فنخرج من نقطة ا عليه عمود ا ح باستبانة الشكل الحادي عشر ونفصل منه خط ا ح كخط ا ب بالشكل الثالث ونخرج من نقطتي ب ح في جهة زاوية ح ا ب خطين موازيين لخطي ا ح ا ب كل لنظيره بالشكل الواحد والثلثين فهما يتلاقيان لانا اذا وصلنا بين نقطتي ب ح بخط مستقيم كانت زاوية د ح ب مع الزاوية المجاورة لزاوية ا ب ح كقايمتين بالشكل التاسع والعشرين فزاويتا د ح ب د ب ح اقل من قايمتين فليلتقيا علي نقطة د فلان زاوية ح ا ب قايمة فكل واحدة من زاويتا ا ب د ب د ح قايمة بالشكل التاسع والعشرين والاضلاع المتقابلة من سطح ا د متساوية بالشكل التاسع والثلثين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

مز

كل مثلث قايم الزاوية فان مربع وترها يساوي

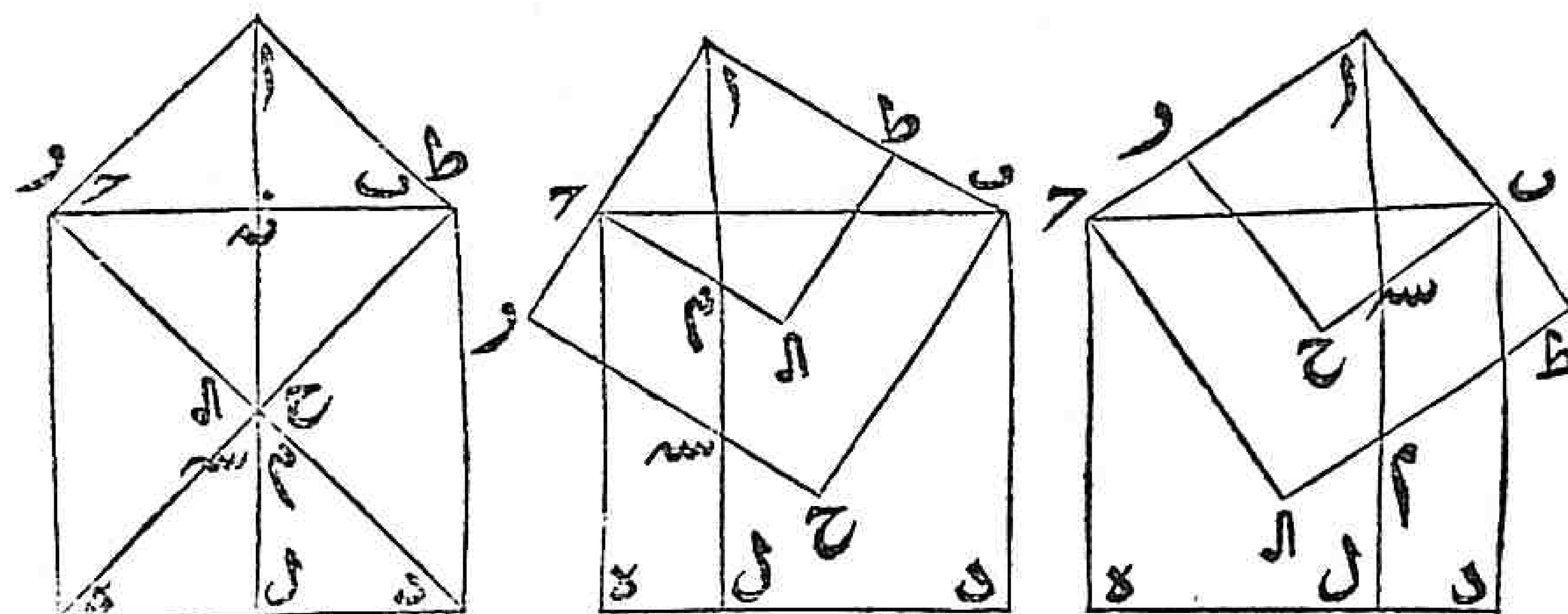
مجموع

مجموع مربعي الضلعين المحيطين بها ۞

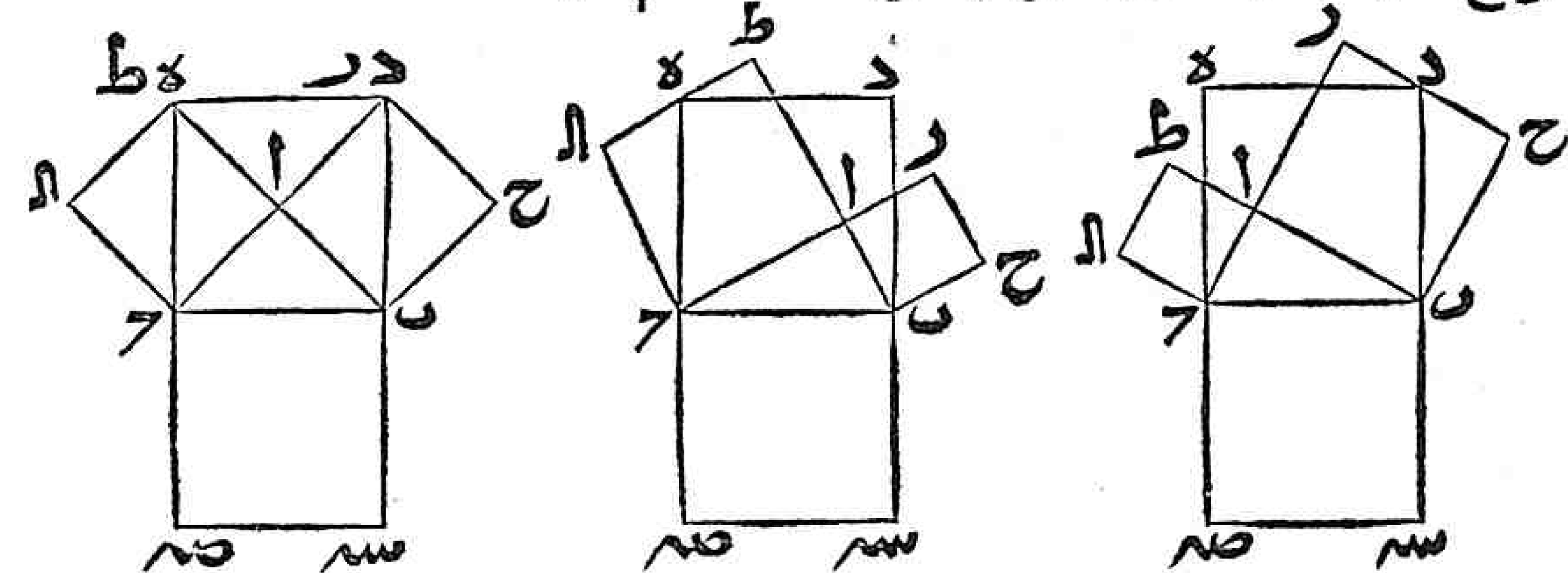
ليكن الزاوية ب ا ح من مثلث ا ب ح قايمة فاقول ان مربع ب ح يساوي مجموع مربعي ا ب ا ح برهانه نرسم علي اضلاع مثلث ا ب ح مربعات ب د ه ح ا ح ك ط ا ب ح ر بالشكل المتقدم ونخرج من نقطة ا خط ا ل موازيا لخط ب د بالشكل الواحد والثلثين فلان زاويتي ا ب د ب ا ل كقايمتين بالشكل التاسع والعشرين وزاوية ا ب د اعظم من قايمة فزاوية ب ا ل اصغر منها فخط ا ل يقطع خط ب ح اذا اخرجناه علي استقامته في تلك الجهة الي غير النهاية فليقع خط ب ح علي نقطة ن ولينته الي خط د ه علي نقطة ل ونصل بين كل واحدة من نقطتي ا د ا ه ح ح ب ك بخط مستقيم فلان كل واحدة من زوايا ب ا ح ب ا ر ح ا ط قايمة فخطا ا ح ا ر خط مستقيم وكذلك ا ب ا ط بالشكل الرابع عشر ولان كل واحدة من زاويتي ح ب ا ب ا ر قايمة فخط ا ر يوازي خط ب ح ولان كل واحدة من زاويتي ا ح ك ح ا ط قايمة فخط ا ط يوازي ح ك بالشكل الثامن والعشرين واذا اخذنا زاوية ا ب ح مع كل واحدة من زاويتي ح ب د ا ب ح يكون زاوية ا ب د كزاوية ح ب ح من مثلثي ا ب د ح ب ح وضلعا ا ب ب د كضلعي ب ح ب ح فبالشكل الرابع مثلث ا ب د كمثلث ح ب ح لكن سطح ب ل المتوازي الاضلاع ضعف مثلث ا ب د ومربع ا ح ضعف مثلث ح ب ح بالشكل الواحد والاربعين فمربع ا ب كسطح ب ل ولان كل واحدة من زاويتي ب ح ه ا ح ك قايمة فناخذ زاوية ا ح ب مع كل واحدة منهما فتكون زاويتا ا ح ه ب ح ك متساويتين والاضلاع المحيطة بهما متساوية علي التناظر فبالشكل الرابع مثلث ا ح ه كمثلث ح ب ك لكن مربع ا ك ضعف مثلث ب ح ك وسطح ح ل ضعف مثلث ا ح ه بالشكل الواحد والاربعين فمربع ا ك كسطح ح ل فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان مربع ب ه اما ان يقع في جهة القاعدة من زاوية ب ا ح او ينطبق علي مثلث ا ب ح وعلي التقديرين فمربعا ا ح ا ك اما ان يقعا غير منطبقين علي مثلث ا ب ح او منطبقين عليه او يقع مربع ا ح منطبقا عليه ومربع ا ك غير منطبق او بالعكس وهذه ثمانية اوجه اما الاول فقد بيناه وله ثلثة اوضاع بحسب ضلعي ا ب ا ح بالتساوي والصغر والكبر وذلك ظاهر واما الثاني فضلع ا ر اما ان يكون مساويا لضلع ا ح او اعظم او اصغر منه فنقطة ر اما ان ينطبق علي

نقطة ج او يقع خارجا عن نقطتي ا ج او فيما بينهما وكذلك نقول في ضلعي اط اب ونقطة ط فنصل بين كل واحدة من نقطتي دج هك بخط مستقيم في الصورة الثلث فلان كل واحدة من زوايا ابح جبد اجك بجه قايمة فنلقي زاوية جبح من زاويتي ابح جبد وزاوية بجك من زاويتي اجك بجه في الصورة الثلث تبقي زاوية ابج كزاوية حبد وزاوية اجب كزاوية كجه والاضلاع المحيطة بالاولين والاخرين متساوية علي التناظر فبالشكل الرابع كل من زاويتي بحد جكه كزاوية باج فكل منهما قايمة فخط دحج مستقيم وكذلك خط طاه بالشكل الرابع عشر ولنقطع خطي دز هط خط نل علي نقطتي م س وضلع اب يوازي خط دز وضلع اج يوازي خط هط بالشكل الثامن والعشرين فبالشكل الخامس والثلثين كل واحد من مربع ابحج وسطح بل يساوي سطح اد وكل من مربع ابكج وسطح جل يساوي سطح اه فمربع بج كمربعي اب اج وهذه صورتها ☼



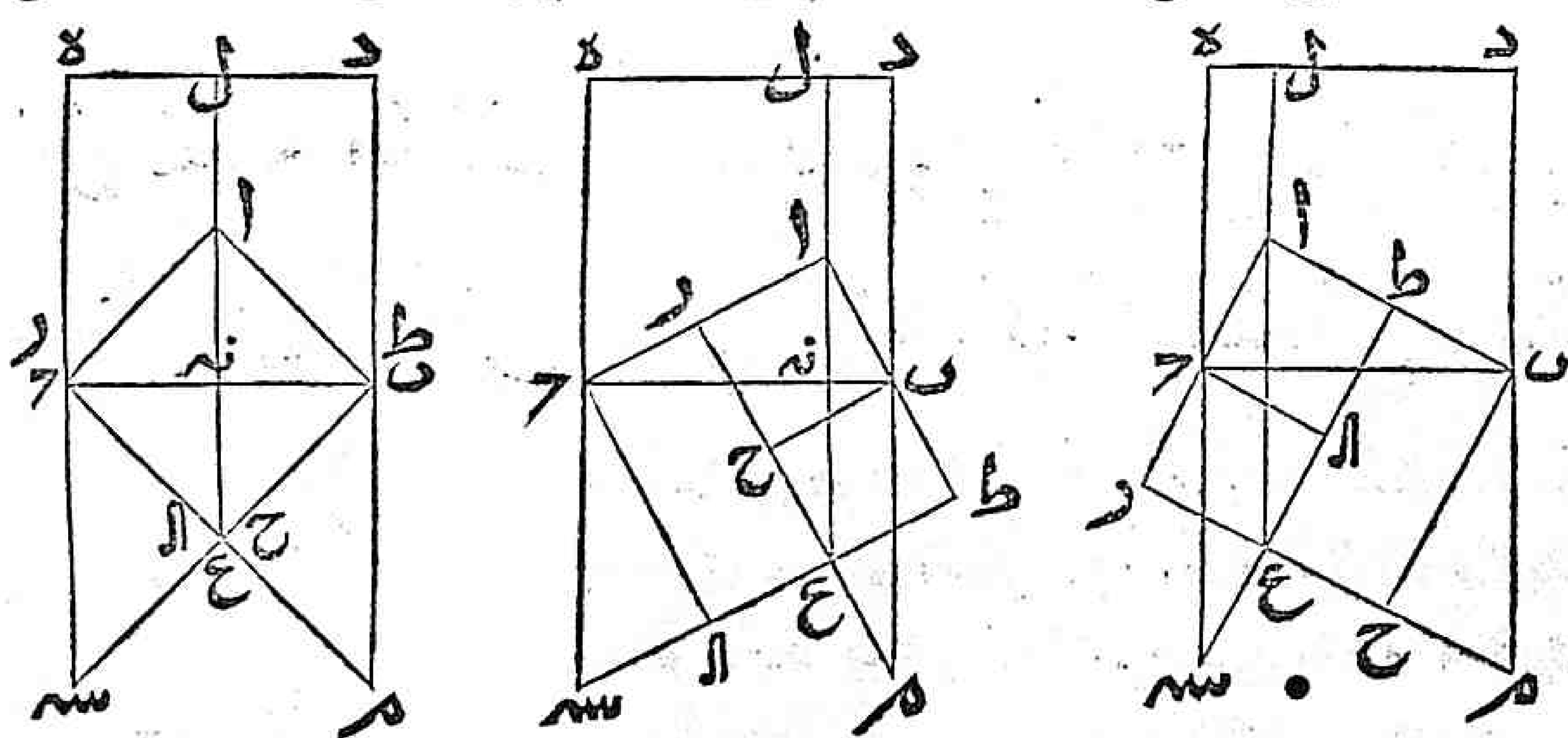
واما القسم الخامس يبين من القسم الاول لانا ان نعمل علي خط بج في جهة الاخري من جهتيه مربعا كمربع جبسص يكون مربع دبجه مساوي لمربع جبسص ومربعي اح اك مساويين لمربع جبسص فمربع دبجه يساوي مربعي اح اك فالحكم ثابت ☼



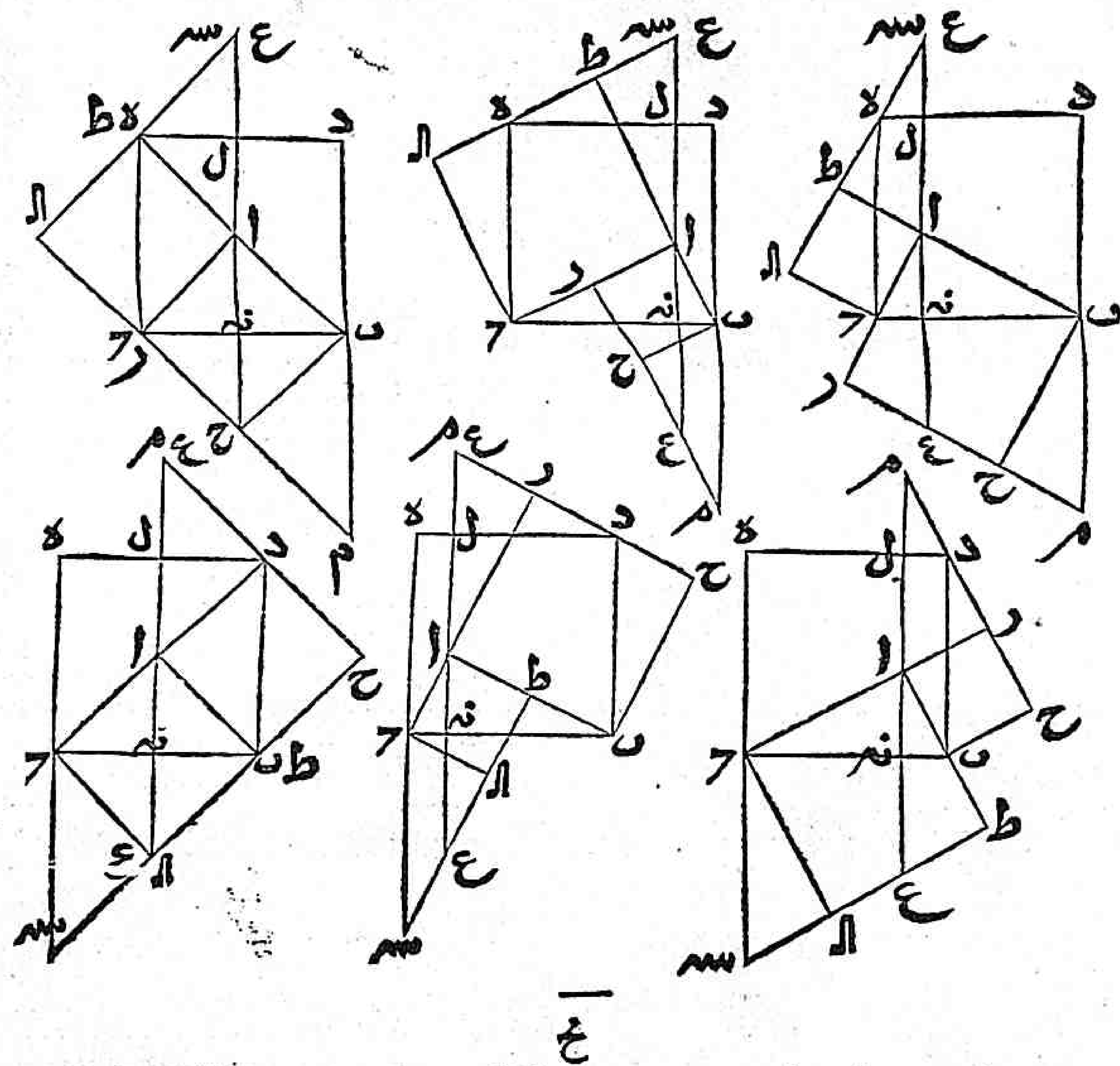
واما القسم السادس فنخرج ضلعي بح جك في الصورة الاولي الي نقطتي م س في جهة ح ك والي غير النهاية ونخرج ضلعي دب هج الي نقطتي م س فلان زاويتي جبم بجس كقايمتين بالشكل الثالث عشر فزاويتي

جبم

جبم بجح اقل من قايمتين وزاويتي بجس جبس اقل ايضا من قايمتين فخط دبم يلقي خط جم وخط هجس خط بس فيلقيان علي نقطتي م س ونصل بين نقطتي ح ن بخط مستقيم فلان زاويتي اجب اجب متساويتين بالشكل الخامس وزاويتي انب انج متساويتين وضلع ان مشترك فضلع بن كضلع نج بالشكل السادس والعشرين فلان ضلعي بن نح مساويين لضلعي جن نك كل لنظيره وخط بح كخط جك فزاوية بنح كزاوية جنك بالشكل الثامن فكل من زاويتي بنح جنك قايمة فخط لنح خط مستقيم بالشكل الرابع عشر ولان كل واحدة من زوايا ابح جبم اجك بجس قايمة فاذا اسقطنا زاويتي جبح بجك تبقي زاوية مبح كزاوية ابج وزاوية سجك كزاوية اجب وزاوية انب كزاوية انج لان كل واحدة منهما قايمة وضلع اب كضلع بح فضلع مب كضلع بج بالشكل السادس والعشرين وضلع دب يساوي ضلع بج فضلع دب كضلع بم وبمثله نبين ان ضلع هج كضلع جس فلان خط جم يوازي خط اب فمربع ابحج كشبيه بالمعين ابمج بالشكل الخامس والثلثين وسطح دبنل كشبيه بالمعين ابمج بالشكل السادس والثلثين فمربع ابحج كسطح دبنل وبمثله نبين ان مربع اكاب كسطح هجنل فمربع دبجه كمربعي اطحج اكاب ☼ وفي الصورة الثانية فنخرج ضلع زح في جهة ح الي غير النهاية ونخرج ضلع دب في جهة ب الي ان يلقي ضلع زم لان زاويتي بحم حبم اقل من قايمتين فيلقي علي نقطة م ونخرج لن في جهة ن الي ان يلقي ضلع زم علي نقطة ع ولان كل واحدة من زاويتي دبج حبط قايمة وزاوية دبا كزاوية طبم بالشكل الخامس عشر فباقي زاوية مبح كزاوية جبا وزاوية باج كزاوية بحم لان كل واحدة منهما قايمة وضلع با كضلع بح فضلع مب كضلع بج وضلع بد كضلع بج فضلع دب كضلع بم ولان خط زم يوازي خط اب فمربع ابحز كشبيه بالمعين ابمع وسطح لدبن كشبيه بالمعين ابمع فمربع ابحز كسطح

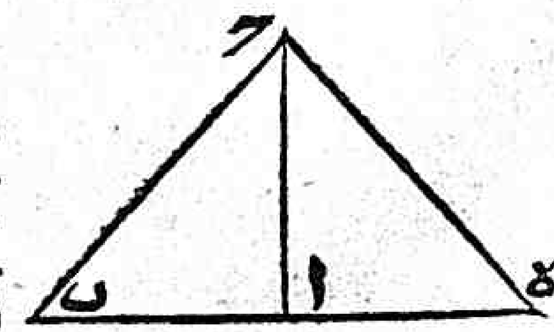


لدبن ونخرج ضلع هج في جهة ج الي غير النهاية ونخرج ضلع طك الي ان يلقي ضلع هج علي نقطة س فلان كل واحدة من زاويتي اجك بجس قايمة فاذا اسقطنا منهما زاوية بجك تبقي زاوية اجب كزاوية كجس وزاوية باج تساوي زاوية سكج لان كل واحدة منهما قايمة وضلع اج كضلع جك فضلع بج كضلع جس بالشكل السادس والعشرين فخط هج كخط جس فمربع اطكج كشبيه بالمعين اعسج بالشكل الخامس والثلثين وسطح لنجه كشبيه بالمعين اعسج بالشكل السادس والثلثين فمربع اطكج كسطح لنجه فمربع دبجه كمربعي ابح زاطكج وبمثله نبين في الصورة الثالثة فالحكم ثابت واما القسم السابع والثامن فيتبين من الخامس والسادس وهذا صورها



ح

كل ضلع مثلث مربعه يساوي مربعي الضلعين الباقيين فان الزاوية التي يوترها ذلك الضلع قايمة



وليكن مربع ضلع بج من مثلث ابج يساوي مربعي ضلعي اب اج فاقول ان زاوية باج قايمة برهانه نخرج من نقطة ا عمود اه علي خط اج باستبانة الشكل الحادي عشر ونفصل

ونفصل منه اه كاب بالشكل الثالث فيكون مربعا اه اب متساويين ونصل جه بخط مستقيم فمربع جه كمربعي اج اه بالشكل المتقدم وكان مربع بج كمربعي اب اج فمربعا بج جه متساويان فوتر بج كوتر جه فاضلاع مثلثي ابج اهج المتناظرة متساوية فمثلث جاب كمثلث جاه وساير الزوايا كساير الزوايا المتناظرة بالشكل الثامن فزاوية باج المساوية لزاوية جاه القايمة قايمة وذلك ما اردنا ان نبين تمت المقالة الاولي

المقالة الثانية اربعة عشر شكلا

المصادرات

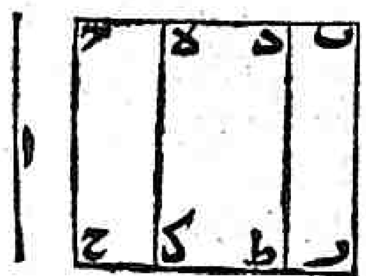
المصادرات يسمي كل ضلعين يحيطان بزاوية من اي سطح متوازي الاضلاع القايم الزوايا المحيطان بذلك السطح و يسمي مجموع المتممين مع احد السطحين المتوازي الاضلاع الكاينين علي قطر السطح المشاركين له بزاوية والمتممين بضلعين العلم وانا اذا قلت سطح الخط في الخط اريد به سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا حاصلا من احاطة الخطين به ۞

الاشكال

ا

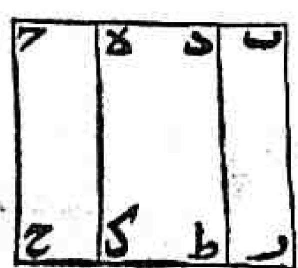
كل سطح قايم الزوايا يحيط به خطان مستقيمان فانه يساوي سطوح احد الخطين في جميع اقسام الاخر

ليكن احد الخطين ا والاخر بج مقسوما علي نقطتي د ه كيف ما اتفق فاقول ان سطح ا في بج يساوي مجموع سطوح ا في بد ده هج برهانه نخرج من نقطة ب عمود بز علي بج باستبانة الشكل الحادي عشر من الاولي ونفصل منه خط بز كخط ا بالشكل الثالث من الاولي



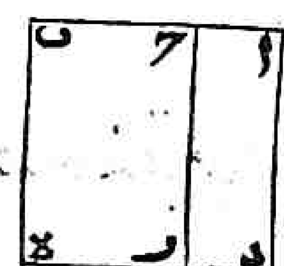
ونخرج من نقطتي ز ج خطي زح جح في جهة زج موازيين لخطي بج بز كل لنظيره بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فلا بد وان يتلاقيا لانا اذا وصلنا بين نقطتي زج بخط مستقيم كانت زاوية حزج مع الزاوية المجاورة لزاوية زجب كقايمتين بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فزاويتا حزج حجز اقل من قايمتين فليتلاقيا علي نقطة ح ونخرج

من نقطتي د ه خطي دط هل في جهة رح علي استقامتها موازيين لخط ب ر بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فيكونان متوازيين وموازيين لخط حح بالشكل الثلثين من الاولي الي ان ينتهيا الي خط رح ولينتهيا الي نقطتي ط ل فلان زاوية ربح قايمة وخطا رح بح متوازيان وخطوط بر دط هل حح متوازية فكل من الزوايا التي عند نقط د ه ط ل ح قايمة بالشكل التاسع والعشرين من الاولي وكل من خطوط دط هل حح يساوي عمود بر بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فكل منهما يساوي خط آ فسطح بح المساوي لسطح بر في بح يساوي سطح آ في بح وسطح بط الحاصل من سطح بر في بد يساوي سطح آ في بد وسطح دل الحاصل من سطح دط في ده يساوي سطح آ في ده وسطح هح الحاصل من سطح هل في هح يساوي آ في هح ومجموعها يساوي سطح بح فسطح آ في بح يساوي مجموع سطوح آ في اقسام بح وذلك ما اردنا ان نبين واستبان منه ان جميع سطوح كل واحد من اقسام احد الخطين المحدودين في كل واحد من اقسام الخط الاخر يساوي سطح احد الخطين في الاخر ۞



ب

كل خط مستقيم محدود مقسوم علي نقطة او اكثر فان مربعه يساوي مجموع سطوحه في كل واحد من قسميه او اقسامه ۞

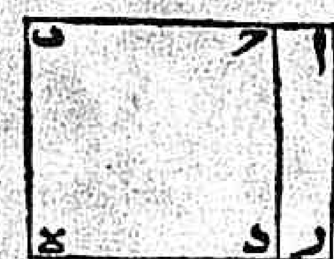


ليكن خط آب خطا مستقيما محدودا مقسوما علي نقطة ح فاقول ان مربع آب يساوي مجموع سطحي آب في اح بح برهانه نرسم علي خط آب مربع ادهب بالشكل السادس والاربعين من الاولي فكل من زواياه قايمة واضلاعه متساوية ومتوازية ونخرج من نقطة ح خط حر في جهة د يوازي آد بالشكل الواحد والثلثين من الاولي ونخرجه علي استقامته الي ان ينتهي الي خط ده علي نقطة ر فهو موازٍ لخط به بالشكل الثلثين من الاولي ولان كل من اب ده قد وقعا علي آد حر به المتوازية وكل من زوايا د ه ب آ قايمة فكل من الزاويتين الواقعتين عند نقطة ر ونقطة ح قايمة بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فسطحا آر رب متوازيان الاضلاع قايم الزوايا وسطح آر حاصل من سطح آد المساوي لخط اب في اح وسطح بر حاصل من سطح به المساوي لخط اب في بح فسطحا آر رب المساويان لمربع آه يساويان لمجموع سطحي اب في اح بح فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان

ان نبين وبمثله تبين لو كانت الاقسام اكثر من اثنين ۞

ح

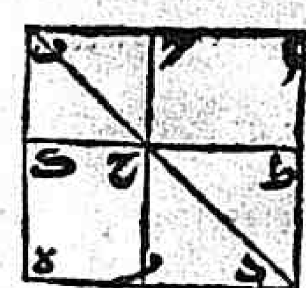
كل خط مستقيم محدود مقسوم علي نقطة فان سطحه في احد قسميه يساوي مربع ذلك القسم وسطحه في القسم الاخر منه ۞



ليكن الخط آب مقسوما علي نقطة ح فاقول ان سطح آب في بح يساوي مربع بح وسطح بح في اح برهانه نرسم علي بح مربع بحده بالشكل السادس والاربعين من الاولي فاضلاعه المتقابلة متوازية وزواياه قوايم ونخرج من نقطة آ خط آر في جهة د موازيا لخط به بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فهو موازٍ لخط حد بالشكل الثلثين من الاولي ونخرج آر ده في جهة ر علي استقامتهما الي ان يتلاقيان لانا اذا وصلنا بين نقطتي آ ه بخط مستقيم كانت زاويتا راه ده آ اقل من قايمتين لكون زاوية بهد قايمة وخط آر موازٍ لخط به فيكون زاوية راب قايمة بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فليتلاقيا علي نقطة ر فسطح آد متوازي الاضلاع وقايم الزوايا ولان سطح آه حاصل من سطح اب في به وبح يساوي به فسطح اب في بح كسطح آه وسطح آد حاصل من سطح اح في حد وبح يساوي حد فسطح اح في حب يساوي سطح آد ومربع حه هو مربع حب فسطح آه يساوي مجموع مربع بد وسطح آد فسطح اب في بح يساوي مربع بح وسطح اح في حب وذلك ما اردنا ان نبين ۞

د

كل خط مستقيم محدود مقسوم علي نقطة فان مربعه لمجموع مربعي قسميه وضعف سطح احدهما في الاخر ۞



ليكن الخط آب مقسوما علي نقطة ح فاقول ان مربع اب لمجموع مربعي اح حب وضعف سطح اح في حب برهانه نرسم علي خط آب مربع آدهب بالشكل السادس والاربعين من الاولي فاضلاعه متوازية متساوية وزواياه قوايم ونخرج قطر بد ومن نقطة ح خط حر موازيا لضلع آد بالشكل الواحد والثلثين من الاولي وضلع

به يوازي ضلع اد فخط حر يوازي به بالشكل الثلثين من الاولي فخط حر يقطع القطر وينتهي الي ضلع ده اذا اخرجناه علي استقامته في جهة ه فليقطع علي نقطة ح ولينته علي نقطة ر ونخرج من نقطة ح خط اح ط موازيا لضلع اب بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فهو مواز لضلع ده بالشكل الثلثين من الاولي فاذا اخرجناه في جهتيه ينتهي الي ضلعي اد به فلينته علي نقطتي ا ط ولان الاشكال الواقعه في مربع اه متوازية الاضلاع وزوايا المربع قوايم فكل من زوايا تلك الاشكال قايمة بالشكل التاسع والعشرين من الاولي ولان ضلعي اب اد متساويان فزاويتا ابد ادب متساويتان بالشكل الخامس من الاولي وزاوية حح ب كزاوية ادح بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فزاويتا حح ب حب ح متساويتان فضلع حح كضلع حب بالشكل السادس من الاولي ولان ضلع طا يوازي ضلع اب فزاوية طحد كزاوية ابد بالشكل السادس والعشرين من الاولي فزاويتا طدح طحد متساويتان فضلع طح كضلع طد بالشكل السادش من الاولي والاضلاع المتقابلة من السطوح المتوازية الاضلاع متساوية بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فسطحا طر حا مربعان ومتمم اح حاصل من سطح اح في حح وحح كخط بح فتمم اح يساوي سطح اح في حب ومتمما اح حه متساويان بالشكل الثالث والاربعين من الاولي فهما يساويان ضعف سطح اح في حب وضلع اح كضلع طح بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فمربع اح كمربع طر فمربعا ضلعي اح حب يساويان مربعي طر حا وهما مع متممي اح حه يساوي مربع اه فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

واستبان منه ان جميع السطوح المتوازية الاضلاع الكاينة علي اقطار المربعات اذا كانت اضلاعها موازية لاضلاع المربعات النظير للنظيره وان المربعات الكاينة في المربعات المشاركة لها في زاوية من زواياه انما يقع علي اقطارها ۞

ه

كل خط مستقيم محدود نصف وقسم بمختلفين فسطح احد القسمين في القسم الاخر مع مربع الفصل بين نصف الخط وتمام نصف الاخر يساوي مربع نصفه ۞

ليكن

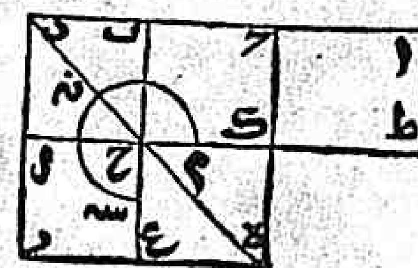
ليكن الخط اب منصفا علي ح ومقسوما علي د فاقول ان سطح اد في دب مع مربع حد يساوي مربع بح برهانه نرسم علي بح مربع حه رب بالشكل السادس والاربعين من الاولي ونخرج قطر به ومن نقطة د خط دع في جهة ه موازيا لضلع حه بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فهو مواز لضلع بر بالشكل الثلثين من الاولي ونخرج الي ان يقطع القطر وينتهي الي ضلع ه ر فليقطع علي نقطة ح ولينته الي نقطة ع ونخرج من نقطة ح خط ال موازيا بالخط اب بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فهو مواز لضلع ه ر بالشكل الثلثين من الاولي ونخرجه في جهتيه الي ان ينتهي الي ضلع ب ر علي نقطة ا ويقطع ضلع حه علي نقطة ل ونخرجه في تلك الجهة الي غير النهاية ونفصل منه لط كخط اح بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين نقطتي ا ط بخط مستقيم فهو مواز لضلع حل بالشكل الثالث والثلثين من الاولي فكل من سطحي دا لع مربع باستبانة الشكل المتقدم ولان خط اح كخط حب فسطح ال كسطح لب بالشكل السادس والثلثين من الاولي ومتمم حر كمتمم حح بالشكل الثالث والاربعين من الاولي باحد مربع دا مشتركا بينهما فسطح در كسطح حا فسطح ال كسطح در فاذا اخذنا متمم حح مشتركا بين سطحي ال در كان سطح اح كعلم م ن س وسطح اح حاصل من سطح اد في دح وضلع دب كضلع دح فسطح اد في دب كسطح اح وكان علم م ن س كسطح اح فسطح اد في دب كعلم م ن س ولان خط حد كخط لح بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فمربع حد يساوي مربع لع وهو مع علم م ن س كمربع حر فسطح اد في دب مع مربع حد يساوي مربع حب وذلك ما اردنا ان نبين ۞

و

كل خط مستقيم محدود نصف وزيد عليه خط اخر مستقيم محدود علي استقامته فسطح الخط مع الزيادة في الزيادة ومربع النصف معًا يساويان مربع نصف الخط مع الزيادة ۞

ليكن الخط اب منصفا علي ح والمزيد عليه خط بد علي استقامته فاقول ان سطح اد في دب مع مربع حب كمربع حد برهانه نرسم علي حد مربع حه رد بالشكل السادس

والاربعين من الاولي ونخرج قطر ده ونخرج من نقطة ب خط بع في جهة ز موازيا لضع جه بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فهو مواز لضلع در بالشكل الثلثين من الاولي ونخرجه علي استقامته الي ان يقطع القطر وينتهي الي ضلع ەر فليقطع علي نقطة ح



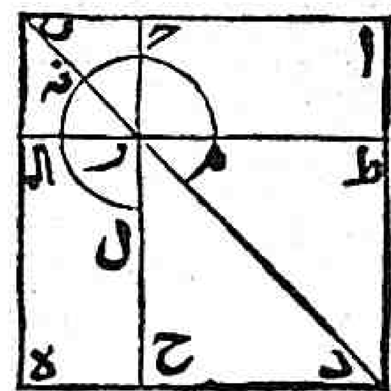
ولينته الي نقطة ع ونخرج من نقطة ح خط حل موازيا لضلع اب بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فهو مواز لضلع ەر بالشكل الثلثين من الاولي فينتهي الي ضلع در ويقطع ضلع جه فلينته الي نقطة ل وليقطع علي نقطة ك ونخرجه علي استقامته في جهة ك الي غير النهاية ونفصل منه كط مساويا لخط اج بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين نقطتي ا ط بخط مستقيم فهو مواز لخط جك بالشكل الثالث والثلثين من الاولي ولان اج جب متساويان فسطح اك كسطح كب بالشكل السادس والثلثين من الاولي ومتمم حر كمتمم حج بالشكل الثالث والاربعين من الاولي فسطح اك كمتمم حر وناخذ سطح دك مشتركا بين سطحي اك حر فيكون علم م ن س مساويا لسطح ال وكل من سطحي بل كع مربع باستبانة الشكل الرابع فضلع بد كضلع دل فسطح اد في دب يساوي سطح ال فعلم م ن س يساوي سطح اد في دب وضلع جب كضلع كح بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فمربع جب يساوي مربع كع وهو مع علم م ن س يساوي مربع جر فسطح اد في دب مع مربع جب يساوي مربع جد وذلك ما اردنا ان نبـــين ۞

ز

كل خط مستقيم محدود مقسوم علي نقطة فان مربعه مع مربع احد قسميه يساوي ضعف سطح الخط كله في ذلك القسم مع مربع القسم الاخر

ليكن الخط المستقيم اب مقسوما علي نقطة ج كيف اتفق فاقول ان مربعي اب بج يساويان ضعف سطح اب في بج مع مربع اج برهانه نرسم علي خط اب مربع ادەب بالشكل السادس والاربعين من الاولي ونخرج قطر بد ومن نقطة ج خط جح موازيا لضلع اد بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فهو مواز لضلع به بالشكل الثلثين من الاولي فيقطع القطر وينتهي الي ضلع ده فليقطع علي نقطة ز ولينته الي نقطة ح ونخرج من نقطة ز خط كرط يوازي اب بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فهو مواز لضلع ده بالشكل الثلثين من الاولي فهو ينتهي

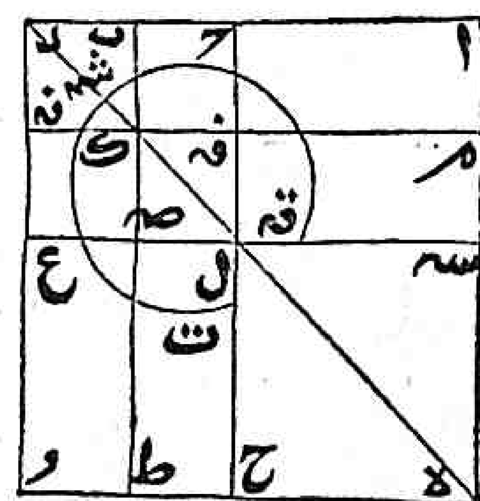
ينتهي الي ضلعي اد به فلينتهي علي نقطتي ط ك فكل من سطحي طح جك مربع باستبانة الشكل الرابع فلان متممي ار زه متساويان بالشكل الثالث والاربعين من الاولي وناخذ مربع جك مشتركا بينهما فيكون سطح اك كسطح جه وسطح اك حاصل من سطح اب في بك لكن بج يساوي بك لان سطح جك مربع فسطح اب في بج كسطح اك



وكان سطح جه كسطح اك فضعف سطح اب في بج يساوي علم م ن س مع مربع جك وضلع اج يساوي ضلع طر بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فمربع اج يساوي مربع طح فاذا اضفناه الي علم م ن س يحصل مربع اه فمربع طح اذا اضفناه الي علم م ن س ومربع جك يحصل ضعف سطح اب في بج ومربع اج اذا اضفناه اليها ايضا يحصل مربعا اه جك فضعف سطح اب في بج مع مربع اج يساويان مربعي اه جك فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبـــين ۞

ح

كل خط مستقيم محدود مقسوم علي نقطة ما فان سطحه في احد قسميه اربع مرات مع مربع قسمه الاخر يساوي مربع الخط كله اذا ازيد عليه خط اخر مستقيم علي استقامته مساويا للقسم الذي ضرب الخط كله فيـــه ۞



ليكن الخط اب مقسوما علي نقطة ج ونزيد عليه خط بد المستقيم علي استقامته مساويا لخط بج فاقول ان سطح اب في بج اربع مرات مع مربع اج يساوي مربع اد برهانه نرسم علي اد مربع اەرد بالشكل السادس والاربعين من الاولي ونخرج قطر ده ومن نقطتي ج ب خطي جح بط في جهة ه موازيين لخط اه بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فهما متوازيان وموازيان لخط در بالشكل الثلثين من الاولي ونخرجهما علي استقامتهما في تلك الجهة الي ان ينتهيا الي خط ەر فلينتهيا الي نقطتي ح ط فيقطعان القطر فليقطعاه علي نقطتي ل ك ونخرج منهما خطي ع ل س ن ك م في جهتيهما موازيين لضع اد بالشكل الواحد والثلثين من الاولي

فهما متوازيان وموازيان لخط هز بالشكل الثلثين من الاولي فلينتهيا الي خطي اه دز علي نقط س ع م ن فيقطعان خطي حج بط فليقطعاهما علي نقطتي ق ص فباستبانة الشكل الرابع يكون سطوح سح قص بن حع حل لع مربعات فضلع حد كضلع دع وبح يساوي بل فجميع سطوح بن حل لع قص مربعات متساويات ولان بح كخط بل فسطح اب في بح يساوي متمم ال ولان متممي ال لز متساويان بالشكل الثالث والاربعين من الاولي فهما معا يساويان ضعف سطح اب في بح ولان سطحي اق مل متساويان وكذلك لط صز بالشكل السادس والثلثين من الاولي ومتمما مل لط متساويان بالشكل الثالث والاربعين من الاولي فالسطوح الاربعة وهي اق مل لط صز متساويان فاذا ضيف مربع قص الي سطح مل حصل سطح مص مساويا لسطح ال بالشكل السادس والثلثين من الاولي واذا اضيف مربع بن الي سطح لط يكون الحاصل منهما سطحا مساويا لسطح لز بالشكل السادس والثلثين من الاولي فعلم قشت يساوي اربعة امثال سطح ال المساوي لاربعة امثال سطح اب في بح وخط اح يساوي خط سل بالشكل الرابع والثلثين من الاولي وسطح سح مربع سل فمربع اح يساوي مربع سح وعلم قشت مع مربع سح يساويان سطح از اعني مربع اد وهما يساويان اربعة امثال سطح اب في بح مع مربع اح فاربعة امثال سطح اب في بح مع مربع اح يساويان مربع اد وذلك ما اردنا ان نبين ۞

ط

كل خط مستقيم محدود نصف وقسم بمختلفين فان مربعي قسميه كضعف مربع النصف مع ضعف مربع الفصل بين النصف وكل واحد من قسميه ۞

ليكن الخط اب منصفا علي ح ومقسوما بمختلفين علي د فاقول ان مربعي اد دب معا كضعف مربع اح مع ضعف مربع حد برهانه نخرج من نقطة ح عمود حه علي خط اب بالشكل الحادي عشر من الاولي ونفصل منه حه مثل اح بالشكل الثالث

من الاولي ونصل بين كل من نقطتي اه به بخط مستقيم فلان كل واحد من ضلعي اح حه هح حب متساويان فكل من زاويتي حها حاه حبه حهب متساويتان بالشكل الخامس من الاولي وكل من زاويتي احه بحه قايمة فكل من زوايا اهح هاح حهب حبه نصف قايمة بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فزاوية اهب قايمة ونخرج من نقطة د في جهة ه خط دز موازيا لخط حه بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فينتهي الي ضلع به بين نقطتي ب ه والا يلزم احاطة خطين مستقيمين بسطح او كون الموازي ملاقيا لما هو موازله هذا خلف فلبنته علي نقطة ز فزاوية زدب كزاوية بحه القايمة بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فزاوية زدب قايمة وكانت زاوية حبه نصف قايمة فزاوية دزب نصف قايمة بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فضلع زد كضلع دب بالشكل السادس من الاولي فنفصل من حه حح مثل دز بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين نقطتي زح بخط مستقيم وكذلك بين نقطتي از فخط زح مساو وموازٍ لخط حد بالشكل الثالث والثلثين من الاولي ولان زاويتي هحز هزح كزاويتي هحب حبه بالشكل التاسع والعشرين من الاولي وزاوية هحب قايمة وزاوية حبه نصف قايمة فزاوية هحز قايمة وزاوية هزح نصف قايمة وكانت زاوية حهز نصف قايمة فضلع هح كضلع حز بالشكل السادس من الاولي ولان كل واحدة من زوايا احه اهز زحه ادز زدب قايمة ومربعا اح حه كمربع اه بالشكل السابع والاربعين من الاولي وهما ضعف مربع اح لتساوي اح حه ومربعا هح حز كمربع هز بالشكل السابع والاربعين من الاولي وهما ضعف مربع حز المساوي لضعف مربع حد لتساوي حز حد ومربع از يساوي مربعي اه هز بالشكل السابع والاربعين من الاولي فضعف مربع اح مع ضعف مربع حد يساويان مربع از ومربعا اد دز المساويان لمربعي اد دب يساويان مربع از بالشكل السابع والاربعين من الاولي فمربعي اح حب معا يساويان ضعف مربعي اح حد معا وذلك ما اردنا ان نبين ۞

ي

كل خط مستقيم محدود نصف ويزيد عليه خط مستقيم علي استقامته فمربع الخط مع الزيادة ومربع الزيادة معا يساويان ضعف مربع النصف وضعف مربع النصف مع الزيادة معاً ۞

ليكن الخط اب منصفا علي ج ومزيد عليه بد المستقيم علي استقامته فاقول ان مربع اد مع مربع بد يساويان ضعف مربع اج وضعف مربع جد معا برهانه نخرج من نقطة ج عمود جه علي اج بالشكل الحادي عشر من الاولي ونفصل منه جه كاج بالثالث من الاولي ونصل بين ه وكل من نقطتي ا ب بخط مستقيم ونخرج من نقطتي د ه في جهتي د ز خط دز موازيا لخط جه وخط هز موازيا لخط اج بالشكل الواحد و الثلثين من الاولي فهما يتلاقيان لان زاوية هجد قايمة فكل واحدة من زاويتي جهز جدز قايمة بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فاذا وصلنا بين نقطتي ه د بخط مستقيم تكون زاويتا زهد زده اقل من قايمتين فليتلاقيا علي نقطة ز ولان زاوية جهز قايمة فزاوية هزد قايمة بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فزاويتا بهز دزه اقل من قايمتين فاذا اخرجنا خطي هب زد في جهة د فيتلاقيان فليتلاقيا علي نقطة ح ونصل بين نقطتي ا ح بخط مستقيم ولان اضلاع اج جه جب متساوية فكل من زاويتي اهج جاه جهب جبه متساويتان بالشكل الخامس والثلثين من الاولي ولان كلا من زاويتي اجه هجب قايمة فكل من زوايا جاه اهج جهب جبه نصف قايمة بالشكل الثاني والثلثين من الاولي اذ بين فيه ان جميع زوايا مثلث كقايمتين فزاوية اهب قايمة ولان زاوية بدز قايمة فزاوية بدح قايمة بالشكل الثالث عشر من الاولي ولان زاوية جبه نصف قايمة فزاوية دبح المقابلة لها نصف قايمة بالشكل الخامس والعشرين من الاولي ولان زاوية جهز قايمة وزاوية جهب نصف قايمة فزاوية حهز نصف قايمة وزاوية هزح قايمة فزاوية زحه نصف قايمة بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فضلعا هز زح متساويان ولان كل واحدة من زاويتي دبح بحد نصف قايمة يكون ضلعا بد دح متساويين بالشكل السادس من الاولي ولان جد يساوي هز بالشكل الرابع والثلثين من الاولي ومربع هح لمربعي هز زح بالشكل السابع والاربعين من الاولي وهما ضعف مربع هز اعني ضعف مربع جد وبمثله تبين ان مربع اه ضعف مربع اج فضعف مربع اج مع ضعف مربع جد كمربع اح ومربعا اد دح المساويان لمربعي اد دب كمربع اح بالشكل السابع والاربعين من الاولي فمربعا اد دب معا يساويان ضعف مربع اج مع ضعف مربع جد فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

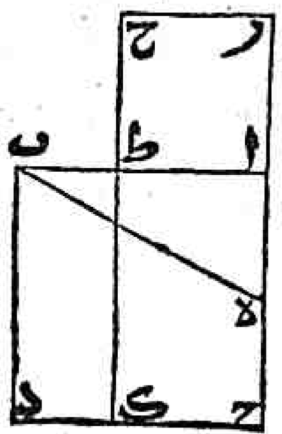
وانا بينت هذا الشكل بمقدمات اقل مما في الاصل فاقول نخرج من نقطتي ا د عمودي اه دح علي اد في جهة واحدة منه باستبانة الشكل الحادي عشر من الاولي ونخرجهما علي استقامتهما في تلك الجهة وندير علي نقطة ا وببعد اج دايرة جه فيقطع محيطها عمود اه فليقطع علي نقطة

نقطة ه وندير علي نقطة د وببعد دج دايرة جح فمحيطها تقطع عمود دح فليقطع علي نقطة ح ونصل بينها وبين كل واحدة من نقطتي ج ه بخط مستقيم ونصل بين نقطتي ه ج بخط مستقيم ونفصل من حد دز مثل اه بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين نقطتي ه ز بخط مستقيم فلان زاويتي هاد ادح قايمتين فخطا اه زد متوازيان بالشكل الثامن والعشرين من الاولي فخطا هز اد متوازيان ومتساويان بالشكل الثالث والثلثين من الاولي فلان د مركز دايرة جح فدج يساوي دح وكان دز مساويا لبج فزح يساوي بد وكل واحدة من زاويتي دجح دحج متساويتان بالشكل الخامس من الاولي وزاوية جدح قايمة فكل من زاويتي دجح دحج نصف قايمة بالشكل الثاني والثلثين من الاولي وبمثله تبين ان زاوية اجه نصف قايمة وزاوية اجه مع زاوية حجد كقايمتين بالشكل الثالث عشر من الاولي فزاوية حجه قايمة وزاوية هزح كزاوية ادز القايمة بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فهي قايمة ولان كل واحدة من زوايا هاج حدج هجح هزح قايمة فمربعا اه اج لمربع هج بالشكل السابع والاربعين من الاولي ومربعا اه اج لمربع هج بالشكل السابع والاربعين من الاولي ومربعا جد دح لمربع جح بالشكل السابع والاربعين من الاولي وهما ضعف مربع جد فضعف مربع اج لمربع هج وضعف مربع جد لمربع جح ومربعي هج جح لمربع هح فضعف مربع اج مع ضعف مربع جد لمربع هح ومربعا هز زح معا اعني مربعي اد دب معا يساويان مربع هح بالشكل السابع والاربعين من الاولي فمربعا اد دب معا كضعف مربع اج مع ضعف مربع جد وذلك ما اردنا ان نبين

يا

كل خط مستقيم محدود لنا ان نقسمه قسمة يكون سطحه في احد قسميه كمربع قسمة الاخر

ليكن الخط اب فنرسم عليه مربع اجدب بالشكل السادس والاربعين من الاولي وننصف ضلع اج علي نقطة ه بالشكل العاشر من الاولي ونصل ب ه بخط مستقيم فلان زاوية باه قايمة وهي مع زاوية ابه اقل من قايمتين بالشكل السابع عشر من الاولي فضلع به من مثلث ابه اعظم من ضلع اه بالشكل التاسع عشر من الاولي ونخرج ها في جهة ا علي استقامته الي غير النهاية ونفصل منه



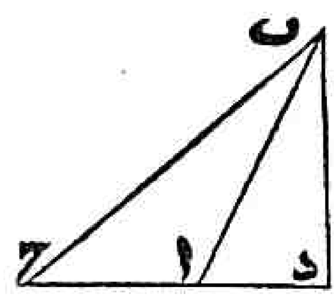
هز يساوي به بالشكل الثالث من الاولي فلان ضلعي آب آه معا اعظم من به بالشكل العشرين من الاولي وبه يساوي هز فضلعا آب آه معا اعظم من هز فاذا القينا آه المشترك يبقي آب اعظم من آز ونرسم علي خط آز في جهة مربع آد مربع ازحط بالشكل السادس والاربعين من الاولي فنقطة ط يقع بين نقطتي آ ب فلان اضلاع المربع متوازية بالشكل الخامس والاربعين من الاولي فضلع حط يوازي ضلع جز فيوازي ضلع بد بالشكل الثلثين من الاولي فاذا اخرجنا حط في جهة ط علي استقامته ينتهي الي ضلع جد فلينته علي نقطة ك فاقول ان سطح اب في بط كمربع اط برهانه فلان خط اج نصف علي ه وزيد عليه خط آز المستقيم المتناهي علي استقامته يكون سطح جز في آز مع مربع آه مساوي مربع هز بالشكل السادس لكن خط به مساو لخط هز فسطح جز في آز اعني سطح جح مع مربع آه يساويان مربع به ومربعي آه آب معا يساويان مربع به بالشكل السابع والاربعين من الاولي فسطح جح مع مربع آه يساويان مربعي اب آه معا فاذا القينا مربع آه المشترك بينهما بقي مربع اب مساويا لسطح جح فاذا القينا سطح آك المشترك بين سطحي جح جب يبقي مربع اح مساويا لسطح طد وهو حاصل من سطح بد المساوي لخط اب في بط فسطح اب في بط يساوي مربع اح الذي هو مربع خط اط فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

يب

كل مثلث منفرج الزاوية فان مربع الضلع الذي يوترها اعظم من مربعي الضلعين المحيطين بها بضعف سطح احدهما فيما وقع منه بعد اخراجه في جهة المنفرجة بينها وبين طرف العمود الخارج من طرف الضلع الاخر علي الضلع المخرج

ليكن المثلث ابج وزاوية باج من زواياه منفرجة ونخرج من احد طرفي اب اج عمودا علي الاخر فليخرج من نقطة ب عمود بد علي ضلع اج بالشكل الثاني عشر من الاولي فلا يقع علي نقطة آ والا لكانت القايمة كالمنفرجة ولا علي نقطة ج والا لكانت زاوية بجا قايمة وهي

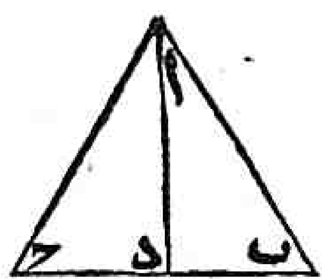
وهي حادة لان زاويتي باج اجب معا اقل من قايمتين بالشكل السابع عشر من الاولي وزاوية باج منفرجة فزاوية اجب حادة فالزاوية المجاورة لزاوية اجب منفرجة بالشكل الثالث عشر من الاولي ولا يقع فيما بين نقطتي آ ج ولا خارجا عنهما في جهة ج والا يلزم ان يكون زاويتا مثلث اعظم من قايمتين وهما اقل منهما بالشكل السابع عشر من الاولي فيقع علي ضلع آج بعد اخراجه في جهة آ فاقول ان مربع بج اعظم من مربعي اب اج بضعف سطح آج في آد برهانه فلان مربع بج يساوي مربعي بد دج بالشكل السابع والاربعين من الاولي ومربعا آد آج مع ضعف سطح آج في آد يساوي مربع دج بالشكل الرابع فمربع بج يساوي مربعان بد دا آج مع ضعف سطح آج في آد لكن مربع اب يساوي مربعي بد آد بالشكل السابع والاربعين من الاولي فمربع بج يساوي مربعي آب آج وضعف سطح آج في آد فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين



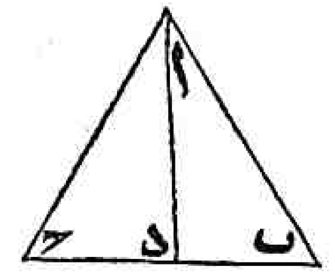
يج

مربع كل ضلع يوتر الزاوية الحادة من اي مثلث كان اصغر من مربعي الضلعين المحيطين بها بضعف سطح احدهما فيما يقع منه بين الزاوية الحادة والعمود الخارج من طرف الضلع الاخر عليه

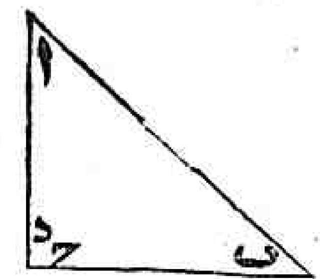
ليكن المثلث ابج والزاوية الحادة ابج ونخرج من احد طرفي احد ضلعي اب بج عمودا علي الاخر فلنخرج من نقطة آ عمود آد علي ضلع بج بالشكل الثاني عشر من الاولي فلا يقع علي احدي نقطتي ب ج ان كانت زاوية اجب ايضا حادة لانه حينيذ تكون الحادة قايمة هذا خلف ولا خارجا عنها لان الزاوية المجاورة للحادة منفرجة بالشكل الثالث عشر من الاولي فيلزم ان يكون زاويتا مثلث اعظم من قايمتين وهما اقل منهما بالشكل السابع عشر من الاولي فتقع فيما بين نقطتي ب ج وان كانت زاوية اجب قايمة فعمود آد ينطبق علي ضلع آج ونقطة د علي نقطة ج وان كانت منفرجة فالعمود يقع علي ضلع بج بعد اخراجه في جهة ج بمثلث ما بيناه في الشكل المتقدم فاقول ان مربع آج اصغر من مربعي اب بج بضعف سطح بج في بد برهانه اما القسم الاول فلان



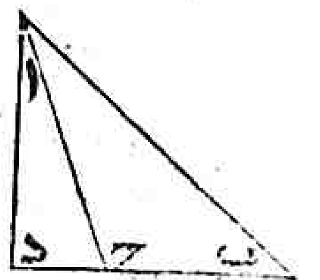
مربعي ب ج ب د يساويان ضعف سطح ب ج في ب د مع مربع د ج بالشكل السابع فاذا اخذنا مربع ا د مشتركا يكون مربعات ج ب ب د د ا مساوية



لضعف سطح ب ج في ب د مع مربعي د ج د ا لكن مربع ا ب يساوي مربعي ب د د ا بالشكل السابع والاربعين من الاولي لكون زاوية ا د ب قايمة فمربعا ا ب ب ج يساويان ضعف سطح ب ج في ب د مع مربعي د ج ا د لكن مربع ا ج كمربعي ا ج د ج بالشكل السابع والاربعين من الاولي لان زاوية ا د ج قايمة فمربعا ا ب ب ج معا يساويان ضعف سطح ب ج في ب د مع مربع ا ج فمجموع مربعي ا ب ب ج اعظم من مربع ا ج بضعف سطح ب ج في ج د فالحكم ثابت واما القسم الثاني فلان نقطة د منطبقة علي نقطة ج يكون سطح ب ج في ضلع ب د كمربع ب ج وزاوية ا ج ب قايمة فيكون



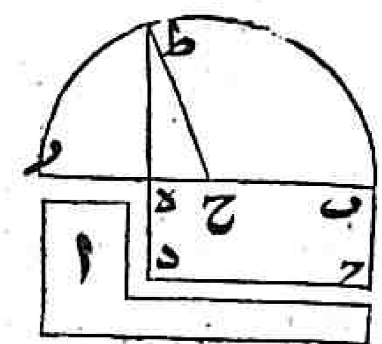
مربع ا ب كمربعي ا ج ب ج بالشكل السابع والاربعين من الاولي فيكون مربع ا ج اصغر من مربعي ا ب ب ج بضعف سطح ب ج في ب د اعني ضعف مربع ب ج واما القسم الثالث فلان مربع ا ب المساوي لمربعي ا د ب د بالشكل السابع والاربعين من الاولي اعظم من مربعي ا ج ج ب بضعف



سطح ب ج في ج د بالشكل المتقدم لكون زاوية ا ج ب منفرجة ومربع ا ج كمربعي ا د د ج بالشكل السابع والاربعين من الاولي فمربع ا ج اصغر من مربعي ا ب ب ج بضعف سطح د ج في ج ب مع ب ج لكن سطح د ج في ج ب مع ب ج كسطح ب د في ب ج بالشكل الثالث فمربع ا ج اصغر من مربعي ا ب ب ج بضعف سطح ب ج في ب د فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

يد

كل شكل مفروض مستقيم الاضلاع لنا ان نرسم مربعا يساويه ☼



ليكن الشكل المفروض المستقيم الاضلاع شكل ا فنرسم شكلا متوازي الاضلاع قايم الزوايا يساوي شكل ا باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو شكل ب ج د ه فان كان ضلع د ه كضلع ب ه وهما يساويان ضلعي ب ج ج د بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فشكل ب د مربع فقد رسمنا المربع والا فليكن احدهما اطول من الاخر وليكن ضلع ب ه اطولهما فنخرجه علي استقامته في جهة ه الي غير النهاية ونفصل منه ه ز كضلع د ه بالشكل الثالث من الاولي وننصف ب ز علي نقطة ح بالشكل العاشر من الاولي

ونرسم

ونرسم علي ب ز نصف دايرة ب ط ز ونخرج د ه علي استقامته الي ان ينتهي الي محيط ب ط ز فلينته الي نقطة ط ونصل ح ط بخط مستقيم فاقول ان ه ط ضلع مربع يساوي شكل ا برهانه فلان ب ز نصف علي نقطه ح وقسم بمختلفين علي نقطة ه فسطح ب ه في ه ز مع مربع ح ه يساوي مربع ح ز بالشكل الخامس لكن ح ز يساوي ح ط فسطح ب ه في ه ز مع مربع ه ح يساوي مربع ح ط لكن زاويه د ه ب قايمة فزاوية ب ه ط المجاورة لها قايمة بالشكل الثالث عشر من الاولي فمربعا ه ح ه ط يساويان مربع ح ط بالشكل السابع والاربعين من الاولي فسطح ب ه في ه ز مع مربع ه ح يساويان مربعي ه ح ه ط فاذا القينا مربع ه ح المشترك يبقي مربع ه ط مساويا لسطح ب ه في ه ز المساوي له د فيكون مساويا لسطح ب د وكان سطح ا كسطح ب د فمربع ه ط كسطح ا فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ☼ وبهذا الشكل يخرج حدود الصم تمت المقالة الثانية والحمد لله بلا نهاية ☼

المقالة الثالثة وهي خمسة وثلثون شكلا

الحدود

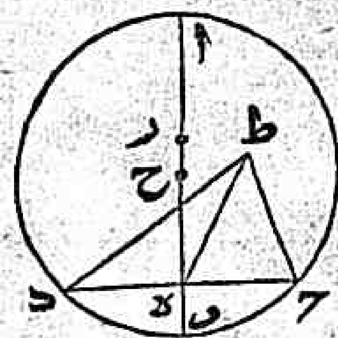
الدواير المتساوية هي التي اقطارها وانصاف اقطارها متساوية كل خط مستقيم يلقي الدايرة ولا يقطعها وان اخرج في جهتيه فهو مماس لتلك الدايرة والدواير المتماس هي المتلاقية الغير المتقاطعه ☼ بعد الوتر من المركز هو العمود الخارج من المركز الي الوتر الاوتار المتساوية الابعاد عن مركز الدايرة هي الاوتار التي تكون الاعمدة الخارجة من المركز اليها متساوية والاوتار التي هي ابعد من المركز هي التي اعمدتها اطول وزاوية القطعة زاوية يحيط بها الوتر وقوس ذلك الوتر ويقال للوتر قاعدة القطعة والزاوية التي في القطعة هي التي يحيط بها خطان مستقيمان يخرجان من طرفي قاعدة القطعة وينتهيان الي نقطة ما علي قوس تلك القطعة كل خطين مستقيمين يخرجان من نقطة ما علي محيط دايرة وينتهيان الي طرفي قوس من محيطها فالزاوية التي يحيط بها ذلك الخطان يقال لها انها علي تلك القوس وقطاع الدايرة شكل يحيط به خطان مستقيمان يخرجان من مركزها وقوس ينفرز بهما من محيط ذلك المركز والقطع المتشابهة هي التي تقبل زوايا متشابهة

الاشكال

ا

كل دائرة مفروضة لنا ان نجد مركزها

لتكن الدايرة المفروضة دايرة اب ونفرض علي محيطها نقطتي ج د متباينتين ونصل بينهما بخط مستقيم وننصفه علي نقطة ه بالشكل العاشر من الاولي ونخرج منها عمود اه علي خط جد بالشكل الحادي عشر من الاولي ونخرجه في جهتيه الي ان ينتهي الي المحيط فلينته الي نقطتي ا ب وننصف خط اب علي نقطة ح بالشكل العاشر من الاولي فاقول انها مركز دايرة اب برهانه فان لم تكن هي المركز لكانت نقطة اخري اما علي خط اب او علي سطح الدايرة فان كانت علي خط اب وليكن بين نقطتي ا ح مثلا وهي نقطة ز فيكون از نصف اب وكان اح نصف اب فيكون از يساوي اح فالجزء يساوي



كله هذا خلف وان كانت علي سطح الدايرة وليكن نقطة ط فنصل بينها وبين كل واحد من نقط ج ه د بخط مستقيم فلان نقطة ط مركز الدايرة داب يكون خطا جط دط متساويين وخط جه لخط ده وخط هط مشترك بين مثلثي جهط دهط فالزوايا المتناظرة منها متساوية بالشكل الثامن من الاولي فزاوية جهط كزاوية دهط فزاوية دهط قايمة وكانت زاوية اهد قايمة فيكون جزء الشي مساويا لكله هذا خلف فالمركز هو نقطة ح وذلك ما اردنا ان نبين ۞

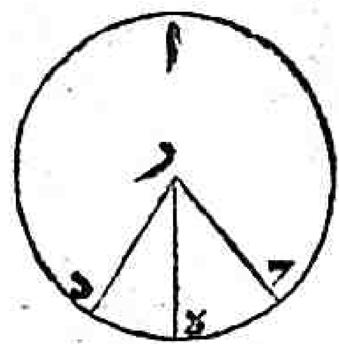
واستبان منه كل وتر نصّف وترا اخر من دايرة وقام عليه علي زوايا قايمة فانه يمر بالمركز ۞

ب

كل خط مستقيم واصل بين نقطتين علي محيط ايّ دائرة كانت فانَّه واقع داخل تلك الدائرة

ليكن علي محيط دايرة اب نقطتا ج د ووصل بينهما بخط جد المستقيم فاقول انه يقع داخل دايرة اب برهانه فلانه لو لم يقع خط جد داخلها لوقع خارجها او علي محيطها اما الاول فنجد مركز الدايرة بالشكل المتقدم وليكن نقطة ز ونرسم علي خط جد نقطة ه كيف ما اتفق ونصل بين المركز وكل واحدة من نقط ج د ه بخط مستقيم فخط زه لابد ان يقطع المحيط فليقطعه علي نقطة ب فلان زاويتي زجه زده متساويتان بالشكل

بالشكل الخامس من الاولي لتساوي ساقي زج زد وزاوية زهج الخارجة من مثلث زهد اعظم من زاوية زده بالشكل السادس عشر من الاولي فيكون زاوية زهج التي هي اعظم من زاوية زده المساويه لزاوية دجه اعظم من زاوية زجه فيكون زج المساوي لخط زب اعظم من ضلع زه بالشكل التاسع عشر من الاولي فخط زب يكون اعظم من ضلع زه فيكون جزء الشي اعظم من كله هذا خلف واما الثاني فيكون زاويتا زدب زجب متساويين بالشكل الخامس من الاولي ويكون زاوية زبج كزاوية زجب بالشكل الخامس من الاولي فيكون مساوية لزاوية زجب فيكون زاوية زبج الخارجة من مثلث زبد مساوية لزاوية زدب وهي اعظم منها بالشكل السادس عشر من الاولي هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

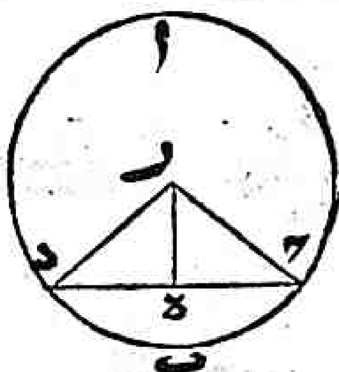


واستبان منه انه لا شيء من الخطوط المستقيمة يمكن ان ينطبق علي محيط دايرة وبالعكس ۞

ج

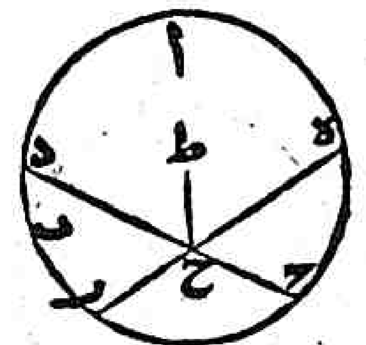
كل خط مستقيم خرج من مركز اي دايرة وانتهي الي اي وتر كان فيها فان كان عمودا علي الوتر فهو ينصفه وان كان ينصفه فهو عمود عليه

ليكن خط جد وترا في دايرة اب وخرج من نقطة ز المركز لدايرة اب خط زه المستقيم وانتهي الي وتر جد علي نقطة ه فاقول ان كان زه عمودا علي وتر جد فهو ينصف جد وان كان ينصفه فهو عمود عليه برهانه نصل بين كل واحدة من نقطتي ج د وبين المركز بخط مستقيم اما الاول فلان زاويتي زهج زهد من مثلثي زجه زده متساويتان وكذلك زاويتا زجه زده بالشكل الخامس من الاولي وضلع زه مشترك بين المثلثين فبالشكل السادس والعشرين من الاولي ضلع جه كضلع ده واما الثاني فلان الاضلاع المتناظرة من مثلثي زجه زده متساوية فزاوية زهج كزاوية زهد بالشكل الثامن من الاولي فخط زه عمود علي وتر جد وذلك ما اردنا ان نبين ۞



د

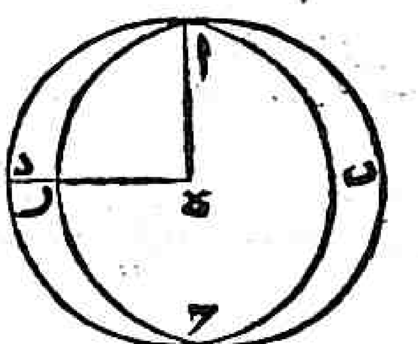
كل وترين في اي دايرة قطع احدهما الاخر علي غير المركز فلا يمكن ان يتناصفا



ليكن دايرة اب قد تقاطع فيها وترا جد هز علي نقطة ح غير المركز فاقول لا يمكن ان يتناصفا برهانه فان امكن فليتناصفا علي نقطة ح ونجد مركزها بالشكل الاول وهو نقطة ط ونصل حط بخط مستقيم فلان طح نصف كل واحد من وتري جد هز علي نقطة ح يكون عمودا عليها بالشكل المتقدم فيكون كل واحدة من زاويتي طحه طحج قايمة فيكون جزء الشي يساوي كله هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ☼

ه

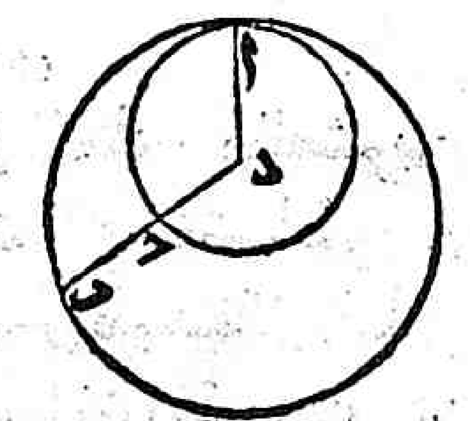
كل دايرتين متقاطعتين في سطح واحد فلا يمكن ان يكون مركزاهما واحدا



ليكن دايرتا ابج ادج قد تقاطعتا علي نقطتي ا ج فاقول لا يمكن ان يكون مركزاهما واحدا برهانه فان امكن فليكن نقطة ه مركزاهما فنصل بينها وبين كل واحدة من نقطتي ا د بخط مستقيم خط ده يقطع قوس اج علي نقطة ولكن نقطة ز فلان ه مركز دايرة ابج يكون هز مساويا لخط اه ولان ه مركز دايرة ادج يكون ده مساويا اه فيكون هز مساويا لهد هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ☼

و

كل دايرتين متماستين لا يمكن ان يكون مركزاهما واحدًا

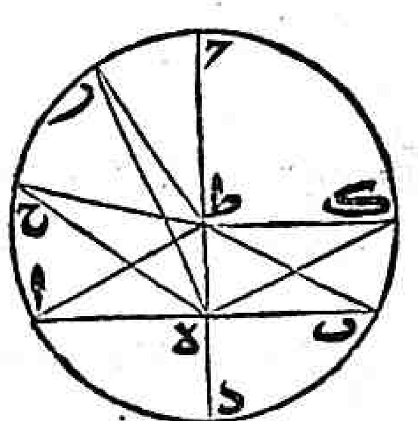


ليكن دايرتا اب اج متماستين علي نقطة ا فاقول لا يمكن ان يكون مركزاهما واحدا في الوضع برهانه فان كان التماس من خارج فهو ظاهر انه لا يمكن ان يكون مركزاهما واحدا واما اذا كان من داخل

داخل فان امكن فليكن نقطة د ونصل بينها وبين كل واحدة من نقطتي ا ب بخط مستقيم فخط دب يقطع محيط دايرة اج فليقطع علي نقطة ج فلان كل واحد من خطتي دب دج يساوي دا فهما متساويان فخط دج يساوي دب فالجزء يساوي كله هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ☼

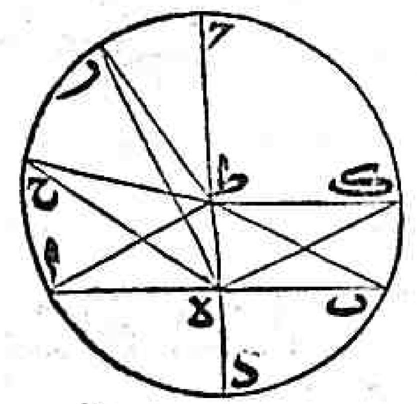
ز

اطول الخطوط المستقيمة المختلفة الاوضاع الخارجة من اي نقطة مفروضة في اي دايرة غير مركزها في الوضع المنتهيه الي محيطها هو المار بالمركز واقصرها الباقي منه والاقرب الي الاطول اطول من الابعد واي خط يفرض من احد جنبتي الخط الاطول من الخطوط المستقيمة الخارجة من تلك النقطة الي المحيط فانه لا يوجد ما يساويه من الخطوط المستقيمة الخارجة منه الي المحيط في الجانب الاخر من الخط الاطول الا خط واحد فقط او خطوط مستقيمة متحده الوضع



ليكن في دايرة ابج نقطة ه غير مركزها في الوضع ونجد مركزها بالشكل الاول وليكن نقطة ط ونصل بينها وبين ه بخط مستقيم ونخرجه في جهتيه علي استقامته الي ان ينتهي الي المحيط ولينته الي نقطتي ج د ونخرج من نقطة ه الي المحيط خطوط هز هح ها المستقيمة ونصل بين نقطة ط وبين كل واحدة من نقط زح ا الكاينه علي المحيط بخط مستقيم فاقول ان اطول الخطوط الخارجة من نقطة ه الي المحيط خط هج واقصرها خط هد و هز اطول من هح وهو من ها واي خط يفرض من خطوط هز هح ها في جهة ا من خط جد الاخط واحد او خطوط

مستقيمة متحدة الوضع متساوية برهانه فلان ضلعي طر طه معا اعظم من ضلع ەر بالشكل العشرين من الاولي و طر يساوي طح ناخذ طه مشتركا بينهما فخط حه يساوي ضلعي طر طه معا وهما اعظم من ەر فخط حه اعظم من خط ره وبمثله تبين ان خط حه اعظم من كل واحد من خطي حه اه ولان ضلعي طر طه يساويان ضلعي طح طه وزاوية رطه اعظم من زاوية حطه فقاعدة ره اعظم من قاعدة حه



بالشكل الرابع والعشرين من الاولي وبمثله تبين ان خط حه اعظم من خط ەا ولان ضلعي طه دا معا اعظم من ضلع طا المساوي لخط طد بالشكل العشرين من الاولي فاذا القينا طه المشترك بين طد وخطي طه دا يبقي دا اعظم من ەد وبمثله تبين ان كل واحد من خطي ەر ەح اعظم من ەد فخط حه اعظم كثيرا من خط ەد واي خط مستقيم نخرج من نقطة ە الي المحيط ولنرسم علي نقطة ط من خط ەط زاوية ەطب كزاوية ەطا بالشكل الثالث والعشرين من الاولي ونخرج خط طب علي استقامته الي جهة ب الي ان ينتهي الي المحيط علي نقطة ب ونصل بين نقطتي ب ە بخط مستقيم فضلعا طب طه يساويان ضلعي طا طه والزاوية التي بين الاولين يساوي الزاوية التي بين الاخرين فقاعدة به كقاعدة اه بالشكل الرابع من الاولي ولا يمكن ان يكون خط اخر مستقيم ما يخرج من ە الي المحيط دايرة ابح في جهة ب من خط حد مساويا لخط ەا ومباينا لخط به في الوضع والا فليكن خط ەا مساويا لخط ەا ونصل طا بخط مستقيم فيكون اضلاع مثلثي طەا ەطا المتناظرة فيكون زاوية اطه كزاوية اطه بالشكل الثامن من الاولي وكانت زاوية بطه كزاوية اطه بالشكل الثامن والثلثين من الاولي فزاوية اطه الكل يساوي زاوية بطه الذي هو جزء هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

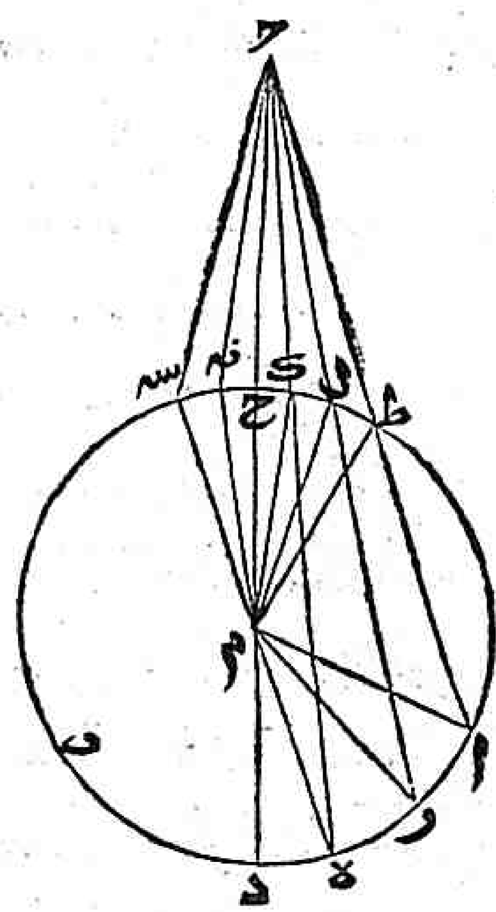
واستبان منه ان الاوتار الخارجة من نقطة علي محيط اي دايرة كانت فان اطولها المار بالمركز والاقرب الي الاطول من الابعد وكل وتر منها الكاين في احد جانبي الوتر الاطول لا يساويه في الجانب الاخر من الوتر الاطول الاوتر واحد او فوق واحد متحد الوضع ۞

ح

اطول جميع الخطوط المستقيمة المختلفة الاوضاع الخارجة من كل نقطة خارجة من اي دائرة

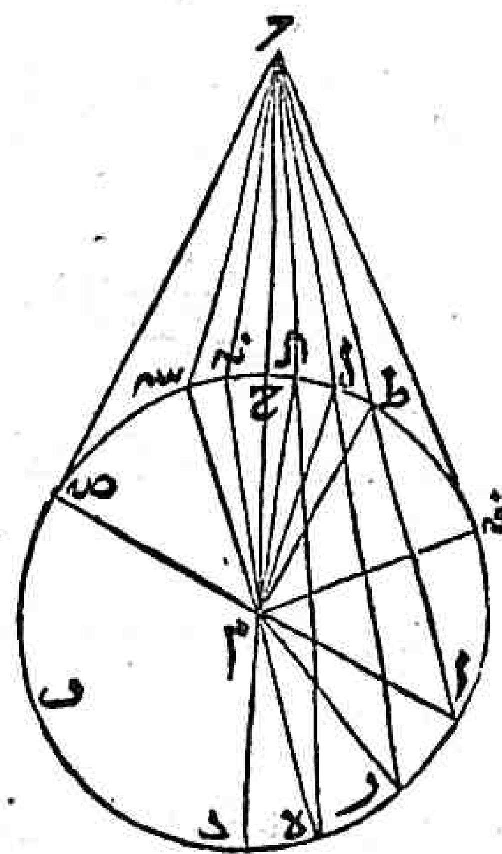
القاطعه

القاطعه اياها هو المار بالمركز والاقرب اليه اطول من الابعد عنه واقصر جميع المنتهيه اليها الغير القاطعه هو الذي علي مسامتة المركز والاقرب اليه اقصر من الابعد عنه واي خط يفرض منها في احد جهتي المسامت للمركز لا يوجد ما هو مساو له من الخطوط المستقيمة الخارجة من النقطة الخارجه من الدائرة عن الجهة الاخري من الخط المسامت اياه قاطعه كانت الخط او منتهيه الا خط واحد فقط او خطوط متحدة الوضع ۞



ليكن الدايرة اب والنقطة الخارجة عنها ح ونجد مركزها بالشكل الاول وليكن النقطة م ونصل بينها وبين نقطة ح بخط مستقيم ونخرجه علي استقامته في جهة م الي ان ينتهي الي المحيط فلينته علي نقطة د وليقطع المحيط الادني علي نقطة ح ونخرج من نقط ح حه حر حا المستقيمة في جهة الدايرة الي ان يقطع محيطها الادني علي نقط ال ل ط وينتهي الي المحيط الاقصي علي نقط ە ر ا وليكن الخطوط المستقيمة الخارجة من نقطة ح لمنتهية الي الدايرة غير قاطعة اياها خطوط حح حال حل حط فاقول ان خط حد اطول القاطعة وحه الاقرب منه اطول من حر وهو من حا وان خط حح اقصر من حال وهو من حل وهو من حط برهانه نصل بين المركز وبين كل واحدة من نقط ە ر ا بخط مستقيم فلان حم مە اعني حد معا اطول من حه بالشكل العشرين من الاولي فخط حد اطول من خط حه وبمثله تبين ان خط حد اطول من ل واحد من خطي حر حا ولان ضلعي حم مە كضلعي حم مر كل

لنظيره وزاوية حمه اعظم من زاوية حمر فقاعدة حه اطول من قاعدة خر بالشكل الرابع والعشرين من الاولي وبمثله تبين ان خط رح اطول من خط حا ونصل بين المركز وبين كل واحدة من نقط ال ط بخط مستقيم فلان ضلعي حا ام اطول من حم بالشكل العشرين من الاولي و مح يساوي ما فخح اقصر من حا وبمثله تبين ان حح اقصر من كل واحد من خطي حل حط ولان حا ام معا اقصر من حل لم معا بالشكل الواحد والعشرين من الاولي و ما يساوي مل فخط حا اقصر من حل وبمثله تبين ان خط حل اقصر من حط ونرسم علي نقطة م من خط حم زاوية حمن كزاوية حما بالشكل الثالث والعشرين من الاولي ونخرج خط من في جهة ن الي ان ينتهي الي المحيط علي نقطة ن ونصل حن بخط



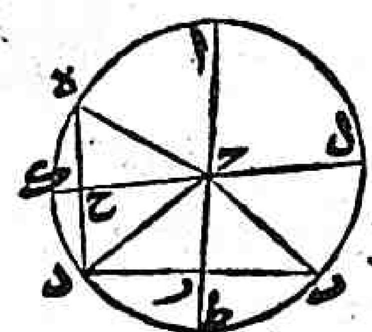
مستقيم فلان زاوية حمن كزاوية حما والاضلاع المحيطة بالزاويتين المتناظره متساوية فقاعدة حن كقاعدة حا بالشكل الرابع من الاولي ولا يمكن ان نخرج من نقطة ح خط اخر مستقيم ينتهي الي محيط الدايرة ولا يقطعها في جهة ن من خط حح ويباين وضعه وضع حن ويكون مساويا لخط حا والا فليكن خط حس لخط حا ونصل مس بخط مستقيم فلان اضلاع مثلث حمس كاضلاع مثلث حما المتناظرة بالشكل الثامن من الاولي فزاوية حمس كزاوية حما وكانت زاوية حما كزاوية حمن فزاوية حمن كزاوية حمس فالجزء يساوي كله هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

واستبان منه اذا خرج من نقطة ح خط يماس دايرة اب كخط حص مثلا لنا ان نخذ خطا اخر مستقيما ينتهي الي الدايرة مساويا لخط حص في الجهة الاخري من خط حح وذلك بان نصل بين نقطتي مص بخط مستقيم فيحدث زاوية حمص ونرسم علي نقطة م من خط حم زاوية مساوية لزاوية حمص في الجهة الاخري من خط حد بالشكل الثالث والعشرين من الاولي ولتكن هي زاوية حمق ولنخرج ضلع مق الي ان ينتهي الي المحيط فلينته الي نقطة ق منه ونصل بينها وبين نقطة ح بخط مستقيم فخط حق يساوي خط حص بالشكل الرابع من الاولي فاذا ركبنا نصف دايرة دصح علي نصف دايرة دقح فينطبق قوس دصح علي قوس دقح لما بينا في صدر المقالة الاولي فينطبق نقطة ص علي نقطة ق والا لانطبقت علي نقطة بين نقطتي قح او خارجه عنهما في جهة ق فيكون حص اما اقصر من حق او اطول وكان مساويا له هذا خلف فينطبق

فينطبق نقطة ص علي نقطة ق وخط حص علي حق والا لا حاطا بسطح مستو هذا خلف فاذا يخرج خط حق في جهة ق لا يقطع الدايرة لان حص المنطبق علي خط حق اذا يخرج في تلك الجهة لا يقطعها لانه يماس الدايرة فخط حق يماس دايرة اب ولا يمكن ان يماسها خط اخر مستقيم يخرج من نقطة ح علي نقطة بين نقطتي صق او خارجا عنهما لانه لو وجد مماسا فاذا خرج مع احد خطي حص حق في جهة الدايرة فلابد وان يحيطا بسطح هذا خلف اذا الخط المماس للدايرة لا يقطعها ولا يلقي الدايرة وفرض انه مماسها هذا خلف فكل نقطة خارجة عن دايرة فلا يمكن ان يماسها من الخطوط المستقيمة الخارجة منها الي الدايرة الا خطان مستقيمان فقط احدهما من احد جانبي الخط المسامة لمركزها والاخر من الجانب الاخر منه ۞

ط

كل نقطة في اي دائرة خرج منها الي محيطها خطوط مستقيمة متساوية فوق اثنين فان النقطة مركزها ۞



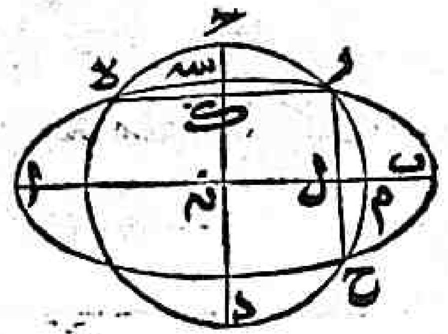
لتكن الدايرة هاب والنقطة الكاينه فيها ح والخطوط المستقيمة المتساوية الخارجة منها الي المحيط حب حد حه فاقول ان نقطة ح مركز دايرة اب برهانه نصل بين نقطة د وبين كل واحدة من نقطتي ب ه بخط مستقيم وننصف بد علي نقطة ر و ده علي نقطة ح بالشكل العاشر من الاولي ونصل بين نقطة ح وبين كل واحدة من نقطتي رح بخط مستقيم فلان اضلاع مثلثي بحر دحر المتناظرة متساوية فبالشكل الثامن من الاولي زاوية برح كزاوية درح وبمثله تبين ان زاوية دحح كزاوية هحح من مثلثي دحح هحح فخط حر عمود علي خط بد وخط حح عمود علي خط ده فنخرج من خطي رح في جهتيه الي ان ينتهي الي المحيط فلينته خط حر الي نقطتي اط وخط حح الي نقطتي ال فباستبانة الشكل الاولي كل من خطي اط ال بالمركز فنقطة ح الفصل المشترك بينهما مركز لدايرة اب وذلك ما اردنا ان نبين ۞

واورد ثابت بن قرة برهانا اخر لهذا الشكل في كتابه وحكي انه وجده في بعض النسخ اليونانيه تركت ذكره لان برهان الكتاب البسط والبراهين علي اشكال الكتاب كثيرة استنبطها المتقدمون والمتاخرون والاليق بالايراد من البراهين في كتاب الاصول ليس الا ما هو لا بسط ۞

ي

لا يمكن ان تقطع دايرة اخري علي اكثر من نقطتين سوا كانتا في سطح واحد او في سطحين متقاطعين ✿

والا فليقطع دايرة آب دايرة حد علي نقط ة ز ح فاقول ان هذا غير ممكن برهانه نصل بين نقطة ز وبين كل واحدة من نقطتي ة ح بخط مستقيم وننصف زة علي نقطة آ و زح علي نقطة ل بالشكل العاشر من الاولي ونخرج من نقطة آ علي زة عمود آنه ومن نقطة ل علي خط زح عمود لنه بالشكل الحادي عشر من الاولي ونخرج كل منهما في جهتيه الي ان ينتهي الي المحيط



فلبنته آنه الي محيط دايرة ةحد علي نقطتي ح د والي محيط دايرة آب علي نقطة سه من قوس ةز و لنه الي محيط دايرة آب علي نقطتي آ ب والي محيط دايرة حد علي نقطة م من قوس زح فلانا اذا وصلنا بين نقطتي آل بخط مستقيم كانت كل واحدة من زاويتي نه آل نل آ اقل من قايمة لان كلا من زاويتي نه آز نه لز قايمة فمجموعهما اقل من قايمتين فخطا آنه لنه يتلاقيان فليلتقيا علي نقطة نه فلان زة وتر لكل واحد من قوسي زحة زسهة فباستبانة الشكل الاولي خط حد يمر بكل واحد من مركزي دايرتي آب حد وبمثله تبين ان خط آب يمر بكل واحد من مركزي دايرتي آب حد فالفصل المشترك بين خطي آب حد الذي هو نقطة نه مركز لكل واحدة من دايرتي آب حد فيكون للدايرتين المتقاطعتين مركز واحد هذا غير ممكن بالشكل الخامس واما اذا كانت في السطحين المتقاطعين وذلك ظاهر انهما لا ينقاطعان الا علي نقطتين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✿

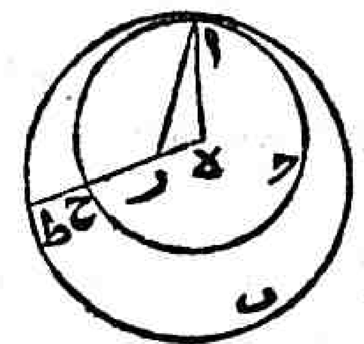
وقد اورد ثابت بن قره برهانا اخر لهذا الشكل تركناه كما ذكرناه في اخر الشكل المتقدم ✿

يب

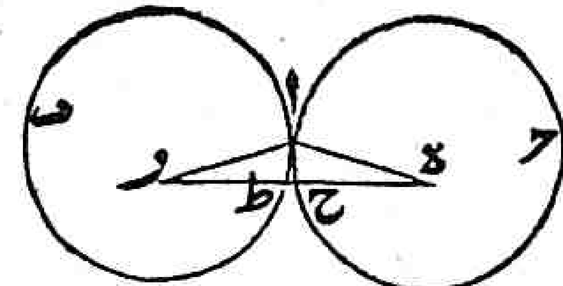
كلّ دائرتين متماستين احاطت احداهما بالاخري اولم يحيط فان الخط المستقيم الماد بمركزيهما يمر بنقطة التماس ✿

لبكن دايرة آب مماس دايرة آح علي نقطة آ ومركز دايرة آب ة ومركز دايرة

دايرة آح ز وليكن دايرة آب هي المحيط فاقول ان الخط المستقيم الواصل بين نقطتي ة ز يمر بنقطة آ برهانه اما الاول فلانه لو لم يمر بنقطة آ لقطع خط ةز بعد اخراجه في جهة ز محيط دايرة آح علي نقطة ح ومحيط آب علي نقطة ط ونصل بين نقطة آ وبين كل واحدة من نقطتي ة ز بخط مستقيم فلان خطي آز زة المساويين لخط ةح لكون آز زح متساويين اعظم من ةآ بالشكل العشرين من الاولي و ةط



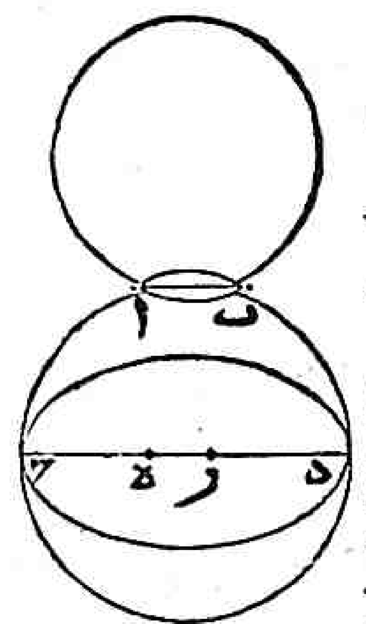
يساوي آة لخط ةح المساوي لخطي آز زة اعظم من خط ةط فالجزء اعظم من كله هذا خلف واما برهان الثاني فلان آة آز معا اعظم من ةز بالشكل العشرين من الاولي وخط آة يساوي ةح وخط آز يساوي زط فخطا ةح زط معا اعظم من خط ةز فالجزء اعظم من كله هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✿



يب

كل دايرتين وقع بينهما تماس من داخل او من خارج فانه لا يكون علي نقطة واحدة فقط ✿

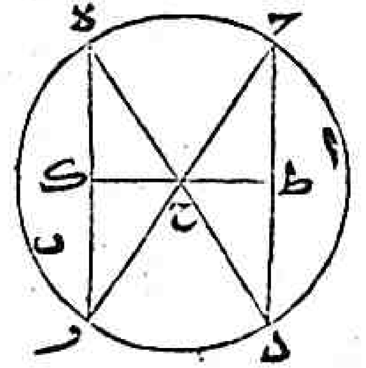
لبكن دايرة آب تماس دايرة حد فاقول ان تماسهما علي نقطة واحدة فقط برهانه فان امكن علي اكثر منها فلبكن علي نقطتي حد من داخل او علي نقطتي آب من خارج اما الاول فلان دايرتي آب حد متماستان يكون مركزاهما مختلفتي الوضع بالشكل السادس فنجدهما بالشكل الاول وليكونا نقطتي ة ز ونصل بينهما بخط ةز المستقيم ونخرجه في جهتيه علي استقامته فيمر علي نقطتي د ح اعني موضع تماسها بالشكل المتقدم فلان ة مركز دايرة آب فةح مثل ةد فةح اطول من زد لان ةد اطول منه ولان ز مركز دايرة حد فزد مثل زح وكان ةح اطول من زد فهو اطول من زح فجزء الشي اعظم من كله هذا خلف واما الثاني فلان كلا من نقطتي آ ب علي كل واحد من محيطي دايرتي آب حد فالخط المستقيم الواصل بينهما يكون وترا في كل واحدة منهما بالشكل الثاني وكل وتر يكون في احديهما فهو خارج عن الاخري فيكون خط آب داخلا في كل واحدة من دايرتي آب حد وخرجا عنهما هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✿



يج

جميع الاوتار الواقعة في الدائرة الواحدة ان كانت متساوية كانت ابعادها عن مركزها وبالعكس ۞

لبكن في دايرة اب وترا حد هز فنجد مركزها بالشكل الاول ولبكن ح ونخرج منه علي وتري حد هز عمودي حط حل بالشكل الثاني عشر من الاولي فاقول ان كان حد مساويا لهز فعمود حط كعمود حل وبالعكس برهانه اما الاول نصل بين ح وكل واحدة من نقط حد ه ز بخط مستقيم فلان اضلاع مثلثي حدح هزح المتناظرة متساوية فبالشكل الثامن

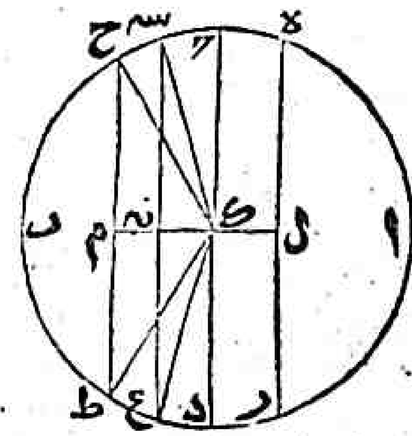


من الاولي زاوية طحح كزاوية لهح ولان حط نصف وتر حد و هل نصف وتر هز بالشكل الثالث ووترا حد هز متساويان فضلعا حط حح وزاوية طحح من مثلث ححط يساوي ضلعي هل هح وزاوية لهح من مثلث هلح فقاعدة طح كقاعدة لح بالشكل الرابع من الاولي واما الثاني وهو بين ان عمودي حط حل ان كانا متساوين كان وتر حد كوتر هز فلان كلا من زاويتي حطح هلح قايمة فمربع حح يساوي مربعي حط طح وكذلك مربع هح المساوي لمربع حح يساوي مربعي هل لح بالشكل السابع والاربعين من الاولي فاذا اسقطنا من مربع حح مربع طح ومن مربع هح مربع لح يكون الباقي من مربع حح هو مربع حط ومن مربع هح مربع هل فمربع حط يساوي مربع هل فحط يساوي هل فحد هز ضعفاهما متساويان وذلك ما اردنا ان نبين ۞

واستبان منه ان كل وتري دايرة فان بعد اصغرهما عن مركزها اعظم من بعد اعظمهما ۞

يد

قطر كل دائرة اطول الاوتار الواقعة فيها قطرها والاقرب اليه اطول من الابعد منه ۞



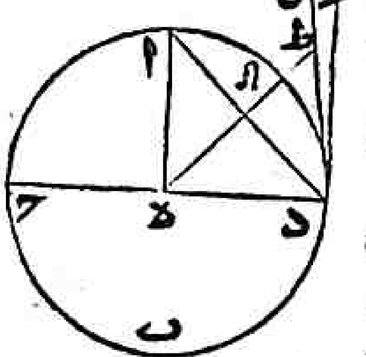
لبكن خط حد قطر دايرة اب ووتر هز اقرب اليه من وتر حط فاقول ان قطر حد اطول منهما وان هز اطول من حط برهانه ننصف حد علي نقطة ل بالشكل العاشر من الاولي وهي المركز ونخرج منها عمودي ال لم علي وتري هز حط بالشكل الثاني عشر من الاولي ولان وتر هز اقرب الي المركز من وتر حط يكون عمود لم اطول من عمود ال باستبانة الشكل المتقدم فنفصل من عمود لم لن مثل عمود ال بالشكل

ال بالشكل الثالث من الاولي ونخرج من نقطة ن وتر سع يوازي قطر حد في جهتيه علي الاستقامته الي ان ينتهي الي المحيط بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فوترا سع هز متساويان بالشكل المتقدم ونصل بين نقطة ل وكل من نقط س ح ع ط بخط مستقيم فلان ضلعي لس لع معا اعني حد اعظم من سع بالشكل العشرين من الاولي فقطر حد اطول من كل واحد من وتري سع هز ولان ضلعي لس لع يساويان ضلعي لح لط وزاوية سلع اعظم من زاوية حلط قوس سع المساوي لهز اطول من وتر حط بالشكل الرابع والعشرين من الاولي فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

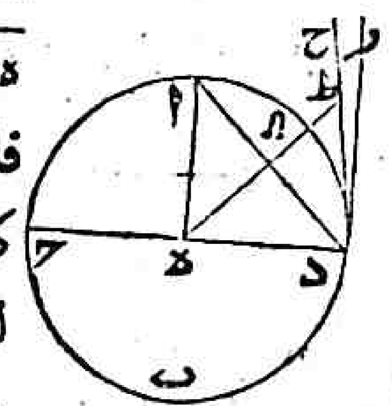
يه

كل خط مستقيم خرج من طرف اي قطر دائرة عمودا عليه فانه يقع خارج الدائرة ولا يقع بينه وبين محيطها خط اخر مستقيم وكل زاوية حادة مستقيمة الخطين فهي اصغر من زاوية نصف الدائرة واعظم من الزاوية التي يحيط بها العمود والمحيط ۞

لبكن دايرة اب قطرها حد وقد خرج من نقطة د اعني طرفه عمود دز فاقول انه يقع خارج دايرة اب ولا يقع بينه وبين محيط اد خط اخر مستقيم وكل زاوية حادة مستقيمة الخطين فهي اصغر من زاوية ادح التي هي زاوية قطعة ادح واعظم من الزاوية التي يحيط بها العمود ومحيط اد برهانه والا فليقع العمود داخل دايرة اب ونخرجه حتي يقطع المحيط وليقطعه علي نقطة ا وننصف قطر حد علي نقطة ه بالشكل العاشر من الاولي فهي المركز ونصل بينها وبين نقطة ا بخط مستقيم فلان ضلعي اه هد متساويان يكون زاويتا هدا هاد متساويتين بالشكل الخامس من الاولي وزاوية هدا قايمة فزاوية هاد قايمة فزاويتا مثلث يساويان قايمتين وهما اصغر منهما كما بين في الشكل السابع عشر من الاولي هذا خلف فعمود دز يقع خارج الدايرة وايضا فليقع بينه وبين محيط اد خط مستقيم ان امكن ولبكن هو خط دح فنخرج من نقطة ه عليه عمود هط بالشكل الثاني عشر من الاولي فلا يقع علي نقطة د والا يلزم ان يكون جزء الشي مساويا لكله لانه حينبذ



تكون زاوية حدح التي هي الحادة قايمة هذا خلف ولا علي خط دح بعد اخراجه علي استقامته في جهة د لان الزاوية المجاورة لزاوية حدح الحادة منفرجة بالشكل الثالث عشر من الاولي فيلزم ان يكون زاويتا مثلث اعظم من قايمتين وهما اصغر منهما بما يبين في الشكل السابع عشر من الاولي فيقع عمود هط علي خط دح في جهة ح وليقطع المحيط علي نقطة ل فزاوية هدط حادة لانها اصغر من زاوية هدر القايمة فبالشكل الثامن عشر من الاولي يكون ضلع هد اعني هل اعظم من هط فيكون جزء الشي اعظم من كله هذا خلف وايضا فان زاوية اده اعني زاوية القطعة لو لم يكن اعظم من كل زاوية حادة مستقيمة الخطين لكانت اما مساوية لها او اصغر منها فان كان الاول ينطبق خط مستقيم علي قوس دا وهو محال باستبانة الشكل الثاني وان كان الثاني فيقع بين عمود در ومحيط اد خط مستقيم لان الزاوية الحادة المستقيمة الخطين قد فرضت انها اعظم من زاوية ادح اعني زاوية القطعة وهي اصغر من زاوية ردح القايمة هذا خلف وايضا فان زاوية ادر اصغر من اي زاوية حادة مستقيمة الخطين والا لكانت مساوية لها فيصح انطباق الخط المستقيم علي محيط اد علي تقديرا لتساوي وقد بينا استحالته او يقع بين عمود رد ومحيط اد خط مستقيم علي تقدير ان يكون اعظم وقد تبين استحالته ايضا فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبـــــــين ۞

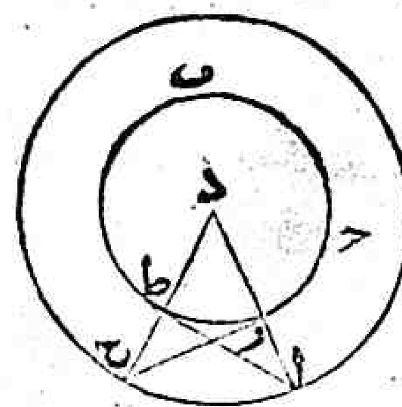


واستبان منه ان كل خط مستقيم خرج من طرف قطراي دايرة عمودا عليه فانه يماس الدايرة وان لنا ان نرسم علي نقط غير متناهية تفرض علي خط هح قبل اخراجه او بعد اخراجه في جهته ح دواير غير متناهيه نصف قطر كل منها بقدرها يقع من خط دح وما يتصل به بين النقطة التي نرسم عليها الدواير وبين نقطة د ويكون عمود در عمودا علي قطر كل دايرة منها ومحيط كل دايرة منها يقع بين عمود در ومحيط دايرة اد وان نرسم علي نقط غير متناهيه تفرض علي خط ده دواير غير متناهيه قطر كل منها بقدرها يقع من خط ده بين النقطة التي نرسم عليه الدايرة وبين نقطة د ويكون عمود در عمودا علي قطر كل دايرة منها ومحيط دايرة اد يقع بين عمود در وبين كل واحد من محيط تلك الداير

يو

كل نقطة ودائرة هما في سطح واحد والنقطة خارجة عن الدائرة فان لنا ان نخرج منها خطا مستقيما

مستقيمًا يماس تلك الدائـــرة ۞

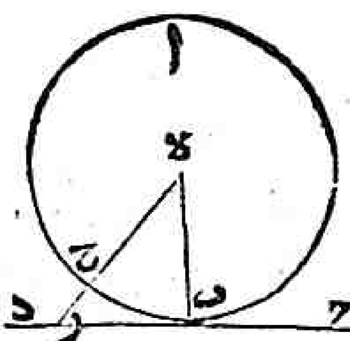


لبكن النقطة ا والدايرة بح ومركزها د فنصل بين نقطتي ا د بخط مستقيم فيقطع محيطها علي نقطة ر ونرسم علي نقطة د وببعد اد دايرة اح ونخرج من نقطة ر طرف قطر در عمود رح عليه بالشكل الحادي عشر من الاولي ونخرج العمود علي استقامته الي ان ينتهي الي محيط اح ولينته علي نقطة ح ونصل بين نقطتي دح بخط مستقيم فيقطع محيط بح علي نقطة ط ونصل بين نقطتي اط بخط مستقيم فاقول ان خط اط يماس دايرة بح برهانه فلان ضلعي دا دط من مثلث ادط يساويان ضلعي دح در من مثلث دحر كل لنظيرة وزاوية د مشتركة بين كل واحد من الضلعين فبالشكل الرابع من الاولي زاوية اطد تساوي زاوية حرد القايمة فزاوية اطد قايمة فخط اط عمود علي قطر طد فهو يماس دايرة بح باستبانة الشكل المتقدم فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبـــــــين ۞

واستبان منه ان كل زاوية يحيط بها الخط المستقيم المماس للدايرة الخارج من نقطة خارجة عنها ونصف قطرها الواصل بين مركزها ونقطة التماس قايمـــــــة ۞

ير

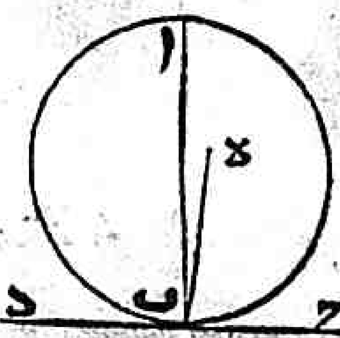
كل خط مستقيم واصل بين مركزاي دائرة يماسها خط مستقيم وبين نقطة التماس فهو عمود علي الخط الممـــــــاس ۞



لبكن الدايرة اب ومركزها نقطة ه وخط حد المستقيم يماسها علي نقطة ب ووصل بين نقطتي ب ه بخط مستقيم فاقول ان خط به عمود علي خط حد برهانه فان لم يكن هب عمودا علي حد فليكن العمود عليه خط هر وليكن قد قطع محيط دايرة اب علي نقطة ح فلان زاوية هرب قايمة فزاوية هبر حادة بالشكل السابع عشر من الاولي فضلع به المساوي لخط هح اطول من هر بالشكل التاسع عشر من الاولي فخط هح اعظم من هر فالجزء اعظم من كله هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبـــــــين ۞

يج

كل خط مستقيم يماس دائرة وخرج من نقطة التماس خط مستقيم عمودا علي الخط المماس فهو يمرّ بمركز الدائرة ان اخرج فيها ۞

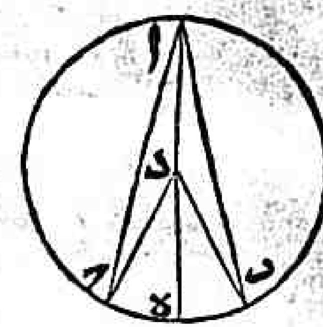


ليكن خط جد المستقيم يماس دايرة اب علي نقطته ب وخرج من نقطة ب خط اب المستقيم عمودا علي خط جد في جهة الدايرة فاقول انه يمر بمركز دايرة اب برهانه فلانه ان لم يمر بمركز الدايرة لمر بنقطة اخري وليكن مركز دايرة اب نقطة ه فنصل بينها وبين نقطة ب بخط مستقيم فهو عمود علي خط جد بالشكل المتقدم فتكون زاوية هبج مساوية لزاوية ابج فجزء الشي يساوي كله هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

يط

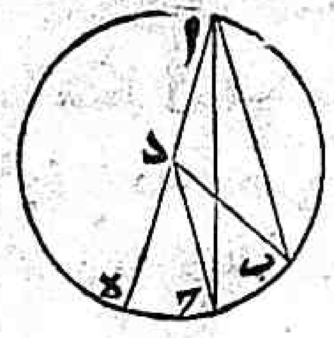
كلّ زاوية علي مركز دائرة فهو ضعف الزاوية التي علي محيطها ان كانتا علي قوس واحدة من محيطها ۞

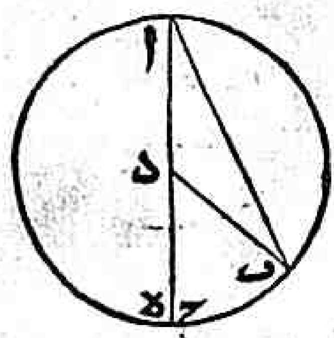
ليكن زاوية بدج علي مركز دايرة ابج وزاوية باج علي محيطها فاقول ان الزاوية المركزية ضعف المحيطية برهانه نصل بين ا د بخط مستقيم ونخرجه علي استقامته في جهة د الي ان ينتهي الي المحيط علي نقطة ه فلان اضلاع دب دج دا متساوية فكل من زاويتي ابد داب احد داج متساويتان بالشكل الخامس من الاولي فزاويتا ابد داب ضعف زاوية باد وزاويتا احد داج ضعف زاوية جاد ولان زاوية بده تساوي زاويتي ابد داب وزاوية جده تساوي زاويتي احد داج بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فزاوية بدج ضعف زاوية باج وذلك ما اردنا ان نبين ۞



ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان خط اه يمكن ان يقع بين خطي بد دج ويمكن ان ينطبق علي احدها ويمكن ان يقع خارجا عنهما اما الاول فقد بيناه واما الثاني فلان ضلعي بد دا متساويان يكون زاويتا ابد داب متساويتين فهما ضعف زاوية باد فزاوية بده الخارجة من مثلث ابد تساوي زاويتي ابد داب بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فهي ضعف زاوية باد واما الثالث فلان ضلعي بد دا متساويان يكون زاويتا ابد داب متساويتين فهما ضعف زاوية باد وزاوية

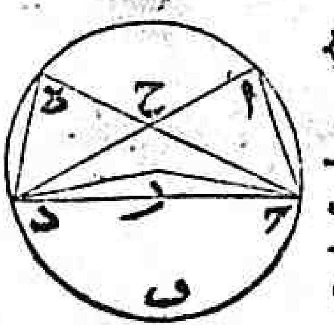
وزاوية بده الخارجة تساوي زاويتي باد ابد بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فهي تساوي ضعف زاوية باد وايضا فلان ضلعي جد دا متساويان تكون زاويتا جاد احد متساويتين وهما ضعف زاوية جاد وزاوية جده الخارجة تساوي زاويتي احد داج بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فهو يساوي ضعف زاوية جاد وكانت زاوية بده تساوي ضعف زاوية باد فاذا اسقطنا من زاوية بده زاوية جده ومن زاوية باد زاوية جاد يبقي زاوية بدج ضعف زاوية باج وهذه صورتها ۞





ك

جميع الزوايا الواقعة في قطعة واحدة من دائرة واحدة متساوية ۞



ليكن في قطعة جاهد من دايرة هاب زاويتا جاد جهد فاقول انهما متساويتان برهانه نجد مركز دايرة اب بالشكل الاولي وليكن ز ونصل زج زد بخطين مستقيمين فزاوية جزد ضعف كل واحدة من زاويتي جاد جهد بالشكل المتقدم فهما متساويتان ۞

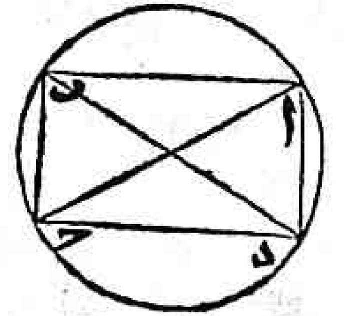
ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان قطعة جاهد يمكن ان تكون اكثر من نصف دايرة ويمكن ان تكون اقل منه ويمكن ان تكون نصف دايرة اما الاول فقد بيناه واما الثاني فلا بد وان يقع التقاطع بين ضلعين من اضلاع زاويتي جاد جهد ويقع بين ضلعي جه اد علي نقطة ح ونصل بين كل واحدة من نقطتي ا ه وبين المركز بخط مستقيم فيكون زاوية ازه ضعف كل واحدة من زاويتي احد اده بالشكل المتقدم فهما متساويتان وزاويتا احج هحد المتقابلتان متساويتان بالشكل الخامس عشر من الاولي فيصير زاويتا جاد جهد متساويتين بالشكل الثاني والثلثين من الاولي اذ بين فيه ان جميع زوايا اي مثلث كقايمتين واما الثالث فيبين بمثل ما بينا وهذه صورتها ۞

كا

كل ذي اربعة اضلاع يقع في دائرة فان كل

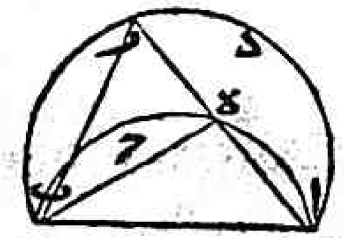
متقابلتين من زواياه معًا دالتان لقايمتــــين ۞

ليكن في دايرة ابج ذو اربعة اضلاع ابجد فاقول ان كل واحدة من زاويتي ابج ادج ومن زاويتي داب دجب معــا دلتان لقايمتين برهـانه نصل اج بد بخطين مستقيمين فبالشكل المتقدم زاويتا داج دبج متساويتان وكذلك زاويتا دجا دبا فزاوية ابج تساوي مجموع زاويتي داج دجا وزاوية ادج مع زاويتي داج دجا معادلتين لقايمتين بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فزاويتا ادج ابج معــا دلتان لقايمتين وبمثله تبين ان زاويتي داب دجب معــا دلتان لقايمتين وذلك ما اردنـــا ان نبـــــــــــــــــين ۞



لب

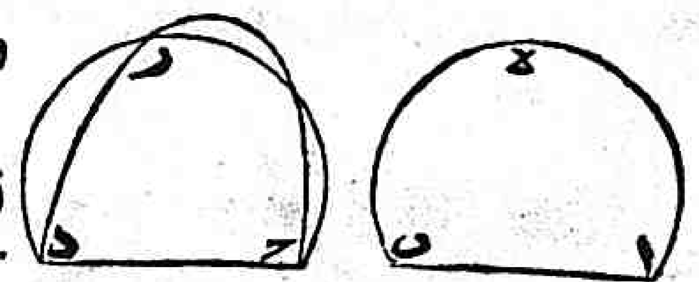
لايمكن ان يقوم على خط واحد قطعتان متشابهتان في جهة واحدة من ذلك الخط ويكون احدهما اعظم من الاخـــــــــر ۞



ليكن قطعتا اجب ادب قامتا علي خط اب المستقيم من جهة واحدة منه وهما متشابهتان فاقول لا يمكن ان يكون احديهما اعظم من الاخري برهانه فان امكن فلتكن الاعظم قطعة اد فنرسم علي قوس اجب نقطة ه ونصل بينها وبين نقطة آ بخط مستقيم ونخرجه في جهة ه علي استقامته الي ان ينتهي الي قوس ادب بنقطة ر ونصل بين نقطة ب وكل واحدة من نقطتي ه ر بخط مستقيم فيكون زاوية اهب الخارجة من مثلث هرب كزاوية هرب الداخلة المقابلة لها وهي اعظم منها بالشكل السادس عشر من الاولي هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنـــا ان نبين وبمثله تبين لو كانت القطع اكثر من تقعـــــــــــــــــــر ۞

لج

جميع القطع المتشابهة الكاينه علي خطوط مستقيمة متساوية متســـــاوية ۞



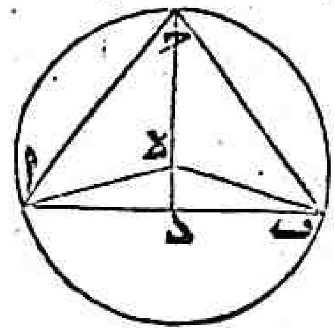
ليكن قطعتا اهب جرد كاينتين علي خطتي اب جد المستقيمين المتساويين فاقول انها متساويتان

متساويتان برهانه نركب قطعة اهب علي قطعة جرد بحيث ينطبق نقطة آ علي نقطة ج ونقطة ب علي نقطة د ويكون كل واحدة منهمـا من القاعدة في جهة واحدة فلا يمكن ان يختلف قوسـا اهب جرد والا فيختلفا ويلزم المحذور المذكور في الشكل المتقدم فينطبق قوس اهب علي قوس جرد ويثبت الحكم وذلك ما اردنـــا ان نبـــــــــين ۞

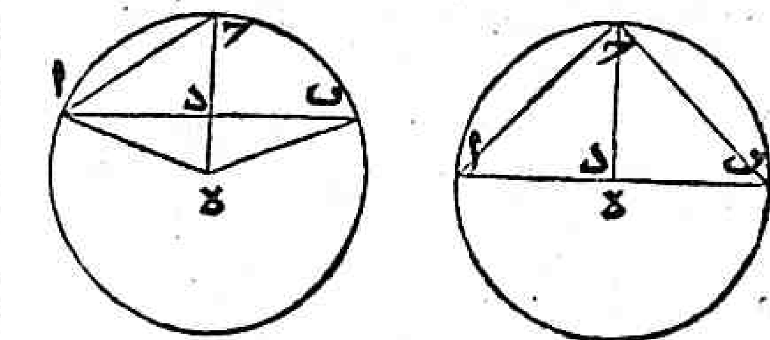
لد

اي قطعة مفروضة من دائرة لنا ان نتممها دائرة ۞

ليكن القطعة اجب فننصف قاعدة اب علي نقطة د بالشكل العاشر من الاولي ونخرج منها عمود دج علي اب في جهة ج بالشكل الحادي عشر من الاولي ونخرجه في تلك الجهة الي ان ينتهي الي قوس اب فلينته علي نقطة ج ونصل اج بخط مستقيم ونرسم علي نقطة آ من خط اج زاوية جاه في جهة د كزاوية اجد بالشكل الثالث والعشرين من الاولي فلان زاوية ادج قايمة تكون زاوية دجا حادة بالشكل السابع عشر من الاولي فزاويتا دجا هاج المتساويتان اقل من قايمتين فاذا اخرجنا خطي جد اه في جهة ده علي استقامتهما يلتقيان فليلتقيـا علي نقطة ه فلان زاويتي هجا هاج متساويتان يكون ضلعـا هج ها متساويين بالشكل السادس من الاولي ونصل به بخط مستقيم فلان خط جد عمود علي خط اب فكل من زاويتي بده اده قايمة بالشكل الثالث عشر من الاولي وضلع دب كضلع دا وضلع ده مشترك بين مثلثي بده اده فبالشكل الرابع من الاولي قاعدة به كقاعدة اه فجه المساوي لاه يساوي به فخطوط به جه اه متساوية فاذا جعلنا نقطة ه مركزا وادرنا عليه دايرة ببعد ها فيمر محيطها علي نقط اجب بالشكل التاسع فالحكم ثابت وذلك مـا اردنـــا ان نبـــــــــين ۞

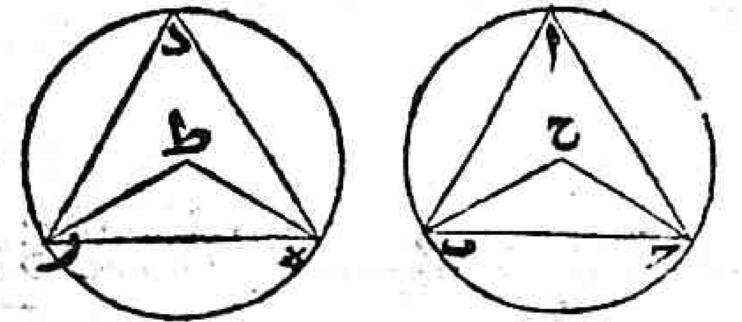


ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان خط اه اما ان يقع خارجا عن خطي اب اج وذلك اذا كانت القطعة اقل من نصف الدايرة واما ان ينطبق علي خط اب بحيث يقع نقطة ه علي نقطة د وذلك اذا كانت القطعة نصف الدايرة واما ان يقع فيمـا بين خطي اب اج وذلك اذا كانت اعظم من نصفها والاولي ببنـاه والثاني والثالث يظهر بيانه مما ذكرناه وهذه صورهـــــــــا ۞



له

جميع الزوايا المتساوية الكائنة علي محيطات الدواير المتساوية او علي مركزها فهي انما تقع علي قوسي متساوية من تلك الدواير

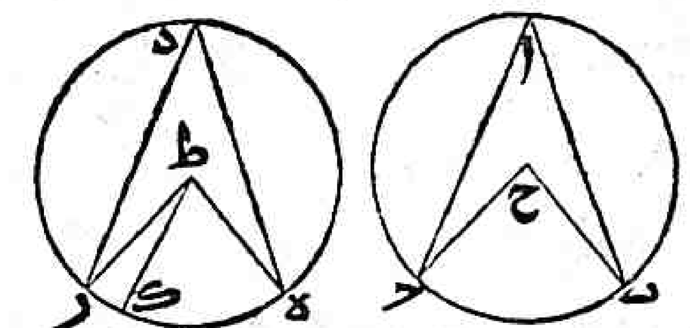


لبكن زاويتا بحح ه‌طر المتساويتان علي مركز دايرتي ابح ده‌ر المتساويتين وزاويتا باح ه‌دم المتساويتان علي محيطهما فاقول ان قوسي بح ه‌ر متساويتان برهانه نصل بح ه‌ر بخطين مستقيمين فلان ضلعي بح حح من مثلث بحح يساويان ضلعي ه‌ط طر من مثلث ه‌طر كل لنظيره لانها انصاف اقطار الدايرتين المتساويتين وزاوية بحح يساوي زاوية ه‌طر فبالشكل الرابع من الاولي قاعدة بح تساوي قاعدة ه‌ر فزاوية بحح ضعف زاوية باح وضعف اي زاوية تقع في قطعة باح وزاوية ه‌طر المساوية لزاوية بحح ضعف زاوية ه‌در وضعف اي زاوية تقع في قطعة ه‌در بالشكل التاسع عشر فقطعتا باح ه‌در متشابهتان وهما كاينتان علي قاعدتي متساويتين فهما متساويتان بالشكل الثالث والعشرين فاذا القيناهما من دايرتي باح ه‌در كلا من نظيرتها يبقي قوس بح مساوية لقوس ه‌ر وان فرضنا التساوي لزاويتي باح ه‌در يلزم تساوي زاويتي بحح ه‌طر لان كلا منهما ضعف كل واحدة من زاويتي ه‌در المتساويتين بالشكل العشرين ويتم المطلوب بمثل ما بينا وذلك ما اردنا ان نبين ۞

كو

جميع الزوايا الكاينة علي قوسي متساوية من دواير متساوية مركزية كانت او محيطية فهي متساوية ۞

لبكن زاويتا بحح ه‌طر كاينتين علي قوسي بح ه‌ر المتساويتين من دايرتي ابح ده‌ر المتساويتين فاقول انهما متساويتان برهانه فان لم يكونا متساويتين لكانت احديهما اعظم من الاخري ولتكن الاعظم زاوية ه‌طر فنرسم علي نقطة ط من خط ه‌ط



زاوية ه‌طك كزاوية بحح بالشكل الثالث والعسرين من الاولي فقوس ه‌ك يساوي

ه‌ك يساوي قوس بح بالشكل المتقدم وكانت قوس ه‌ر كقوس بح فقوس ه‌ك يساوي قوس ه‌ر فالجزء يساوي كله هذا خلف فزاوية بحح كزاوية ه‌طر وكل منهما ضعف المحيطتين الكاينتين علي قوسي بح ه‌ر كل لنظيرته بالشكل التاسع عشر فزاويتا باح ه‌در المحيطتان متساويتان وذلك ما اردنا ان نبين ۞

كز

جميع الاوتار المتساوية في الدواير المتساوية تفصل قوسا متساوية العظمي للعظمي والصغري للصغري

لبكن وترا بح ه‌ر من دايرتي ابح ده‌ر المتساويتين متساويين فاقول ان كل واحدة من قوسي بح باح يساوي نظيرتها من قوسي ه‌ر ه‌در المفصولة بالوترين برهانه نجد مركز الدايرتين ولتكن نقطتي ح ط بالشكل الاول ونصل بين ح وبين كل واحدة من نقطتي ب ح بخط مستقيم وكذلك نصل بين ط وبين كل واحدة من نقطتي ه ر بخط مستقيم فاضلاع مثلث بحح كاضلاع مثلث ه‌طر المتناظرة فبالشكل الثامن من الاولي زاوية بحح كزاوية ه‌طر فقوسا بح ه‌ر متساويتان بالشكل الخامس والعشرين والتساوي الدايرتين يكون قوسا باح ه‌در متساويتين وذلك ما اردنا ان نبين ۞

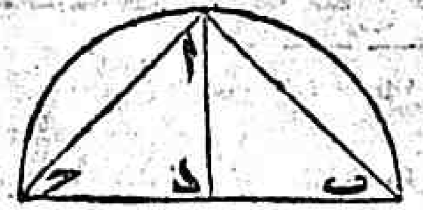
كح

جميع القوسي المتساوية من الدواير المتساوية اوتارها متساوية ۞

لبكن قوسا بح ه‌ر من دايرتي ابح ده‌ر المتساويتين متساويتين فاقول ان وتر بح كوتر ه‌ر برهانه نجد مركز الدايرتين بالشكل الاول وليكونا نقطتي ح ط ونصل بين نقطتي ح ط وبين نقط ب ح ه ر بخطوط مستقيمة فلان زاويتي بحح ه‌طر علي قوسي بح ه‌ر المتساويتين من دايرتي ابح ده‌ر المتساويتين فهما متساويتان بالشكل السادس والعشرين والاضلاع المتناظرة المحيطة بهما متساوية فبالشكل الرابع من الاولي وترا بح ه‌ر متساويان وذلك ما اردنا ان نبين ۞

الط

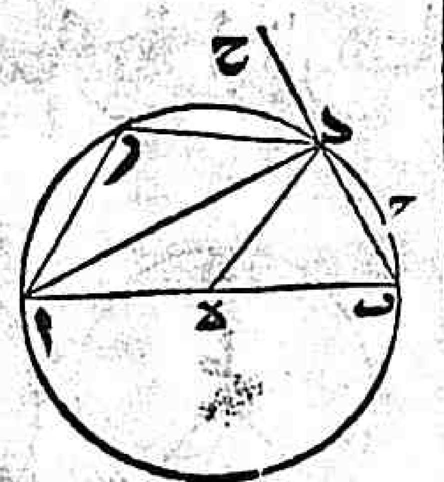
اي قوس مفروضة لنا ان ننصفها ۞



ليكن القوس بآح وترها بح فاقول لنا ان ننصفها برهانه ننصف بح علي نقطة د بالشكل العاشر من الاولي ونخرج منها عمود دآ علي وتر بح بالشكل الحادي عشر من الاولي ونخرجه في جهة القوس الي ان ينتهي اليها فلينته علي نقطة آ ونصل بينها وبين كل واحدة من نقطتي ب ح بخط مستقيم فلان ضلعي دب دآ وزاوية ادب تساوي ضلعي دح دا وزاوية ادح كل لنظيره فضلع اب كضلع اح بالشكل الرابع من الاولي فقوس اب كقوس اح بالشكل السابع والعشرين وذلك ما اردنا ان نبين ۞

ل

كل زاوية مستقيمة الخطين تقع في قطعة قايمة ان كانت القطعة نصف دايرة وحادة ان كانت اعظم منه ومنفرجة ان كانت اصغر منه وزاوية القطعة منفرجة ان كانت اعظم من النصف وحادة ان لم تكن اعظم من النصف سواء كانت القطعة نصف دايرة او اصغر منه ۞



ليكن قطعة احب من دايرة ابح نصفها ونرسم علي قوس حا نقطة د كيف ما اتفق ونصل بينها وبين كل واحدة من نقطتي آ ب بخط مستقيم فاقول ان زاوية ادب قايمة برهانه ننصف قطر اب علي نقطة ه بالشكل العاشر من الاولي فهي المركز ونصل بين نقطتي د ه بخط مستقيم فخطوط ه‍ب ه‍د ه‍ا متساوية فلان ه‍ب يساوي ه‍د تكون زاويتا ه‍بد ه‍دب متساويتين بالشكل الخامس من الاولي فهما ضعف زاوية بده وبمثله تبين ان زاويتي ه‍دا ه‍اد متساويتان ومجموعهما ضعف زاوية ه‍دا فيكون جميع زوايا مثلث ابد المعادله لقايمتين بالشكل الثاني والثلثين من الاولي ضعف زاوية ادب فهي قايمة وبمثله تبين ان كل زاوية تقع في نصف دايرة قايمة واذا اخرجنا خط بد في جهة د علي استقامته

استقامته الي نقطة ح يكون زاوية ادح قايمة بالشكل الثالث عشر من الاولي وايضا فلان كل زاويتي مثلث اقل من قايمتين بالشكل السابع عشر من الاولي وزاوية ادب قايمة فزاوية ابد حادة وجميع الزوايا التي تقع في قطعة واحدة متساوية بالشكل العشرين فالزاوية التي تقع في قطعة اعظم من النصف هي حادة وايضا ان رسمنا علي قوس اد نقطة ر كيف ما اتفق ونصل بينها وبين كل واحدة من نقطتي آ د بخط مستقيم حدث في دايرة ابح ذو اربعة اضلاع ابدر فيكون زاويتا ابد ارد من زواياه معا متساويتان لقايمتين بالشكل الحادي والعشرين وزاوية ابد حادة فزاوية ارد منفرجة وجميع الزوايا الواقعة في قطعة واحدة متساوية بالشكل العشرين فالزاوية الواقعة في قطعة هي اصغر من نصف دايرة منفرجة وايضا فلان زاوية ادب قايمة فزاوية ادحب منفرجة فزاوية القطعة التي هي اعظم من نصف دايرة منفرجة ولان زاوية ادح قايمة فزاوية ادر التي هي زاوية قطعة ادر حادة فالزاوية التي هي زاوية قطعة هي اقل من نصف الدايرة حادة فاذا اخرجنا عمودا من نقطة ب علي قطر اب يقع خارج دايرة ابح بالشكل الخامس عشر فيكون زاوية ابح حادة فالزاوية التي هي زاوية قطعة هي نصف دايرة حادة وذلك ما اردنا ان نبين ۞

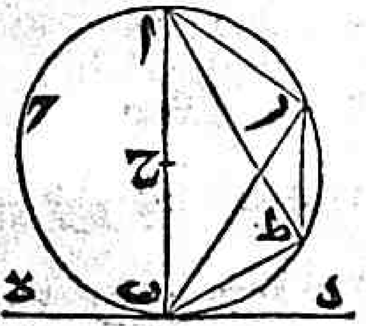
واستبان منه ان محيط كل دايرة قسم بقسي كم كانت القسي فان الزوايا المحيطيه الواقعة في تلك الدايرة علي تلك القسي تساوي قايمتين فان كانت الزوايا الواقعة علي تلك القسي مركزية فانها يساوي اربع قوايم لما بين في الشكل التاسع عن ان الزاوية المركزية ضعف المحيطية فاقسام محيط اي دايرة تقع قواعد لاربع قوايم مركزية ولقايمتين المحيطيتين من الزوايا الواقعة فيها ۞

لا

كل خط مستقيم يماس دايرة وخرج من نقطة التماس في جهة الدايرة خط مستقيم فاصل للدايرة الي قطعتين فهما يقبلان زاويتين مساويتين للزاويتين اللتين يحدثان عن جنبتي الخط الفاصل علي التبادل ۞

ليكن دايرة ابح يماسها خط ده المستقيم علي نقطة ب وخرج منها

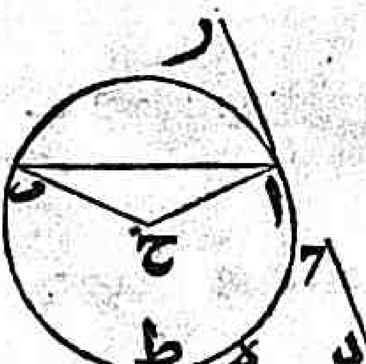
خط ب ر المستقيم فاصلا لها الي راحب رطب فاقول ان قطعة راحب تقبل زاوية تساوي زاوية ربد وقطعة رطب تقبل زاوية تساوي زاوية ربه برهانه نجد مركزها بالشكل الاولي وليكن نقطة ح ونصل بح بخط مستقيم ونخرجه الي ان ينتهي الي المحيط ولينته علي نقطة آ ونصل بينها وبين نقطة ر بخط مستقيم فزاوية ارب قايمة بالشكل المتقدم وكل من زاويتي ابد ابه قايمة بالشكل السابع عشر وزاوية ربا تمام زاوية راب من قايمة اذ زوايا كل مثلث كقايمتين بالشكل الثاني والثلثين من الاولي وهي بعينها تمام زاوية ربد من قايمة فزاوية راب الواقعة في قطعة راحب تساوي زاوية ربد ونرسم علي قوس رطب نقطة ط كيف اتفق ونصل بينها وبين كل واحدة من نقطتي ر ب بخط مستقيم فلان زاويتي ربد ربه كقايمتين بالشكل الثالث عشر من الاولي وزاويتا رطب راب المتقابلتين من ذي اربعة اضلاع ارطب كقايمتين بالشكل الواحد والعشرين وزاوية راب كزاوية ربد فزاوية رطب كزاوية ربه فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞



لب

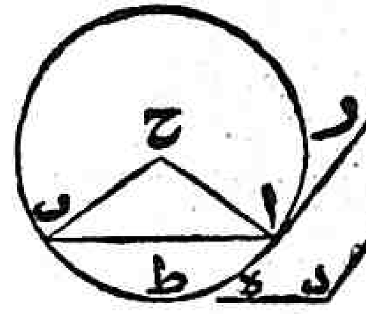
كل خط مستقيم محدود مفروض لنا ان نعمل عليه قطعة دايرة تقبل زاوية تساوي زاوية مفروضة

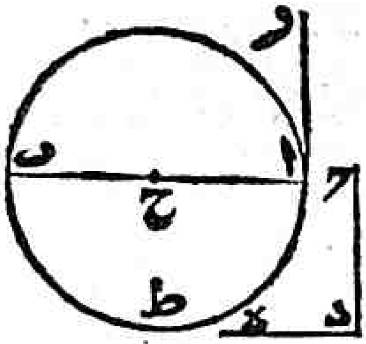
ليكن الخط اب والزاوية حده فنرسم علي نقطة آ من خط اب زاوية راب تساوي زاوية حده بالشكل الثالث والعشرين من الاولي ونخرج من نقطة آ عمود اح علي خط ار باستبانة الشكل الحادي عشر من الاولي ونعمل علي نقطة ب من خط اب زاوية كزاوية باح بالشكل الثالث والعشرين من الاولي ونخرج خطي اح بح في جهة ح الي ان يلتقيا لان زاوية حاب التي هي فصل زاوية بار علي قايمة اقل منها فزاويتا ابح باح اقل من قايمتين فليلتقيا علي نقطة ح فخطا حا حب متساويان بالشكل السادس من الاولي فاذا جعلنا نقطة ح مركزا وادرنا عليها ببعد حا دايرة اطب فمحيطها يمر علي نقطة ب ولان اح عمود علي ار فهو يماس دايرة اطب علي نقطة آ باستبانة الشكل الخامس عشر فقطعة اطب تقبل زاوية كزاوية راب المساوية لزاوية حده بالشكل المتقدم فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞



ولهذا

ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان عمود اح يقع بين ضلعي اب ار ان كانت زاوية راب منفرجة وخارجا عنهما ان كانت حادة و ينطبق علي خط اب ان كانت قايمة

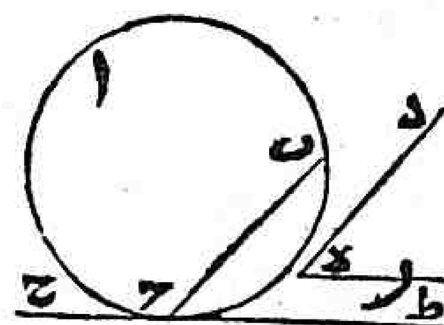




فننصف خط اب علي نقطة ح ونديرببعد حا دايرة اطر وهذه صورها

لج

لنا ان نفصل من اي دايرة مفروضة قطعة تقبل زاوية تساوي زاوية ما مفروضة ۞



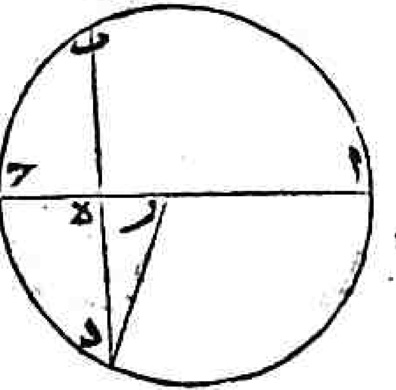
ليكن الدايرة ابح والزاوية دهر فاقول لنا ان نفصل من دايرة ابح قطعة تقبل زاوية كزاوية دهر برهانه نفرض نقطة ط خارج الدايرة ونخرج منها خط طح يماس الدايرة علي نقطة ح بالشكل السادس عشر ونرسم علي نقطة ح من خط طح في جهة الدايرة زاوية كزاوية دهر بالشكل الثالث والعشرين من الاولي وهي زاوية طحب ونخرج حب علي استقامته الي ان يلقي المحيط علي نقطة ب فقطعة بح تقبل زاوية تساوي زاوية بحط المساوية لزاوية دهر بالشكل الواحد والثلثين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

لد

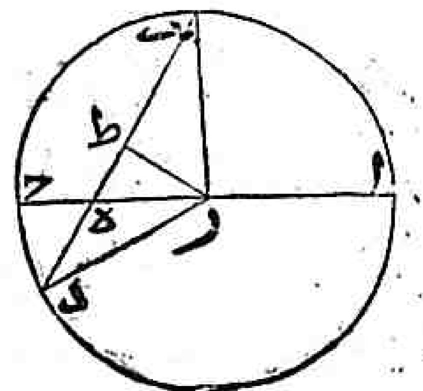
كل وترين يتقاطعان في دايرة فان سطح احد قسمي احد الوترين في قسمة الاخر منه كسطح احد قسمي الوتر الاخر في قسمة الاخر منه ۞

فليتقاطع وترا اح بد علي نقطة ه في دايرة ابح فاقول ان سطح اه في هح كسطح به في هد برهانه فلنجد مركز الدايرة بالشكل الاول وليكن نقطة ر ونصل بينها وبين نقطة د بخط مستقيم ولان كل واحد من الوترين اما ان يكون قطرا او احدهما فقط قطرا منصف للوتر او غير منصف له واما ان لايكون شي منهما قطرا منصف احدهما الاخر او غير منصف فهذه خمسة اقسام اما الاول فلان انصاف القطار كل دايرة متساوية فسطوح بعضها في بعض متساوية واما الثاني فلان اح

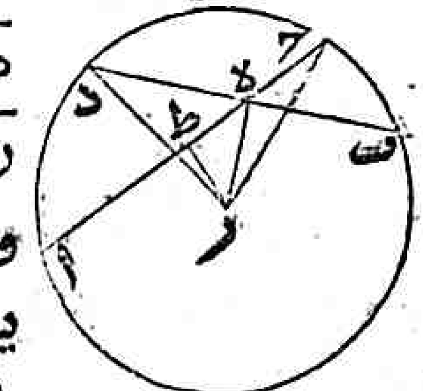
نصف على ز وقسم على ه بمختلفين يكون سطح اه في هج مع مربع زه متساويين لمربع زج اعني زد بالشكل الخامس من الثانية ومربعا زه هد يساويان مربع زد بالشكل السابع والاربعين من الاولى فسطح اه في هج مع مربع زه يساوي مربعي زه هد لكن مربع هد يساوي سطح به في هد لان قطر اج منصف لوتر بد على نقطة ه لانه عمود عليه بالشكل الثالث فاذا القينا مربع زه المشترك يبقى سطح اه في هج مساويا لسطح به في هد وهذا صورته



واما الثالث فنخرج من نقطة ز عمود زط على وتر بد بالشكل الثاني عشر من الاولى فننصفه على نقطة ط بالشكل الثالث فلان وتري اج بد نصفا على نقطتي زط وقسما بمختلفين على نقطة ه سطح اه في هج مع مربع زه كمربع زج بل زد وسطح به في هد مع مربع طه كمربع طد بالشكل الخامس من الثانية ونجعل مربع زط مشتركا بين سطح به في هد ومربع طه وبين مربع طد فيكون سطح به في هد مع مربعي طز طه يساوي مربعي طز طد لكن مربعا طز طد يساويان مربع زد ومربعا طز طه يساويان مربع زه بالشكل السابع والاربعين من الاولى فسطح به في هد مع مربع زه يساويان مربع زد وكان سطح اه في هج مع مربع زه يساويان مربع زد فاذا القينا مربع زه المشترك يبقى سطح اه في هج يساوي سطح به في هد وهذه صورته

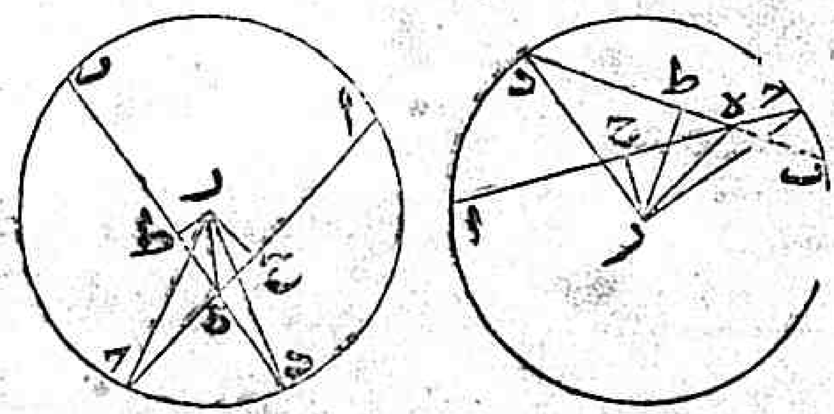


واما الرابع وهو ان لا يكون شي من الوترين قطرا ويكون احدهما وهو اج ينصف بد على نقطة ه ونصل بين نقطة ز وبين كل واحدة من نقط ج ه د بخط مستقيم ونخرج من نقطة ز عمود زط على وتر اج بالشكل الثاني عشر من الاولى فننصفه بالشكل الثالث ويكون خط زه عمودا على وتر بد بالشكل الثالث لانه نصفه فسطح اه في هج مع مربع طه يساويان مربع طج بالشكل الخامس من الثانية فنضيف اليه مربع طز فسطح اه في هج مع مربعي طه طز يساوي مربعي طز طج لكن مربعا طز طج يساويان مربع زج بل مربع زد ومربع زه يساوي مربعي طز طه بالشكل السابع والاربعين من الاولى فسطح اه في هج مع مربع زه يساويان مربع زد ومربعا زه هد يساويان مربع زد بالشكل السابع والاربعين من الاولى فاذا القينا مربع زه يبقى سطح اه في هج يساوي مربع هد المساوي لسطح به في هد وهذا صورته



واما الخامس وهو ان لا يكون شي من الوترين قطرا ولا ينصف احدهما الاخر فنخرج من نقطة ز التي هي مركز دايرة ابج عمودي زح زط على

زط على وتري اج بد بالشكل الثاني عشر من الاولى ونصل بين نقطة ز وبين كل واحدة من نقط ج ه د بخط مستقيم وكل واحد من عمودي زح زط اما ان يقع في احدى جهتي زه الاخرى في الجهة الاخرى منه او يقع كلاهما في احدى جهتي زه فيعرض لهذا القسم وضعان ولا يختلف البرهان بذلك لان سطح اه في هج مع مربع حه يساويان مربع حج وسطح به في هد مع مربع طه يساويان مربع طد بالشكل الخامس من الثانية فاذا اضفنا مربع زح تارة الى مربع حج وتارة الى مجموع سطح اه في هج ومربع حه واذا اضفنا مربع زط تارة الى مربع طد وتارة الى مجموع سطح به في هد ومربع طه صار مجموع مربعي زح حج مساويا لمجموع سطح اه في هج مع مربعي زح حه وصار مجموع مربعي زط طد مساويا لمجموع سطح به في هد مع مربعي زط طه



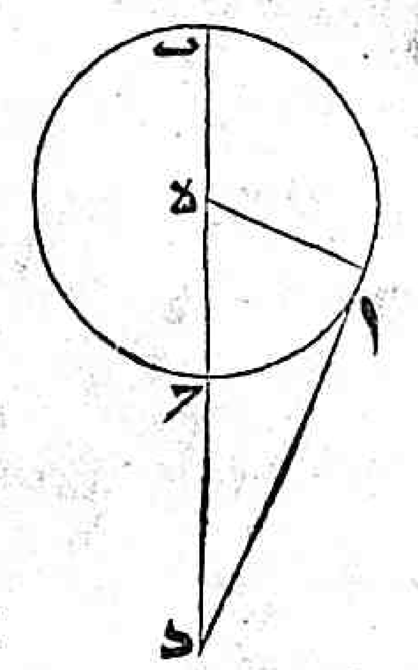
لكن مربع زه يساوي كل واحد من مجموع مربعي زح حه ومجموع مربعي زط طه ومربع زج يساوي مربعي زح حج ومربع زد يساوي مربعي زط طد بالشكل السابع والاربعين من الاولى فسطح اه في هج مع مربع زه يساويان مربع زج بل مربع زد وسطح به في هد مع مربع زه يساويان مربع زد فاذا القينا مربع زه المشترك يبقى سطح اه في هج مساويا لسطح به في هد وذلك ما اردنا ان نبين ۞

لو

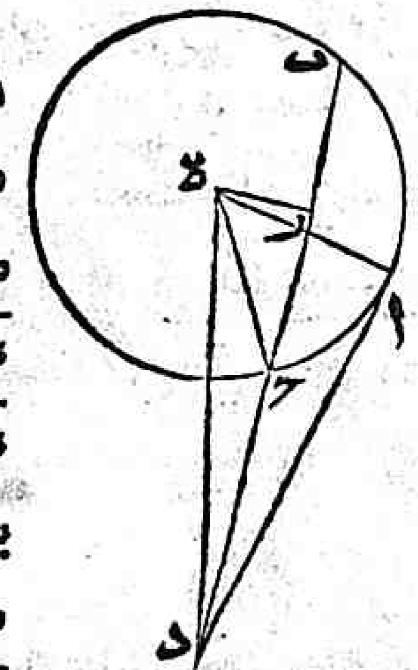
كل خطين مستقيمين خرجا من نقطة خارجة من دائرة احدهما قاطعا محيطها من الجانب الاقرب ومنتهيا اليه من الجانب الابعد والاخر مماسه على نقطة فسطح القاطع كله فيما وقع منه خارج الدائرة يساوي مربع المماس ۞

ليكن الدايرة ابج والنقطة الخارجة د والخط القاطع دجب وليكن قد قطع محيطها في الجانب الاقرب على نقطة ج وانتهى اليه في الجانب الابعد على نقطة ب والخط المماس دا ونقطة التماس ا فاقول ان سطح بد في دج يساوي مربع اد برهانه فلان خط دب اما ان يمر بالمركز او

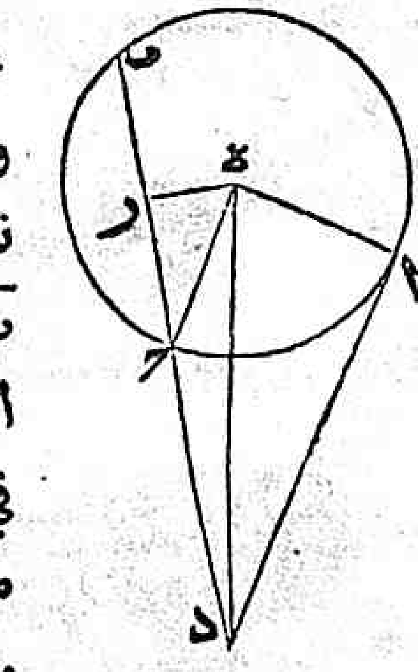
فيما بينه وبين نقطة التماس اوخارجا عنهما اما الاول فنجد المركز بالشكل الاول وليكن نقطة ه فهوينصف قطر بج ونصل اه بخط مستقيم فلان زاوية ه ا د قايمة باستبانة الشكل السادس عشر وخط بج منصف علي نقطة ه ونزيد عليه خط دج المستقيم علي استقامته فسطح ب د في دج مع مربع ه ج المساوي لاه يساويان مربع د ه بالشكل السادس من الثانية ومربع د ه يساوي مربعي ا د ا ه بالشكل السابع والاربعين من الاولي فاذا القينا مربع ه ج من مجموع سطح ب د في دج ومربع ا ه من مجموع مربعي ا ه ا د يبقي سطح ب د في دج مساويا لمربع ا د وهذه صورته



واما الثاني وهو ان يكون خط ب د واقعا فيما بين نقطتي ا ه فنخرج من نقطة ه عمود ه ر علي خط ب د بالشكل الثاني عشر من الاولي فنناصف وتر ب ج بالشكل الثالث ونصل بين نقطة ه وبين كل واحدة من نقطتي ا ج بخط مستقيم فلان ب ج نصف ونزيد فيه خط ج د المستقيم علي استقامته فسطح ب د في دج مع مربع ر ج يساويان مربع ر د ونضيف اليه مربع ه ر فسطح ب د في دج مع مربعي ر ج ر ه يساوي مربعي ر د ر ه لكن مربع ه ج المساوي لمربع ا ه يساوي مربعي ه ر ر ج ومربع ه د يساوي مجموع مربعي ه ر ر د ومجموع مربعي ا ه ا د بالشكل السابع والاربعين من الاولي فسطح ب د في دج مع مربع ا ه يساويان مربع ه د ويساويان مربعي ا ه ا د المساويين لمربع ه د فاذا القينا مربع ا ه مشترك يبقي سطح ب د في دج مساويا لمربع ا د وهذه صورته



واما الثالث وهو ان يكون خط ب د خارجا عن نقطتي ا ه فنخرج من نقطة ه اليه عمود ه ر بالشكل الثاني عشر من الاولي فننصف وتر بج علي ر بالشكل الثالث ونصل بين نقطة ه وبين كل واحدة من نقطتي ا ج بخط مستقيم فلان ب ج نصف علي ر ونزيد فيه ج د علي استقامته فسطح ب د في دج مع مربع ر ج يساويان مربع ر د بالشكل السابع من الثانية ونضيف اليه مربع ه ر فسطح ب د في دج مع مربعي ر ج ر ه يساوي مربعي ر د ر ه لكن مربع ه ج المساوي لمربع ا ه يساوي مربعي ر ج ر ه ومربع ه د يساوي مربعي ر ه ر د ويساوي مربعي ا ه ا د بالشكل السابع والاربعين من الاولي فسطح ب د في دج مع مربع ه ج المساوي



المساوي لمربع ا ه يساويان مربع ه د المساوي لمربعي ا ه ا د فسطح ب د في دج يساوي مربع ا د وذلك ما اردنا ان نبين وهذه صورته ۞

واستبان منه ان كل خط مستقيم من الخطوط المستقيمة الغير المتناهية الخارجة من نقطة خارجة من اي دايرة كانت قاطعة محيطها من الجانب الاقرب اليها ومنتهية اليها من الجانب الابعد فان سطح جميع ذلك الخط فيما وقع منه بين النقطة وبين الدايرة يساوي مربع خط مستقيم يخرج من تلك النقطة وينتهي الي تلك الدايرة مماسا اياها ۞

واستبان ايضا ان السطوح الغير متناهية الحاصلة من سطح تلك الخطوط المذكورة فيما وقع منها بين النقطة وبين الدايرة يساوي بعضها بعضا لان كل واحد منها يساوي مربع الخط المماس والاشيا المساوية لشي واحد متساوية ۞

واستبان ايضا ان كل خطين مستقيمين خارجين من نقطة خارجة من اي دايرة كانت احدهما قاطع اياها علي الوجه المذكور والاخر منتهيا اليه غير قاطع وكان سطح جميع القاطع فيما وقع منه بين الدايرة وبين النقطة مساويا لمربع الخط المنتهي ۞

فان الخط المنتهي يساوي الخط المستقيم الخارج من تلك النقطة المماس للدايرة وكل خط مستقيم خارج من نقطة خارجة من اي دايرة كانت منتهيا اليها مساويا للخط المستقيم الخارج من تلك النقطة مماسا اياها فانه يماس تلك الدايرة لانه اما منطبق علي الخط المماس اوغير منطبق فان كان الاول فظاهر وان كان الثاني فيكون ايضا مماسا للدايرة باستبانة الشكل الثامن وهو ان كل نقطة خارجة من اي دايرة فانه يمكن ان يخرج منها خطين مستقيمين مماسان محيطها عن جنبتي المار بالمركز ولا يمكن ان يخرج منها خط ثالث يماس تلك الدايرة ۞

واقليدس لما لاخط هذه المعاني لم يذكر الشكل الذي الحقه ثابت بن قرة في اخر هذه المقالة وان استعمله في الشكل العاشر من المقالة الرابعة لان عادته في هذا الكتاب انه يستعمل كثيرا من المقدمات ولم يذكر في الكتاب اذا كانت معلومة مما تقدم من مسايله نفسها او بطريق الاستبانة وهو ۞

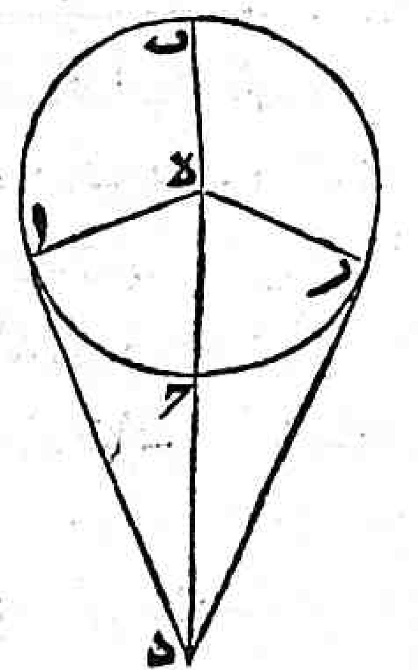
لو

ان كل خطين مستقيمين خرجا من نقطة خارجة من دائرة احدهما قاطعا اياها والاخر منتهيا اليها غير قاطع وكان سطح جميع القاطع فيما هو خارج

منه عن الدائرة مساويا لمربع المنتهي فان الخط المنتهي يماس الدائرة ۞

والثابت بن قرة لما راي ان اقليدس استعمله في الشكل المذكور الحقه باخر هذه المقالة واللايق بالطريقه التي سلكها اقليدس في هذا الكتاب ان لا تفرد هذا الشكل بالذكر مع وجود هذه الاستبانات ولذلك الحجاج لم يذكره في نسخته لما لم يكن موجودا في النسخ اليونانية والسريانية القديمة ونحن اشرنا اليه بالاستبانة ليعلم انه ليس من اصل الكتاب وليس استعمل في الشكل العاشر من المقالة الرابعة ثم ان اذكر البرهان الذي ذكره الثابت ۞

ليكن سطح خط ب ج د المستقيم الخارج من نقطة د الخارجة من دايرة ا ب ج في د ج منه مساويا لمربع خط ا د المستقيم الخارج من نقطة د المنتهي الي دايرة ا ب ج علي نقطة ا فاقول ان خط ا د يماس دايرة ا ب ج علي نقطة ا برهانه نخرج من نقطة د خط د ر المستقيم مماسا لدايرة ا ب ج علي نقطة ر بالشكل السادس عشر ونصل بين نقطة ه مركز دايرة ا ب ج وبين كل واحدة من نقطتي ا ر بخط مستقيم فلان سطح ب د في ج د يساوي مربع ا د بالفرض ويساوي مربع د ر المماس لما بينا في هذا الشكل الذي سبق بكون ا د د ر متساويين وخطا ا ه ه ر متساويان وخط د ه مشترك بين مثلثي ا د ه ر د ه فاضلاع المثلثين المتناظرة متساوية فزوايا هي المتناظرة ايضا متساوية بالشكل الثامن من الاولي فزاوية د ا ه تساوي زاوية د ر ه القايمة باستبانة الشكل السادس عشر فزاوية د ا ه قايمة فخط ا د يماس دايرة ا ب ج باستبانة الشكل الخامس عشر وهذه صورته ۞



۞ تمت المقالة الثالثة بعون الله ۞

المقالة الرابعة وفيها ستة عشر شكلا

الحدود

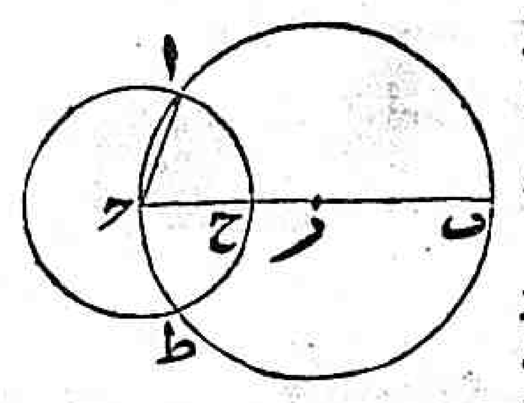
اذا كان محيط دايرة يماس جميع اضلاع شكل مضلع او جميع زواياه او جميع اضلاع شكل مضلع يماس جميع زوايا مضلع اخر يقال للمحيط منهما انه مرسوم علي المحاط وللمحاط انه مرسوم في المحيط ۞

الاشكال

ا

كل دائرة مفروضة معلومة لنا ان نرسم فيها وترا يساوي خطا مستقيما معلوما مفروضا ليس باطول من قطرها ۞

ليكن الدايرة ا ب ج والخط المفروض د ه فنجد مركز الدايرة بالشكل الاول من الثالث وليكون نقطة ر ونرسم علي محيطها نقطة وليكن نقطة ب ونصل بينها وبين المركز بخط مستقيم ونخرجه في جهة ر الي ان ينتهي الي نقطة ج اعني محيط جانبها الاخر محيط ب ج قطرها فان كان الخط المفروض مساويا لخط ب ج فهو المطلوب والا نفصل منه خطا يساوي خط د ه بالشكل الثالث من الاولي وليكن هو خط ج ح ونرسم علي نقطة ج وببعد ج ح دايرة ا ح ط فيقطع محيطها محيط دايرة ا ب ج علي نقطتي ا ط ونصل بين نقطتي ا ج بخط مستقيم فهو يقع داخل دايرة ا ب ج بالشكل الثاني من الثالثة فلان خط ج ا يساوي ج ح وكان د ه يساوي ج ح فخط ج ا يساوي د ه فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞



د ـــ ه

ب

كل دائرة مفروضة معلومة لنا ان نرسم فيها مثلثا يساوي كل واحدة من زواياه لنظيرتها من

زوايا مثلث اخر مفروض معلـــــوم ۞

لبكن الدايرة ابح والمثلث دهز ونرسم خط حط المستقيم مماسا الدايرة ابح علي نقطة ا بالشكل السادس عشر من الثالثة ونرسم علي نقطة ا من خطتي اح اط زاويتي باح حاط يساويان زاويتي دهز دزه بالشكل الثالث والعشرين من الاولي ولان الزاوية التي يحيط بها خط اح وقوس اب اصغر من كل زاوية حادة مستقيمة الخطين وكذلك الزاوية التي يحيط بها خط اط وقوس اح بالشكل الحادي عشر من الثالث فكل من خطي اب اح يقع داخل دايرة ابح فنخرجهما علي استقامتهما الي ان يلقيا محيط الدايرة علي نقطتي ب ح ونصل بينهما بخط مستقيم فهو يقع داخل الدايرة بالشكل الثاني من الثالثة فاقول ان كل واحدة من زوايا مثلث ابح تساوي لنظيرتها من زوايا مثلث دهز برهانه فلان كل واحد من خطي اب اح خرج من نقطة ا التي عليها وقع التماس بين خط حط ودايرة ابح قاطعا اياها فبالشكل الواحد والثلثين من الثالثة تكون زاوية احب مساوية لزاوية باح المساوية لزاوية دهز وزاوية ابح مساوية لزاوية حاط المساوية لزاوية دزه فزاويتا ابح احب يساويان زاويتي دزه دهز وجميع زوايا اي مثلث مستقيم الاضلاع يساوي قايمتين بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فزاوية باح تساوي زاوية هدب فجميع اضلاع مثلث ابح واقعة داخل الدايرة ومحيطها يماس زواياه علي نقط ا ب ح فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

ح

كل دائرة مفروضة لنا ان نرسم عليها مثلثا تساوي كل واحدة من زواياه لنظيرتها من زوايا مثلث مفـــروض ۞

لبكن الدايرة ابح والمثلث دهز فاقول لنا ان نرسم علي دايرة ابح مثلثا تساوي كل واحدة من زواياه زاوية هي نظيرتها من زوايا مثلث دهز برهانه نخرج ضلع هز من مثلث دهز علي استقامته في جهتيه الي نقطتي ط ك

ونجد

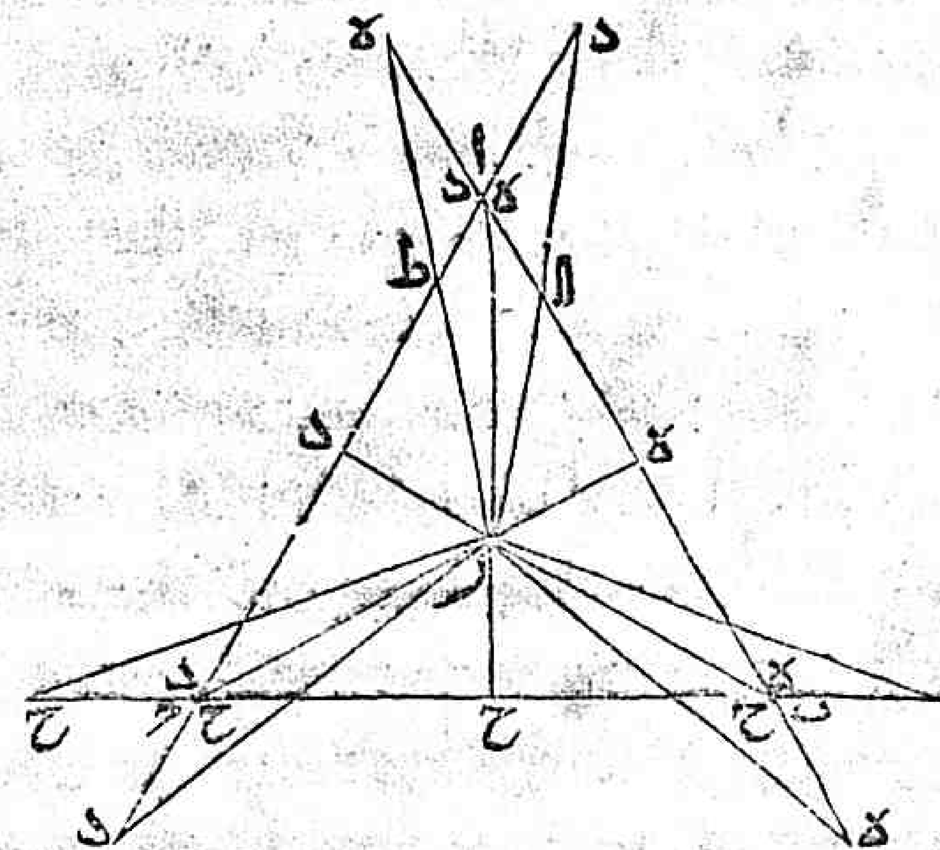
ونجد مركز دايرة ابح بالشكل الاول من الثالثة وليكن نقطة ح ونصل بينها وبين نقطة ب من محيط دايرة ابح بخط مستقيم ونرسم علي نقطة ح زاوية بحا مساوية لزاوية دهط وزاوية بهح مساوية لزاوية دزك بالشكل الثالث والعشرين من الاولي ونخرج حا حح علي استقامتهما الي ان ينتهيا الي المحيط فلينتهيا علي نقطتي ا ح ونخرج من نقط ا ب ح اعمدة ال بم حن علي انصاف اقطار اح بح حح باستبانة الشكل الحادي عشر من الاولي فيكون كل من الاعمدة يماس دايرة ابح باستبانة الشكل الخامس عشر من الثالثة فاذا اخرجنا كل واحد منها علي استقامته في جهتيه يلقي الباقيين وذلك لانا اذا وصلنا اوتار اب اح بح يكون كل زاويتين من الزوايا الحادثة التين يحيط بهما احد الاوتار مع العمودين من الاعمدة اقل من قايمتين وليكن التقاء الاعمدة علي نقط ل م ن فحدث مثلث نلم مرسوما علي دايرة ابح ولانا اذا وصلنا بين نقطتي ل ح بخط مستقيم حدث مثلثا الح بلح وزوايا كل مثلث كقايمتين بالشكل الثاني والثلثين من الاولي وزاوية حال من مثلث الح قايمة فزاويتا احل الح من مثلث الح كقايمة وزاوية حبل من مثلث بلح قايمة فزاويتا احل الح من مثلث الح كقايمة وزاوية حبل من مثلث بلح قايمة فزاويتا بحل بلح منه كقايمة فزاويتا احب الب كقايمتين وبمثله تبين ان زاويتي ححب حمب كقايمتين لكن كل واحدة من زاويتي دهط دهز دزه دزك كقايمتين بالشكل الثالث عشر من الاولي فزاوية دهز كزاوية الم وزاوية حمب كزاوية دزه فزاوية لنم الباقية من مثلث نلم كزاوية هدز من مثلث دهز لما قلنا ان كل مثلث فان زواياه الثلث كقايمتين بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبـــين ۞

د

كل مثلث مستقيم الاضلاع مفروض لنا ان نرسم فيه دائـــرة ۞

لبكن المثلث ابح فننصف كل واحدة من زاويتي ابح احب بخطي بز حز بالشكل التاسع من الاولي فلان مجموع زاويتي ابح احب اقل من قايمتين بالشكل السابع عشر من الاولي فخطا زب زح يلتقيان فليلتقيان علي نقطة ز داخل مثلث ابح والا يلزم احاطة خطين مستقيمين بسطح لو التقيا خارج المثلث او علي احد ضلعي اب اح هذا

خلف ويخرج منها عمود رح علي ضلع بح فلا يقع علي احدي نقطتي ب ح ولا علي ضلاع بح بعد اخراجه في احدي جهتيه والا يلزم ان تكون الزاوية الحادة كقايمة في الاول وان يكون في مثلث زاوية قايمة والاخري منفرجة في الثاني لان الزاوية المجاورة لزاوية رحب منفرجة بالشكل الثالث عشر من الاولي هذا خلف لما تبين ان زوايا كل مثلث كقايمتين بالشكل الثاني والثلثون من الاولي فيقع



عمود رح علي ضلع بح فيما بين نقطتي ب ح ونخرج من نقطة ر عمود ره علي ضلع اب فلا يقع علي نقطة ب ولا علي ضلع اب بعد اخراجه في جهة ب لما بينا ولا علي نقطة آ ولا علي ضلع اب بعد اخراجه في جهة آ لانه في الصورتين يلزم ان يكون عمود ره كعمود رح بالشكل السادس والعشرين من الاولي لانه حينيذ يكون كل واحدة من زاويتي رحب رهب من مثلثي رحب رهب قايمة ويكون زاويتا حبر رهب ر منهما متساويتين وضلع رب مشتركا بينهما وهو محال اما اذا كان عمود ره واقعا علي نقطة آ فنخرج من نقطة ر عمود رد علي ضلع اح فلا يقع علي نقطة ح ولا علي ضلع اح بعد اخراجه في جهة ح لما بينا ولا علي نقطة فيما بين نقطتي آ ح ولا علي نقطة آ ولا علي ضلع اح بعد اخراجه في جهة آ والا لكان عمود رد مساويا لعمود رح في الصور الثالث لما بينا فيكون مساويا لعمود ره ففي الصورة الاولي يكون زاويتا رده رهد متساويتين بالشكل الخامس من الاولي وزاوية رهد التي هي اصغر من الزاوية المجاورة لزاوية رهب القايمة حادة فيلزم ان يكون زاوية رده القايمة حادة وزاوية رهد الحادة قايمة هذا خلف وفي الصورة الثانية يلزم ان يكون زاوية ردح الحادة قايمة هذا خلف وفي الصورة الثالثة تكون زاوية رهح حادة تكون زاوية رهد منفرجة بالشكل الثالث عشر من الاولي فيلزم ان يكون زاويتا مثلث وهما زاويتا رهد رده اعظم من قايمتين وهما اصغر منهما بالشكل السابع عشر من الاولي هذا خلف واما اذا كان عمود ره واقعا علي ضلع اب بعد اخراجه في جهة آ لابد وان يقطع ضلع اح علي نقطة فليقطع علي نقطة ط فتكون زاوية رطا الخارجة من مثلث ادط اعظم من زاوية اهط القايمة بالشكل السادس والعشرين من الاولي

فهي

فهي منفرجة فزاوية رطح حادة بالشكل الثالث عشر من الاولي فعمود رد حينيذ اما ان يقع علي نقطة ح اوعلي ضلع اح بعد اخراجه في جهة ح وذلك غير ممكن لما بينا اوعلي نقطة بين نقطتي ط ح اوعلي نقطة ط اوعلي نقطة آ اوعلي ضلع اح بعد اخراجه في جهة آ ففي الصور الاربع يكون عمود رد مساويا لعمود رح لما بينا فهو مساو لعمود ره لان الزاوية العظمي من كل مثلث يوترها الضلع الاطول بالشكل التاسع عشر من الاولي يكون ضلع رط في الصورة الاولي اعظم من عمود رد فهو اعظم من عمود ره فيكون جزء مقدرا اعظم منه هذا خلف وفي الصورة الثانية يلزم ان يكون رط مساويا لعمود رد فيكون مساويا لعمود ره فيكون جزء مقدرا مساويا له هذا خلف وفي الصورتي الثالثة والرابعة يكون في مثلث ردط زاوية ردط قايمة وزاوية رطد منفرجة فيلزم ان يكون زاويتا مثلث اعظم من قايمتين وهما اصغر منهما بالشكل السابع عشر من الاولي هذا خلف فعمود ره انما يقع علي ضلع اب فيما بين نقطتي آ ب وحينيذ تبين ان عمود رد انما يقع علي ضلع اح فيما بين نقطتي آ ح لانه حينيذ لا يمكن ان يقع علي ح ولا علي ضلع اح بعد اخراجه في جهة ح لما بينا ولا علي نقطة آ والا لكان ضلعا رد ره متساويين لانهما مساويان ضلع رح لما بينا فيكون زاويتا رهد رده متساويين بالشكل الخامس من الاولي لكن زاوية رده التي هي اصغر من الزاوية المجاورة لزاوية ردح القايمة حادة فتكون زاوية رهد القايمة حادة هذا خلف ولا يمكن ان يقع علي ضلع اح بعد اخراجه في جهة آ لانه حينيذ يقطع ضلع اب فليقطع علي نقطة ك فلان زاوية رهك قايمة فزاوية ركه تكون حادة بالشكل السابع عشر من الاولي فيكون ضلع رك اعظم من ضلع ره المساوي لضلع رد فيكون ضلع رك جزء رد واعظم منه هذا خلف فاعمدة رح ره رد متساوية فاذا جعلنا نقطة ر مركزا ورسمنا عليه ببعد رح مثلا دايرة هحد فان محيطها يمر علي نقطتي ه د فاضلاع مثلث ابح يماس دايرة هدح باستبانة الشكل الخامس عشر من الثالثة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

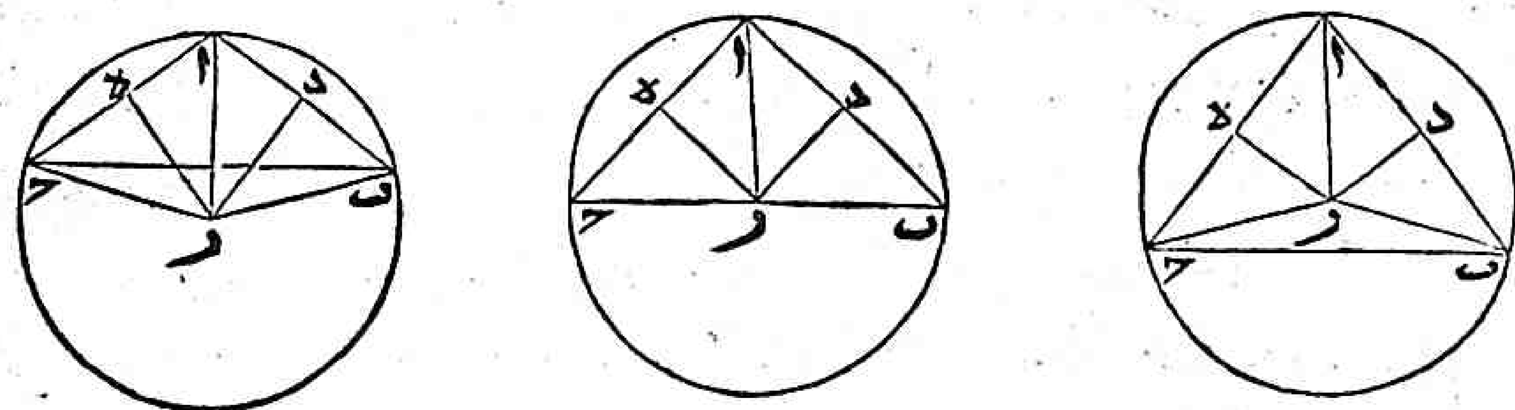
واستبان منه ان كل خطين مستقيمين ينصفان زاويتين من اي زاوايا مثلث فانهما ان اخرجا الي داخل المثلث يتلاقيان علي نقطة وتلك النقطة مركز المثلث واي الاعمدة الخارجة منها الي اضلاع المثلث متساوية ۞

ه

كل مثلث مفروض مستقيم الاضلاع لنا ان

نرسم عليه دائـــــــــــــــــرة ۞

لبكن المثلث اب ح فننصف ضلعي اب اح علي نقطتي د ه بالشكل العاشر من الاولي ونخرج من نقطتي د ه عمودي در هر علي ضلعي اب اح بالشكل الحادي عشر من الاولي فلانا اذا وصلنا بين نقطتي د ه بخط مستقيم كانت زاويتا ده ر ه در اقل من قايمتين فاذا اخرج العمودان في جهة وتر ب ح يلتقيان فليلتقيا علي نقطة ر ونصل بر حر ار بخطوط مستقيمة فلان زاوية بدر كزاوية ادر وضلع بد كضلع اد وضلع در مشترك بين مثلثي بدر ادر فبالشكل الرابع ضلع بر كضلع ار وبمثله تبين ان ضلع حر كضلع ار فاضلاع بر ار حر الثلاثة متساوية فاذا جعلنا نقطة ر مركزا وادرنا ببعد احد الاضلاع دايرة فان محيطها يمر علي نقط ب ا ح فاضلاع مثلث اب ح يقع داخلها بالشكل الثاني من الثالثة فمحيطها يماس زواياه علي نقط ا ب ح فالحكم ثابت وذلك ما اردنـــا ان نبـــــــــــين ۞



ولهذا الشكل اختلاف وقوع لما بين في الشكل الثلثين من الثالثة ان الزاوية المنفرجة انما تقع في قطعة هي اقل من النصف والقايمة في قطعة هي النصف والحادة في قطعة هي اعظم من النصف وزاوية باح ان كانت منفرجة يقع مركز الدايرة خارج مثلث اب ح وان كانت قايمة يقـــع علي ضلع ب ح وان كانت حادة يقع داخل مثلث اب ح والبيـــان في الكل واحـــــــــــــــد ۞

و

كل دائرة مفروضة لنا ان نرسم فيها مربعـــا ۞

لبكن الدايرة اب ح د فنجد مركزها بالشكل الاول من الثالثة وليكن نقطة ه ونصل بينهـــا وبين نقطة علي محيطهـــا ولتكن نقطة ا بخط مستقيم ونخرجه علي استقامته الي ان ينتهي الي المحيط فلبنته علي نقطة ح ونخرج من المركز علي قطر اح عمود ه ب بالشكل الحادي عشر من الاولي ونخرجه في جهتيه الي ان ينتهي الي المحيط فلبنته علي نقطتي ب د ونصل بين نقط ا ب ح د بخطوط مستقيمة فهي تقع داخل دايرة اب ح د بالشكل الثاني

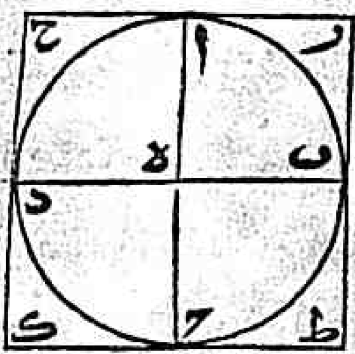
الثاني من الثالثة فاقول ان شكل اب ح د مربع برهانه فلان ضلعي ه ب ه ا متساويان فبالشكل الخامس من الاولي زوايا ه اب ه ب ا متساويتـــان ولان كل مثلث فان زواياه الثلث كقايمتين بالشكل الثاني والثلثين من الاولي وزاوية اه ب قايمة فكل واحده من زاويتي ه اب ه ب ا نصف قايمة وبمثله تبين ان كل واحدة من زوايا ه ب ح ه ح ب ه ح د ه د ح ه د ا ه ا د نصف قايمة فكل واحدة من زوايا اب ح ب ح د ح د ا د اب قايمة ولان نقطة ه مركز دايرة اب ح د فضلعا اه ه ب وزاوية اه ب من مثلث اب ه تساوي ضلعي ب ه ه ح وزاوية ب ه ح من مثلث ب ح ه كل لنظيره فبالشكل الرابع من الاولي يكون ضلع اب كضلع ب ح وبمثله تبين ان كل واحد من ضلعي اد ح د يساوي ضلع ب ح فاضلاع اب ب ح ح د د ا متساوية فذو اربعة اضلاع اب ح د مربع فمحيط دايرة اب ح د ملاق لزوايا المربع علي نقط ا ب ح د وغير قاطـــع ضلعا من اضلاعه فالحكم ثابث وذلك ما اردنا ان نبـــــــــين ۞



ز

كل دائرة مفروضة لنا ان نرسم عليها مربعًا ۞

لتكن الدايرة اب ح د فنجد مركزها بالشكل الاول من الثالثة وليكن نقطة ه ونصل بين نقطة ب علي محيطهـــا وبين المركز بخط مستقيم ونخرجه الي ان ينتهي الي محيطها ولبنته علي نقطة د ولنخرج من نقطة ه عمودا علي قطر ب د بالشكل الحادي عشر من الاولي ونخرجه في جهتيه الي ان ينتهي الي المحيط ولبنته الي نقطتي ا ح ونخرج من نقط ا ب ح د عمدة علي قطري اح ب د فهي تماس دايرة اب ح د باستبانة الشكل الخامس عشر من الثالثة ولانا اذا اخرجنا اوتار اب اد دح حب كانت كل من الزاويتين اللتين يحيط بهما وترمنها وعمودان من الاعمدة المذكورة اقل من قايمتين فاذا اخرجنـــا الاعمدة في الجهتين علي استقامتهـــا فلا بد وان يتلاقي بعضها بعضا فليتلاقي علي نقط ر ح ك ط فاقول ان شكل ر ك مربع برهانه فلان كل واحدة من الزوايا التي عند نقط ا ب ح د قايمة بالشكل التاسع عشر من الثالثة وكل واحدة من الزوايا التي عند نقطة ه قايمة بالشكل الثالث عشر من الاولي فبالشكل الثامن والعشرين من الاولي ضلعا ر ط ح ك يوازيان قطر اح فهما متوازيان بالشكل الثلثين من الاولي وضلعا ر ح ط ك يوازيان قطر ب د فهما متوازيان فكل واحد من سطوح ح ط ح ح ر ح ر د د ط ح ه ه ط ر ه ه ك متوازي الاضلاع فبالشكل



الرابع والثلثين من الاولي ضلعا زط حا يساويان قطر اج فهما متساويان وضلعا زح طا يساويان قطر بد فهما متساويان والقطران متساويان فاضلاع زح حا اط طز من شكل زا متساوية ولان كل واحدة من الزوايا التي عند نقطة ه قايمة فكل واحدة من الزوايا التي عند نقط ز ح ا ط قايمة بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فذو اربعة اضلاع زا مربع فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبـــــين ۞

ح

كل مربع مفروض لنا ان نرسم فيه دايـرة ۞

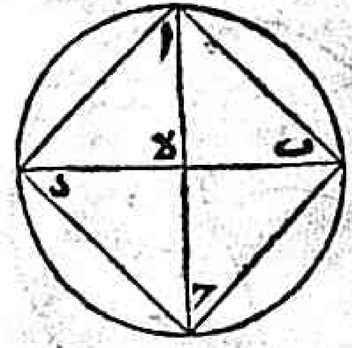
ليكن المربع ابجد فننصف كل واحد من ضلعي اب اد علي نقطتي ز ه بالشكل العاشر من الاولي ونخرج من كل واحدة من نقطتي ز ه عمودي زط هح علي ضلعي اب اد بالشكل الحادي عشر من الاولي ولان كل واحدة من زوايا طزا طزب حها حها قايمة وكل واحدة من زوايا المربع ايضـا قايمة فعمود طز يوازي كل واحد من ضلعي اد بج وعمود هح يوازي كل واحد من ضلعي اب دج بالشكل الثامن والعشرين من الاولي فاذا اخرجنا العمودين الي داخل المربع علي استقامتهمـا ينتهي عمود زط الي ضلع دج فلينته الي نقطة ط وعمود هح الي ضلع بج فلينته الي نقطة ح ولابد ان يتقاطعا فليتقاطعا علي نقطة ا فاقول انها مركز دايرة يحيط بها المربع برهانه ولان اضلاع مربع اج متساوية فانصافهـا متساوية فخطوط از زب اه هد متساوية وكل واحد من سطوح اا اد اج اب متوازي الاضلاع فالاضلاع المتقابلة من كل منها متساوية بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فخطوط از اه اط اح متساوية فاذا جعلنا نقطة ا مركزا ورسمنا عليه ببعد خط از دايرة فان محيطهـا يمر علي نقط ز ه ط ح ولان كل واحدة من الزاويا التي عند نقطتي ز ه قايمة واضلاع المربع متوازية فكل من الزوايا التي عند نقطتي ح ط قايمة بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فاضلاع المربع تماس الدايرة علي نقط ط ه زح باستبانة الشكل الخامس عشر من الثالثة فالحكم ثابت وذلك ما اردنـا ان نبـــــين ۞

ط

كل مربع مفروض لنا ان نرسم عليه دايرة ۞

ليكن المربع ابجد فنخرج منه قطري اج بد فلا بد ان يتقاطعـا فليتقاطعا علي نقطة ه فاقول انها مركز دايرة تحيط مربع ابجد برهانه فلان ضلعي اب اد وزاوية باد من مثلث ابد مساوية لضلعي اب بج وزاوية

بج وزاوية ابج من مثلث ابج فبالشكل الرابع من الاولي قاعدة بد كقاعدة اج وزاوية ابد كزاوية باج وبمثله تبين ان زاوية ابج من مثلث ابج كزاوية دبج من مثلث بدج فكل من ضلعي اه هج يساوي ضلعي هب بالشكل السادس من الاولي فهما متساويان فكل منهما نصف قطر اج وكان قطرا اج بد متساويين فضلعا به ده متسـاويان فاضلاع اه به جه ده متساوية فاذا جعلنا نقطة



مركزا ورسمنا عليها ببعد اه مثلا دايرة فان محيطها يمر علي نقط ا ب ج د فاضلاع مربع ابجد واقعة داخل دايرة ابجد بالشكل الثاني من الثالثة فالحكم ثابت وذلك ما اردنـا ان نبـــــين ۞

وبين في اصلي الثابت والحجاج هذا الشكل بهذا الطريق فلان ضلع اب كضلع اد تكون زاويتا ابد ادب متساويتين بالشكل الخامس من الاولي وزاوية باد قايمة وكل مثلث زواياه الثلث كقايمتين بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فكل من زاويتي ابد ادب نصف قايمة وبمثله تبين ان كل واحدة من زوايا باج اجب جبد بدج نصف قايمة فيكون ضلع به كضلع جه وضلع اه كضلع به وضلع ده كضلع اه بالشكل السادس من الاولي فليكون اضلاع اه ده جه به الاربعة متساوية فاذا جعلنا نقطة ه مركزا وادرنا ببعد احدها دايرة فان محيطها يمر علي نقط ا ب ج د ۞ ——————— ۞

واستبان منه ان مربع نصف قطر الدايرة المحيطة بالمربع نصف مربع ضلع المربع لان اضلاع المثلثات الواقعة في مربع ابجد متساوية علي التناظر فبالشكل الثامن من الاولي زواياه المتناظرة متساوية فمربع ضلع ضعف مربع نصف قطر المحيط بالدايرة بالشكل السابع والاربعين من الاولي ۞

ي

لنا ان نعمل مثلثا متساوي الساقين كل واحده من الزاويتين اللتين عند القاعدة ضعف الزاوية التي عند راســــــــه ۞

ليكن اب خطا مستقيما محدودا مفروضـا فنقسمه علي نقطة ج قسمة يكون سطح اب في بج كمربع اج بالشكل الحادي عشر من الثانية ونرسم علي نقطة ا وببعد اب دايرة بده ونرسم فيها وتر بد يساوي خط اج بالشكل الاول ونصل اد فاقول ان مثلث ابد هو المطلوب برهانه نصل جد بخط مستقيم ونرسم علي مثلث اجد دايرة اجد بالشكل

الخامس فلان با و بد قد خرجا من نقطة ب الخارجة عن دايرة احد وبا قاطع اياها بد ومنته اليها وسطح اب في بح كمربع بد فخط بد يماس دايرة احد باستبانة الشكل الخامس والثلثين من الثالثة فخط حد خارج من نقطة التماس قاطعا للدايرة الي قطعتي حاد حد فزاوية حاد كزاوية حدب بالشكل الواحد والثلثين من الثالثة وزاوية بحد كزاويتي حاد حدا بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فزاوية بحد كزاوية ادب لكون زاوية حدب كزاوية حاد تكن زاوية ادب كزاوية ابد بالشكل الخامس من الاولي لكون ضلعي اب اد متساويين وزاويتا دحب دبح متساويتان فضلع دح كضلع دب بالشكل السادس من الاولي فضلعا حا حد متساويان فزاويتا حاد حدا متساويتان بالشكل الخامس من الاولي فزاوية حاد اعني زاوية حدب مع زاوية حدا ضعف زاوية حاد وهما اعني زاويتي حدا حاد كزاوية ادب المساوية لزاوية ابد فكل من زاويتي ابد ادب ضعف زاوية باد فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبـــــــــــين ☼

واستبان منه ان كل واحدة من زاويتي ابد ادب المتساويتين من مثلث ابد خمسا قايمتين لان كل واحدة منهما ضعف زاوية باد وزاوايا كل مثلث كقايمتين لما تبين في الشكل الثاني والثلثين من الاولي ويقال لهذا المثلث مثلث المخمـــــــــــس ☼

يا

كل دائرة مفروضة لنا ان نرسم فيها مخمسا متساوي الاضلاع والزوايا ☼

لبكن الدايرة ابح فنعمل مثلث المخمس بالشكل المتقدم وهو مثلث دهر وكل واحدة من زاويتي دهر دره ضعف زاوية هدر ونرسم في دايرة ابح مثلث ابح زواياه تساوي زوايا مثلث دهر بالشكل الثاني وتكون زاوية ا منه تساوي زاوية د من مثلث دهر وننصف كلا من زاويتي ابح احب بخطي بح حط المستقيمين بالشكل التاسع من الاولي ونخرجهما الي ان يلقيا المحيط علي نقطتي ح ط ونصل اح حح اط طب بخطوط مستقيمة فاقول ان شكل احبط مخمس متساوي الاضلاع والزوايا برهانه فلان كلا من زاويتي ابح احب من مثلث ابح منصفة وكل

وكل منها ضعف زاوية باح فزوايا باح ابح حبخ احط بحط المخمس متساوية فقسي اح حح حب بط طا المخمس متساوية بالشكل الخامس والعشرين من الثالثة فالمخمس متساوي الاضلاع وكل واحد من تلك الاوتار واقع داخل دايرة ابح بالشكل الثاني من الثالثة وكل من زواياه انما يقع علي ثلث قسي من قسي المخمس المتساوية فزوايا المخمس متساوية بالشكل السادس والعشرين من الثالثة وهي طاح احح ححب حبط بطا بالحكم ثابت وذلك ما اردنـــا ان نبـــــــــين ☼

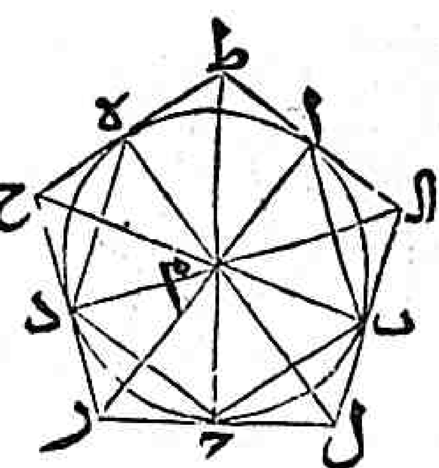
واستبان منه ان مربع وتر زاوية المخمس مع مربع وتر المعشر يساويـــان اربعة امثال مربع نصف قطر دايرة المخمس وذلك لانا نجد مركز دايرة المخمس بالشكل الاول من الثالثة وليكن نقطة ك ونصل بينهـــا وبين نقطة ا بخط مستقيم ونخرجه علي استقامتـــه الي ان ينتهي الي المحيط علي نقطة ل ونصل بينهـــا وبين نقطة ب بخط مستقيم فتحصل زاوية ابل قايمة بالشكل الثالثين من الثالثة فمربع ال المساوي لاربعة امثال مربع اك بالشكل الرابع من الثانية يكون مساويا لمربعي اب وتر زاوية المخمس ومربع بل وتر المعشر بالشكل السابع والاربعين مـــــــــن الاولي ☼

واستبان منه ايضا ان زاوية المخمس المتساوي الاضلاع الواقع في الدايرة تساوي قايمة وخمس قايمة لان اذا وصلنا بين نقطتي ط ل بخط مستقيم كانت زاوية اطل قايمة بالشكل الثلثين من الثالثة وزاوية لطب خمس قايمة لان المحيط بازاء قايمتين باستبانة الشكل الثلثين من الثالثة فقوس بل خمس نصف المحيـــــــــــط ☼

يب

كل دائرة مفروضة لنا ان نرسم عليها مخمسا متساوي الاضلاع والزوايـــــــــا ☼

لبكن الدايرة ابح فنرسم فيهـا مخمس ابحده بالشكل المتقدم ونجد مركزها بالشكل الاول من الثالثة وهو نقطة م ونصل بينها وبين كل واحدة من نقط ا ب ح د ه بخط مستقيم فيحدث مثلثات امه هم د دم ح حم ب بم ا فهي متساوية بالشكل الثامن من الاولي لتساوي اضلاعهـا



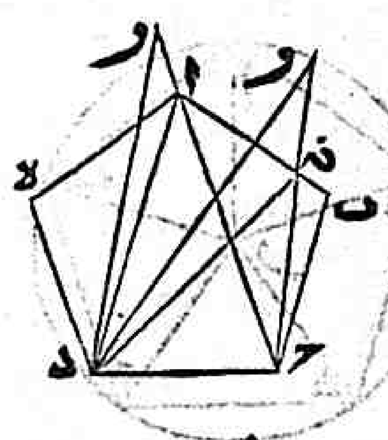
المتناظرة فجميع زوايا المثلثات التي عند نقطة م متساوية وهي زوايا ام ه ه م د د م ح ح م ب ب م ا ونخرج من كل واحدة من نقط ا ب ح د ه اعمدة علي انصف اقطار دايرة اب ح د ه التي هي خطوط ام ه م دم حم ب م باستبانة الشكل الحادي عشر من الاولي فالاعمدة تماس الدايرة باستبانة الشكل الخامس عشر من الثالثة ونخرجها في الجهتين الي ان يتلاقي لان كل زاويتين محيط بها وتر مخمس مع عمودين هما اقل من قايمتين فليتلاقي علي نقط ح ر ل ا ط فشكل ح ر ل ا ط مخمس متساوي الاضلاع والزوايا برهانه نصل بين نقطة م وبين كل واحدة من نقط ح ر ل ا ط بخط مستقيم فلان سطح م ر وما يتصل به الي المحيط فيما هو خارج منه من دايرة اب ح كمربع كل واحد من خطي ر د ر ح بالشكل الخامس والثلثين من الثالثة فهما متساويان وبمثله تبين ان خط ح د مثل ه ح وط ه مثل ط ا و ا ا مثل ا ب و ل ب مثل ل ح ولان اضلاع كل واحد من مثلثي ح م ر د م ر المتناظرة متساوية فبالشكل الثامن من الاولي زاويتا ح ر م د ر م متساويتان وكذلك زاويتا ح م ر د م ر وكل من زاويتي ح م ر د م ر نصف زاوية ح م د فخط ر م نصف زاوية ح م د وبمثله تبين ان كل واحدة من الزاويتين اللتين عند نقط ح ل ا ط متساويتان وان خط ح م نصف زاوية د م ه وخط ط م نصف زاوية ام ه وخط ا م نصف زاوية ام ب وخط ل م نصف ب م ح وهذه الزوايا الخمسة المنصفه بينا انها متساوية فالزوايا العشر التي عند نقطة م متساوية ولان زاويتي ر ح م ر م ح من مثلث ر م ح يساويان زاويتي ل ح م ل م ح من مثلث ل م ح كل لنظيره وضلع ح م مشترك بين مثلثي ر م ح ل م ح فهما متساويان بالشكل السادس والعشرين من الاولي فضلع ح ل كضلع ح ر وزاوية م ل ح كزاوية م ر ح وزاوية ب ل ح ضعف زاوية م ل ح وزاوية د ر ح ضعف زاوية م ر ح فزاويتا ب ل ح د ر ح متساويتان وبمثله تبين ان زوايا الثلاثة التي عند نقط ح ط ا متساوية ومساوية لزاويتي ب ل ح ح ر د وان خطوط ح ر ح ل د ر د ح ه ح ه ط ا ط ا ا ب ا ب ل العشرة متساوية فاضلاع ح ر ر ل ل ا ا ط ط ح الخمسة متساوية لان كلا منها ضعف احد الخطوط العشر المتساوية فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

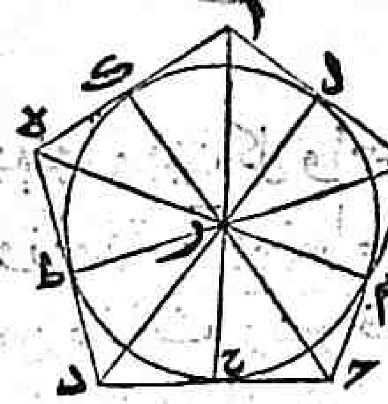
واستبان منه ان كل مخمس متساوي الاضلاع الواقع في دايرة ينقسم الي خمسة مثلثات متساوية الاضلاع النظاير ۞

يج

كل مخمس مفروض متساوي الاضلاع والزوايا لنا ان نرسم

ان نرسم فيه دائرة ۞

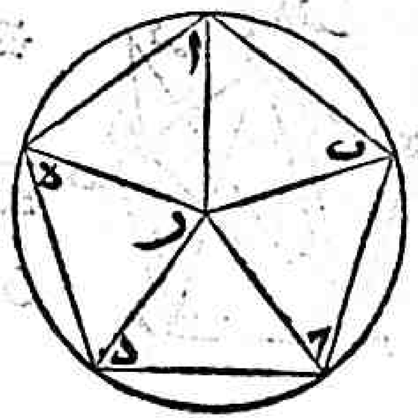




ليكن المخمس اب ح د ه ولننصف زاويتي ب ح د ح د ه بالشكل التاسع من الاولي بخطي ح ر د ر فهما يلتقيان داخل المخمس والا فليكن الالتقاء خارج المخمس فلنخرج خط ح ر علي نقطة ن من خط اب اوعلي نقطة ا ونصل خطي د ن د ا فلان في مثلث ب ح ن ضلعي ب ح ح ن وزاوية بينهما يساوي ضلعي د ح ح ن وزاوية بينهما من مثلث د ح ن فبالشكل الرابع من الاولي زاوية ح ب ن المساوية لزاوية ح د ه يساوي زاوية ح د ن هذا خلف وايضا فلان ضلعي ب ح ح ا وزاوية بينهما من مثلث ب ح ا يساوي ضلعي د ح ح ا وزاوية د ح ا بينهما من مثلث د ح ا فبالشكل الرابع من الاولي زاوية ا ب ح المساوية لزاوية ح د ه تساوي زاوية ح د ا هذا خلف وبمثله تبين ان خط د ر لا يمكن ان يخرج علي نقطة بين نقطتي ا ه اوعلي نقطة بين نقطتي د ه وان خطي ح ر د ر لا يمكن التقاهما علي نقطة من احد ضلعي اب ب ح فلا بد وان يلتقيان داخل المخمس فيلتقيا علي نقطة ر ونخرج منها اعمدة علي كل واحد من اضلاع المخمس بالشكل الثاني عشر من الاولي وهي خطوط ر ح ر ط ر ا ر ل ر م فاقول انها متساوية برهانه نصل ر ه ر ا ر ب بخطوط مستقيمة فلان ضلع ب ح ح ر وزاوية ح التي بينهما من مثلث ب ح ر يساوي ضلعي ح د ح ر وزاوية ح التي بينهما من مثلث د ح ر فبالشكل الرابع من الاولي قاعدة ب ر كقاعدة د ر وزاوية ح ب ر كزاوية ح د ر لكن زاوية ح د ر نصف زاوية ح د ه المساوية لزاوية ح ب ا فزاوية ح ب ر نصف زاوية ح ب ا وبمثله تبين ان كل واحدة من زوايا المخمس الباقية منصفة بالخطوط المستقيمة الخارجة من نقطة ر اليها ولان زاويتي ر ح ح ر ح ر من مثلث ر ح ح يساويان زاويتي ر ح م ح م ر من مثلث ح م ر كل لنظيرتها وضلع ح ر مشترك بينهما فبالشكل السادس والعشرين من الاولي عمود ر م كعمود ر ح وبمثله تبين ان اعمدة ر ط ر ا ر ل متساوية ومساوية لعمودي ر م ر ح فالاعمدة الخمسة متساوية فاذا جعلنا نقطة ر مركزا ورسمنا عليها ببعد احد الاعمدة دايرة فمحيطها يمر علي نقط ح ط ا ل م واضلاع المخمس عمود علي الاعمدة فهي تماس الدايرة باستبانة الشكل الخامس عشر من الثالثة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

يد

كل مخمس مفروض متساوي الاضلاع والزوايا

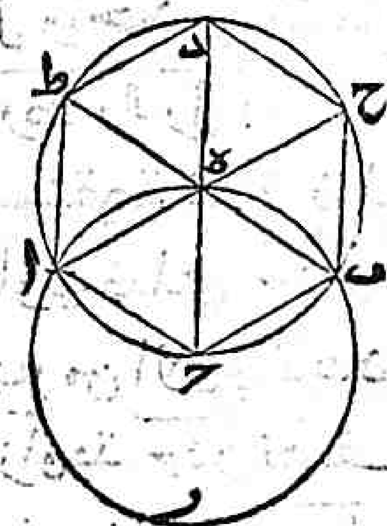


لنا ان نرسم عليه دايرة ۞

ليكن المخمس ا ب ج د ه فننصف كل واحدة من زاويتي ج د بخطي ج ز د ز بالشكل التاسع من الاولي فليلتقيان علي نقطة داخل المخمس بمثل ما بين في الشكل المتقدم فليلتقيا علي نقطة ز فنصل بينها وبين كل واحدة من نقط ا ب ه بخط مستقيم فلان ضلعي ب ج ج ز وزاوية ج بينهما من مثلث ز ب ج تساوي ضلعي د ج ج ز وزاوية ج بينهما من مثلث ز د ج فبالشكل الرابع من الاولي قاعدة ب ز كقاعدة د ز وبمثله تبين ان خطوط ا ز ب ز ج ز د ز ه ز متساوية فاذا رسمنا علي نقطة ز ببعد احد الخطوط دايرة فمحيطها يمر علي نقط ا ب ج د ه فالمخمس ملاق للدايرة بنقط زواياه واضلاعه واقعة داخل الدايرة بالشكل الثاني من الثالثة فالدايرة المرسومة علي المخمس محيطة به وذلك ما اردنا ان نبين ۞

يه

كل دايرة مفروضه لنا ان نرسم فيها مسدسا متساوي الاضلاع والزوايا ۞



ليكن الدايرة ا ب ج ونجد مركزها بالشكل الاولي من الثالثة وليكن نقطة ه ونصل بينها وبين نقطة ج علي محيطها بخط مستقيم ونخرجه علي استقامته في جهة المركز الي ان يلقي المحيط فليلقه علي نقطة د فخط ج د قطر لدايرة ا ب ج ونرسم علي نقطة ج وببعد ج ه دايرة ا ه ب ز فيقطع محيطها محيط دايرة ا ب ج ويقع داخل دايرة ا ه ب ز بالشكل الثاني من الثالثة فليقطع علي نقطتي ا ب ونصل بين المركزين وبين كل واحده منهما بخط مستقيم لما بينا في الشكل الاول من الاولي ونخرجة علي استقامته الي ان ينتهي الي محيط دايرة ا ب ج ولينته خط ا ه علي نقطة ح وخط ب ه علي نقطة ط ونصل ا ج ج ب ب ح ح د د ط ط ا بخطوط مستقيمة فيقع الاوتار داخل الدايرة بالشكل الثاني من الثالثة فلان نقطتي ج ه مركزان لدايرتي ا ب ج ا ه ب ز المتساويتين فانصاف اقطارهما متساوية فاضلاع مثلثي ا ج ه ب ج ه متساوية فزواياهما المتناظرة وغير المتناظرة متساوية بالشكل الخامس والثامن من الاولي فزاوية ا ه ج مساوية لزاوية ج ه ب فزاويتا ط ه د ح ه د المقابلتان لهما متساويتان بالشكل الخامس عشر من الاولي فزوايا الاربع وهي زوايا ا ه ج ج ه ب ح ه ح ح ه ط متساوية ولان زوايا كل واحد من مثلثي ا ه ج ب ه ج متساوية

فكل زاويتين من اي مثلث منهما ضعف الباقية لكن زاوية ا ه د تساوي زاويتي ه ا ج ه ج ا بالشكل الثاني والثلثين من الاولي وهما ضعف زاوية ا ه ج فزاوية ا ه د ضعف زاوية ا ه ج وزاوية ط ه د تساوي زاوية ا ه ج فزاوية ا ه ط ايضا تساويها ولذلك تبين ان زاوية ح ه ب تساوي زاوية ا ه ج فالزوايا الست التي عند نقطة ه متساوية فقسها متساوية بالشكل الخامس والعشرين من الثالثة فاوتارها متساوية بالشكل الرابع من الاولي لان الزوايا التي عند نقطة ه متساوية والاضلاع المحيطه بكل واحدة منهما متساوية فاضلاع مسدس ا ج ب ح د ط متساوية وكل زاوية من زواياه علي اربع قسي متساوية من دايرة واحدة فزواياه متساوية بالشكل السادس والعشرين من الثالثة فمحيط دايرة ا ب ج ملاق للمسدس علي نقط زواياه وغير قاطع اياه فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

وتبين هذا الشكل في اصلي الثابت والحجاج بمثل ما اقول فلان كل واحد من مثلثي ا ه ج ب ه ج متساوية الاضلاع فتكون زوايا كل واحد منهما متساوية بالشكل الخامس من الاولي ولان زوايا كل مثلث كقايمتين بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فكل واحدة من زوايا مثلثي ا ه ج ب ج ه ثلث قايمتين وزاويتا ا ه ج ا ه د كقايمتين بالشكل الثالث عشر من الاولي وزاوية د ه ط كزاوية ب ه ج بالشكل الخامس عشر من الاولي فهي ثلث قايمتين فتبقي زاوية ا ه ط ثلث قايمتين وبمثله تبين ان كل واحدة من زاويتي ا ه ج د ه ح ثلث قايمتين وانا استعملت في بيان هذا الشكل بعد الاشتراك في البيان الشكل الثامن من الاولي والحكم الاول من الشكل الثاني والثلثين من الاولي وهم استعملوا بعد الاشتراك في البيان الشكل الثالث عشر من الاولي والشكل الثاني والثلثين من الاولي بحكميه فبياني ابسط من بيانهم ۞

ويمكن ان نرسم علي دايرة مسدسا وفي المسدس وعليه دايرة علي قياس ما مر في المخمس ۞

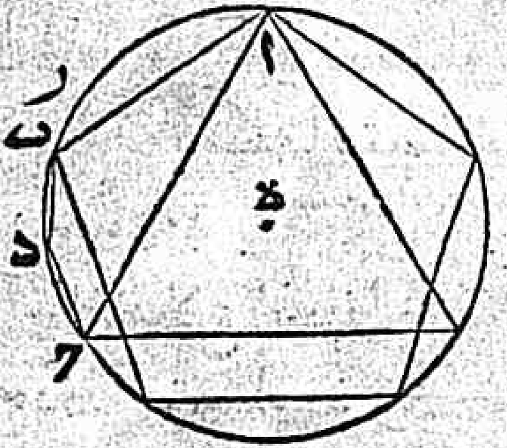
واستبان منه ان نصف قطر كل دايرة يوتر محيطها ست مرات وان وتر مسدسها يساوي نصف قطرها ۞

واستبان منه ايضا ان كل دايرة نرسم علي نقطة من محيط دايرة ببعد نصف قطرها فانها يقع من محيط كل واحدة منهما في الدايرة الاخري هو ثلث المحيط ۞

واستبان ايضا ان زاوية المسدس المتساوي الاضلاع والزوايا قايمة وثلث قايمة ۞

يو

كل دائرة مفروضة لنا ان نرسم فيها شكلا ذا خمسة عشر ضلعًا متساويـــــة ۞



فلتكن الدايرة اب ج فنجد مركزها بالشكل الاول من الثالثة ولتكن نقطة ه ونرسم علي نقطة ز من محيطها وببعد ه ز دايرة ا ج فتقطع دايرة اب ج لما بينا في الشكل الاول من الاولي فلتقطع علي نقطتين بالشكل العاشر من الثالثة ولتكن نقطتي ا ج فنصل بينهما بخط ا ج المستقيم فهو وتر ثلث دايرة اب ج باستبانة الشكل المتقدم ونرسم في دايرة اب ج مخمسا متساوي الاضلاع والزوايا بالشكل الحادي عشر ولبكن احد اضلاع خط اب فاذا توهمنا محيط دايرة اب ج مقسوما بخمسة عشر قسما متساوية انقسمت قوس اب ج بخمسة اقسام منها وقوس اب بثلثة اقسام فيكون حصة قوس ب ج قسمان فننصفها بالشكل التاسع والعشرين من الثالثة علي نقطة د ونصل وتري ب د د ج فلو رسمنا في الدايرة امثال وتري ب د د ج متتالية بالشكل الاول الي ان نعود الي المبدا يتم الشكـــل ۞ ولنا ان نرسم علي الدايرة هذا الشكل وفيه وعليه دايرة كما رسمنا في المخمس وذلك ما اردنا ان نبـــــين ۞

۞ تمت المقالة الرابعة بعون الله وتوفيقه ۞

المقالة الخامسة وهي خمسة وعشرون شكلا

تقدير احد المقدارات بالاخر وذلك لا يتاتي الا اذا كانا متجانسين هو اضافة احدهما الي الاخر في القدر فالنسبه اضافة واحد المقدارين المتجانسين الي الاخر في القدر فان قدره مرة واحدة فهي المساواة او مرات ولم يبق من الاخر فضلة فهي باعتبار المقدر الي المقدر جزء وبالعكس ضعف او اضعاف وان بقيت فضله وشكلنا بقدرها وبكل فضله بعدها المقدر وكل فضله تليها فاما ان ينتهي الي فضله تستعرف بالتقدير ما يليها قبلها واما ان لا ينتهي فان انتهي فكل من المقدارين اضعاف لمقدار بعينه فهو بقدرها ويقال لهما المشتركان وان لم ينتهـــه فهما متباينتان اي ليس احدهما بقدر الاخر ولا ثالث بقدرهمـــا ۞

اما الاول

اما الاول فليكن ج د قدر اب وبقي منه ا ه وهو قدر ز د وبقي منه ح ز وهو قدر ا ه وافناه فاقول ان ح ز بقدر كل واحد من مقداري اب ج د برهانه ان ح ز قدر ا ه وهو قدر د ز فح ز بقدر ز د وبقدر نفسه فح ز بقدر د ج فبقدر ب ه الذي قدره ج د فح ز بقدر ب ه وكان قد قدر ا ه فح ز بقدر اب وكان قد قدر ج د فهو بقدر مقداري ج د اب وكل منهمـــا اضعاف لح ز فح ز اجزاء لاب ــــــــــــــ ۞

واما الثاني فلانهما لو اشترك كانت الفضلات بالتقدير ينتهي الي فصله تقدير التي يلها قبلها والمقدر خلافه هذا خلـــــــــف ۞

كل مقدارين يمكن ان تفصل بعضها علي بعض بالتضعيف فهما من نوع واحد لانه يستلزم تقدير احدهمـــا بالاخر او تقدير بعض من احدهما بالاخر ويكون لكل منهما نسبة الي صاحبه باحد الوجوه الاربعة وبالعكس فكل مقدارين متجانسين لاحدهما الي الاخر نسبة قطعا علي احد الوجوه الاربعة فان وقعت مثل تلك النسبة بعينها من غير تفاوت اصلا بين دينك المقدارين بعينهمـــا او بين مقدار منهمـــا ومقدار اخر غيرهما او بين مقدارين اخرين غيرهما يقال لهذه المقادير بذلك الاعتبار المتناسبة فالتناسب تشابه النسب ولكل نسبة حدان احدهمـــا المنسوب ويسمي مقدما والاخر المنسوب اليه ويسمي تاليـــا فان جعل التالي مقدما في نسبة اخري والمقدم تاليا فيها بعينها فاقل ما يقع فيه التناسب حينيذ المقدارات وان كانا اربعة مقادير في الحقيقة وهذه انما يتاتي في النسب المتساوية والمتماثله وان جعل التالي مقدمـــا ولم يجعل المقدم تاليا لتاليه بل جعل تالية شي اخر فاقل ما يقع فيـــه التناسب ثلثه مقادير وان كانت اربعة في الحقيقـــــة ۞

وكل واحد من المقادير المتنـــاسبة هي التي اذا اخذ للاول والثالث منها اي اضعاف كانت من الاضعاف والغير المتناهية بعده واحده وللثاني والرابع اي اضعاف كانت بعده واحده ممـــا لا نهايه له فان اضعاف الاول اذا كانت زايده علي اضعاف الثاني كانت اضعاف الثالث زايده علي اضعاف الرابع وان كانت مساوية كانت مساوية وان كانت ناقصة عنه كانت ناقصة عنه اذا احدت الاضعاف عـــلي الولاء ۞

ليكن نسبة ا الي ب كنسبة ج الي د واحد لا ج اضعاف بعده ما وهي ه ز ولب د اضعاف بعده ما وهي ح ط فاقول ان كان ه زايدا علي ح كان ب زايدا علي ط وان كان مساويا كان مساويا وان كان ناقصا كان ناقصـــا برهانه فلان نسبة ا الي ب كنسبة ج الي د فان كان ا زايدا علي ب كان ج زايدا علي د وان كان مساويا له كان مساويا وان كان ناقصا كان ناقصـــا و ه ز اضعاف لا ج بعده واحده فان كان ه زايدا علي ب كان ز زايدا

علي د وان كان مساويا كان مساويا وان كان ناقصا كان ناقصا و ح ط اضعاف لب د بعدة واحدة فان كان ه زايدا علي ح كان ز زايدا علي ط وان كان مساويا كان مساويا وان كان ناقصا كان ناقصا وذلك ما اردنا ان نبين ✿

واذا كانت اربعة مقادير وليست نسبة الاول الي الثاني كنسبة الثالث الي الرابع فليس يمكن اذا اخذ اي اضعاف للاول والثالث متساوية العدة وللثاني والرابع كذلك ان يكون اضعاف الاول لا يزيد علي اضعاف الثاني الا ويزيد اضعاف الثالث علي اضعاف الرابع ولا يساويه الا ويساويه ولا ينقص عنه الا وينقص عنـــــــــه والا فليكن نسبة ا الي ب ليست كنسبة ج الي د واخذ لا ج اي اضعاف كانت متساوية العدة وهي ه ز ولب د اي اضعاف كانت متساوية العدة وهي ح ط فلان ه لا يزيد علي ح الا ويزيد ز علي ط ولا يساويه الا ويساويه ولا ينقص عنه الا وينقص عنه وهما اضعاف متساوية لا ج فالا يزيد علي ح الا ويزيد ج علي ط لا يساويه الا ويساويه ولا ينقص عنه الا وينقص عنه و ح ط هما اضعاف متساوية لقدري ب د فالا يزيد علي ب الا ويزيد ج علي د ولا يساويه الا ويساويه ولا ينقص عنه الا وينقص عنه وكان ا زايد علي ب وج غير زايد علي د او كان متساويا لب وج غير مساو لد او كان ا ناقصا عن ب وج غير ناقص عن د في الوضع هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبـــــين ✿

والشكل كالمتقدم

فاستبان منه ومما يقدر انه اذا كانت اربعة مقادير من جنس واحد او الاول والثاني من جنس والثالث والرابع من جنس اخر وكان اي اضعاف اخذ الاول والثالث متساوية العدة مما لانهاية له واي اضعاف اخذ الثاني والرابع مما لانهاية له علي الولاء كانت اضعاف الاول لا تزيد علي اضعاف الثاني الا وتزيد اضعاف الثالث علي اضعاف الرابع ولا تساوي الا وتساويه ولا وينقص عنها الا وينقص عنهـــا كانت نسبة الاو الي الثاني كنسبة الثالث الي الرابـــــــــــع ✿

اذا كان اربعة مقادير وهي ا ب ج د من جنس واحد او الاول والثاني من جنس والثالث والرابع من جنس اخر وكان اي اضعاف اخذ للاول والثالث وهما ا ج متساوية العدة مما لانهاية له وهي ه ز واي اضعـــاف اخذ الثاني والرابع وهمـــا ب د متساوية العدة مما لانهاية له وهي ح ط وكانت اضعاف الاول زايدة علي اضعاف الثاني واضعـــاف الثالث غير زايدة

زايدة علي اضعاف الرابع فاقول ان نسبة ا الي ب اعظم من نسبة ج الي د ✿ برهانه فلان ه اعظم من ح و ز ليس باعظم من ط فنسبة ه الي ح اعظم من نسبة ز الي ط و ه ز هما اضعاف متساوية العدة لقدري ا ج فنسبة ا الي ح اعظم من نسبة ج الي ط و ح ط همـــا اضعاف متساوية العدة لقدري ب د فنسبة ا الي ب اعظم من نسبة ج الي د وذلك ما اردنـــا ان نبـــــــــــين ✿

كل مقادير متناسبة علي الولاء كم كانت فان كانت ثلثة كانت نسبة الاول الي الثالث كنسبته متناه بالتكرير وان كانت خمسة كانت مربعة وعلي هذا القياس بالغـــا ما بلغت وتتكلم علي النسبة المولفة في صدر المقالة السادسة ان شاء الله تعا فيظهر منه تكرر النسبـــــــة ✿

المقادير المتسعة في النسبة والنظيرة ان يقال فيها نسبة المقدم الي تاليه كنسبة مقدم اخر الي تاليه وهكذا بالغا ما بلغت ولا تصرفها مقدم تاليا وبالعكـــــــــس ✿

عكس النسبة هو ان نجعل التالي مقدما للمقدم والمقدم تاليا للتالي ✿

ابدال النسبة هو ان نضيف المقدم الي المقدم والتـــالي الي التـــالي ✿

تركيب النسبة هو ان نجعل المقدم والتالي معـــا مقدما للتالي بعينه

تفصيل النسبة هو نسبة فصل المقدم علي التالي الي التـــــالي ✿

قلب النسبة هو نسبة المقدم الي فضله علي التـــــــالي ✿

نسبة المساواة ان يكون صنفان من المقادير المتناسبة متساوية العدة كل اثنين كل اثنين من احدهما علي نسبة نظيرتهمـــا من الاخر فتوخذ الاطراف متناسبة علي نسق ما فيهمـــا وتترك الاوســـــــاط ✿

المتناسبة المنتظمة منها ان يكون نسبة مقدم الي تاليه من صنف كنسبة مقدم الي تاليه من صنف اخر ونسبة الثاني من الصنف الاول الي شيء اخر كنسبة تالي الصنف الاخر الي شي اخـــــــــر ✿

والمتناسبة المضطربة منها ان يكون نسبة مقدم الي تاليه من صنف كنسبة مقدم الي تاليه من صنف اخر ونسبة التالي من الصنف الاول الي شي اخر كنسبة شي اخر الي المقدم من الصنف الاخـــــــر ✿

الاشكال

ا

اي مقادير كانت فان كان في الاول منها من اضعاف الثاني بقدرها في الثالث من اضعاف الرابع فان في جميع الاول والثالث من اضعاف الثاني والرابـــــع

بقدر ما في احدهما من اضعاف صاحبه

لبكن في اب من اضعاف ه مثل ما في حد من اضعاف ز فاقول ان مجموع اب حد من اضعاف مجموع ه ز مثل ما في اب مثل من اضعاف ه برهانه انا نقسم اب بمقدار ه فلتكن اقسامه اح حب ونقسم حد بمقدار ز ولتكن اقسامه حط طد ففي كل واحد من اب حد ضعف قرينه فلان اح مثل ه وحط مثل ز فمجموع اح حط مثل مجموع ه ز ولان حب مثل ه وطد مثل ز فمجموع حب طد مثل مجموع ه ز ففي مجموع اب حد ضعف مجموع ه ز وذلك ما اردنا ان نبين

ب

اذا كانت مقادير في الاول منها من اضعاف الثاني مثل ما في الثالث من اضعاف الرابع وفي الخامس من اضعاف الثاني مثل ما في السادس من اضعاف الرابع ففي مجموع الاول والخامس من اضعاف الثاني مثل ما في مجموع الثالث والسادس من اضعاف الرابع

لبكن في اب الاول من اضعاف ج الثاني مثل ما في ده الثالث من اضعاف ز الرابع وفي بح الخامس من اضعاف ج الثاني مثل ما في هط السادس من اضعاف ز الرابع فاقول ان في جميع اح من اضعاف ج مثل ما في جميع دط من اضعاف ز برهانه فلان عدد ما في اب من اضعاف ج يساوي عدد ما في ده من اضعاف ز وعدد ما في بح من اضعاف ج يساوي عدد ما في هط من اضعاف ز واذا ازيد علي المتساويين المتساويان حصلا متساويين فما في اح من اضعاف ج مثل ما في دط من اضعاف ز وذلك ما اردنا ان نبين

واستبان منه ان الحكم المذكور لا يقتصر علي المقادير الستة بل لو كان في الاول والخامس والسابع والتاسع من اضعاف الاول مثل ما في الثالث والسادس والثامن والعاشر من اضعاف الرابع وعلي هذا النسق الي اي حد نريد فان البرهان ينتظم عليه

ج

اذا كانت

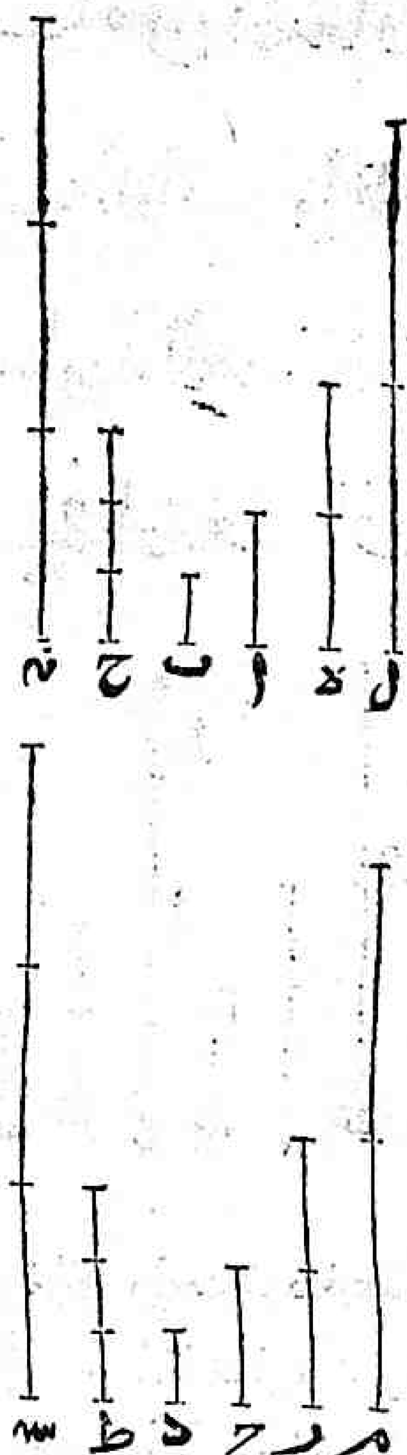
اذا كانت اربعة مقادير في الاول منها من اضعاف الثاني مثل ما في الثالث من اضعاف الرابع واخذ للاول والثالث اضعاف كم كانت متساوية العدة فان في اضعاف الاول من الثاني مثل ما في اضعاف الثالث من الرابع

لبكن في آ الاول من اضعاف ب الثاني مثل ما في ج الثالث من اضعاف د الرابع واخذ لاج اضعافا متساوية بعدة واحدة وهي هز حط فاقول ان في هز من اضعاف ب مثل ما في حط من اضعاف د برهانه نقسم هز بقدر ا بك لز فكل واحد منهما يساوي آ ونقسم حط بقدر ج بلح لط فكل واحد منهما يساوي ج فلان في له من اضعاف ب مثل ما في حل من اضعاف د وفي لز من اضعاف ب مثل ما في لط من اضعاف د ففي جميع هز من اضعاف ب مثل ما في جميع حط من اضعاف د بالشكل الثاني وذلك ما اردنا ان نبين

واستبان منه ان الحكم لا يقتصر علي المقادير الستة لو كانت ثمانية او عشرة او اثني عشر وعلي هذا النسق الي اي حد فان البرهان ينتظم عليه

د

اذا كانت مقادير نسبة الاول منها الي الثاني كنسبة الثالث الي الرابع واخذ للاول والثالث اضعاف متساوية العدة كم كانت وللثاني والرابع اضعاف متساوية العدة كم كانت فان نسبة اضعاف الاول الي اضعاف الثاني كنسبة اضعاف الثالث الي اضعاف الرابع



لتكن نسبة آ الاول الي ب الثاني كنسبة ح الثالث الي د الرابع واخذ لا ح اضعاف كم كانت بعدة واحدة وهي ه ز ولب د اضعاف كم كانت بعدة واحدة وهي ح ط فاقول ان نسبة ه الي ح كنسبة ز الي ط برهانه ناخذ له ز اضعافا كم كانت بعدة واحدة وهي ل م ولح ط اضعافا كم كانت بعدة واحدة وهي ن س ففي ل من اضعاف آ مثل ما في م من اضعاف ح وفي ن من اضعاف ب مثل ما في س من اضعاف د بالشكل المتقدم ونسبة آ الي ب كنسبة ح الي د فل م اما مساويان لن س معا او زايدان عليهما او ناقصان عنهما لذلك فاي اضعاف اخذ له ز كم كانت بعدة واحدة واي اضعاف اخذ لح ط كم كانت بعدة واحدة فاضعاف الاولين اما مساوية لاضعاف الاخرين او زايدة عليها واما ناقصة عنها معا فتحكم المصادرة نسبة ه الي ح كنسبة ز الي ط وذلك ما اردنا ان نبين ۞

واستبان منه ان الحكم لايقتصر علي اربعة مقادير متناسبة بل ينتظم البرهان ولوكانت المتناسبة ستة اوثمانية او عشرة وعلي هذا النسق الي اي حد اريد ۞ ———— ۞

ه

اذا كان مقداران احدهما اضعاف الآخر بعدة ما ونقص منهما مقداران احدهما اضعاف الاخر بتلك العدة النظير من النظير ففي الباقي من الاضعاف اضعاف الباقي من الاجزاء وبتلك العدة ايضا ۞

لیکن آب اضعاف حد بعدة ما ونقص منهما آه حز وآه اضعاف حز بتلك العدة فاقول ان ه ب اضعاف زد بتلك العدة بعينها برهانه ناخذ آط اضعافا لزد بتلك العدة فلان في آه من اضعاف حز مثل ما في آط من اضعاف زد ففي جميع ط ه من اضعاف حد مثل ما في آه من اضعاف حز بالشكل

بالشكل الاول وكان في آب من اضعاف حد مثل ما في آه من اضعاف حز فاب ط ه متساويا فاذا القينا آه المشترك بينهما منهما يبقي اط مساويا له ب وكان في اط من اضعاف زد مثل ما في آب من اضعاف حد ففي ه ب من اضعاف زد مثل ما في آب من اضعاف حد وذلك ما اردنا ان نبين ۞

واستبان منه انه اذا نقص من المقدارين الباقيين او من المنقوصين مقداران احدهما اضعاف الاخر بتلك العدة النظير من النظير مرة بعد اخري الي ما لا نهاية له فان الباقي في كل مرة فيهما اضعاف لنظيره بتلك العدة ويكون كل واحد منهما لا نهاية له فردا من افراد الدعوي المذكور في اصل الكتاب ۞

و

اذا كان مقداران كل منهما اضعاف المقدار آخر بعدة واحدة ونقص من كل واحد منهما مقدار هو اضعاف لذلك المقدار الآخر بعدة واحدة النظير للنظير فالباقي من كل واحد من المقدارين اما مساو لذلك المقدر الآخر واما اضعاف له بعدة واحدة النظير للنظير ۞



ليكن آب اضعاف له بعدة ما وحد اضعاف لز بتلك العدة بعينها ونقص من آب آح اضعافا له بعدة ما وترمن حد حط اضعافان لز بتلك العدة بعينها فاقول ان ح ب طد اما مساويان له ز واما اضعاف لهما بعدة واحدة

برهانه ناخذ اك مساويا لز ان كان ح ب مساويا له واضعافا لز بعدة اضعاف ح ب له فلان في آح من اضعاف ه مثل ما في حط من اضعاف ز وح ب اما مثل له او امثال له بعدة ما وحك مثل لز او امثال له بتلك العدة بعينها فبالشكل الثاني عدة اضعاف آب له لعدة اضعاف كط لز وكان عدة اضعاف آب له كعدة اضعاف حد لز وكط حد متساويان فاذا القينا حط المشترك بينهما منهما يبقي طد مثل كح وكح مثل ز ان كان ح ب مثل ه واضعاف لز بعدة اضعاف ح ب له فطد مثل ز ان كان

حب مثل ه او اضعاف لر بعدة اضعاف حب له وذلك ما اردنا ان نبين ۞

ز

كل واحدة من نسب المقادير المتساوية الي مقدار واحد متساوية وكل وحدة من نسب مقدار واحد الي اي المقادير المتساوية متساية ۞

لبكن اب متساويين فاقول ان نسبة ا الي ج كنسبة ب اليه ونسبة ج الي ا كنسبته الي ب برهانه ناخذ لا ب اي اضعاف كانت متساوية العدة وهي د ه ولج اي اضعاف اتفقت بعدة ما وهي ر فان كان د يساوي ر كان ه يساويه وان كان زايدا عليه كان ه زايدا عليه وان كان ناقصا عنه كان ه ناقصا عنه وبالعكس اي ان كان ر مساويا لد كان مساويا له وان كان زايدا علي د كان زايدا علي ه وان كان ناقصا عن د كان ناقصا عن ه وذلك انما كان كذلك لان اي اضعاف اخذت لا ب تكون متساوية ان كانت بعدة واحدة فا ب مقادير اذا اخذ لا ب اضعاف باي عدة ولج اضعاف باي عدة فان كانت اضعاف ا زايدا علي اضعاف ج كانت اضعاف ب زايدا علي اضعاف ج وان كانت مساوية كانت مساوية وان كانت ناقصة كانت ناقصة فتحكم المصادرة نسبة ا الي ج كنسبة ب اليه ونسبة ج الي ا كنسبته الي ب بهذا البيان ايضا وذلك ما اردنا ان نبين

ح

كل مقدارين مختلفين فان نسبة الاعظم منهما الي ثالث اعظم من نسبة اصغرهما اليه ونسبة الثالث الي اصغرهما اعظم من نسبته الي اعظمهما ۞

لبكن اب ج مقدارين مختلفين واب اعظمهما ود مقدار ثالث فاقول ان نسبة اب الي د اعظم من نسبة ج اليه ونسبة د الي ج اعظم من نسبته الي اب برهانه نفصل من اب مثل ج بالشكل الثالث من الاولي وهو به فمن قدري اه ه ب الذي ليس باعظم من الاخر وليكن هو اه لا يخلوا اما ان يكون اعظم من د اوليس اعظم منه فان كان اعظم

اعظم منه ناخذ له اضعافا كم كانت وان لم يكن اعظم فنضعفه حتي يزيد اضعافه علي د وليكن الاضعاف رح ولناخذ لكل واحد من قدري ه ب ج اضعافا بعدة ما في رح من اضعاف اه وليكونا قدري حط ال فهما متساويان لتساوي قدري ه ب ج فلان في رح من اضعاف اه مثل ما في حط اضعاف ه ب ففي رط من اضعاف اب مثل ما في رح من اضعاف اه بالشكل الاول فعدة اضعاف رط لقدر اب لعدة اضعاف ال لقدر ج ولان كل واحد من قدري ه ب ج اما مساو لقدر اه او اعظم منه فكل واحد من قدري حط ال اما مساو لقدر رح او اعظم منه فكل واحد من قدري حط ال اعظم من قدر د فليضعف د علي الولاء الي اول قدر نريد علي ال ولتكن هي م نه سه فقدر نه اما مساو لقدر ال او اصغر منه بمقدار هو اصغر من د فاذا زيد علي نه مقدار يساوي د صار سه فقدر سه اعظم من ال واذا زدنا رح الذي هو اعظم من د علي حط المساوي لكل حصل رط فرط اعظم من سه وال ليس باعظم من سه فنسبة اب الي د اعظم من نسبة ج اليه ولان سه الذي هو اضعاف د علي الولاء يزيد علي ال الذي هو اضعاف ج علي الولاء ولا يزيد علي رط الذي هو اضعاف اب فنسبة د الي ج اعظم من نسبة د الي اب وذلك ما اردنا ان نبين ۞

ط

كل واحد من المقادير التي نسبة كل واحد منها الي مقدار واحد متساوية فهي متساوية وكل واحد من المقادير التي نسبة مقدار واحد الي كل واحد منها متساوية فهي متساوية ۞

لبكن نسبة ا الي ج كنسبة ب اليه فاقول ان ا يساوي ب برهانه لان ا لو لم يكن مساويا لب لكان اما اعظم منه او اصغر فيكون نسبة ا الي ج اعظم من نسبة ب اليه او اصغر بالشكل المتقدم وكانت نسبة ا الي ج كنسبة ب اليه هذا خلف وان كانت نسبة ج الي ا كنسبته الي ب فا ب متساويان والا لكان احدهما وليكن ا اعظم من ب او اصغر منه فيكون نسبة ج الي ب اعظم من نسبته الي ا او اصغر بالشكل المتقدم وكانت نسبة ج الي ب كنسبته الي ا هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

ي

كل مقادير فان كانت نسبة مقدار منها الي ثالث اعظم من نسبتها اليه فهو اعظمها وان كانت نسبة الثالث الي احدها اعظم من نسبته الي البواقي فهو اصغرهـــــــا ۞

لبكن نسبة آ الي ح اعظم من نسبة ب اليه فاقول ان آ اعظم من ب برهانه والا لكان ب مساويا لآ او اصغر منه فيكون نسبة آ الي ح حينئذ كنسبة ب اليه بالشكل السابع او اصغر من نسبة ب اليه بالشكل الثامن هذا خلف لان المقدر خلافهما وايضا ليكن نسبة ح الي ب اعظم من نسبته الي آ فب اصغر من آ والا لكان مساويا له او اعظم منه فيكون نسبة ح الي ب كنسبته الي آ بالشكل السابع او اصغر من نسبته اليه بالشكل الثامن هذا خلف لان المقدر ايضا خلافهما فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبـــــين ۞

يا

جميع النسب المساوية لنسبة واحدة فتلك النسب متساويـــــــة ۞

ليكن نسبة آ الي ب كنسبة ح الي د ونسبة ه الي ز كنسبة ح الي د فاقول ان نسبة آ الي ب كنسبة ه الي ز برهانه فلانا اذا اخذنا لآ ح ه اي اضعاف اتفقت بعدة واحدة مما لا يتناهي ولتكن هي ح ط ك ولب د ز اي اضعاف اتفقت بعدة واحدة مما لا يتناهي ولتكن هي ل م نه ونسبة آ الي ب كنسبة ح الي د فان كان ح زايدا علي ل كان ط زايدا علي م وان كان مساويا له كان مساويا له وان كان ناقصا عنه كان ناقصا عنه ونسبة ه الي ز كنسبة ح الي د فان كان ك زايدا علي نه كان ط زايدا علي م وان كان مساويا له كان مساويا له وان كان ناقصا عنه كان ناقصا عنه فان كان ح زايدا علي ل كان ك زايدا علي نه وان كان مساويا له كان مساويا له وان كان ناقصا عنه كان ناقصا عنه وح ك اضعاف بعدة واحدة لقدري آ ه ول نه اضعاف بعدة واحدة لقدري

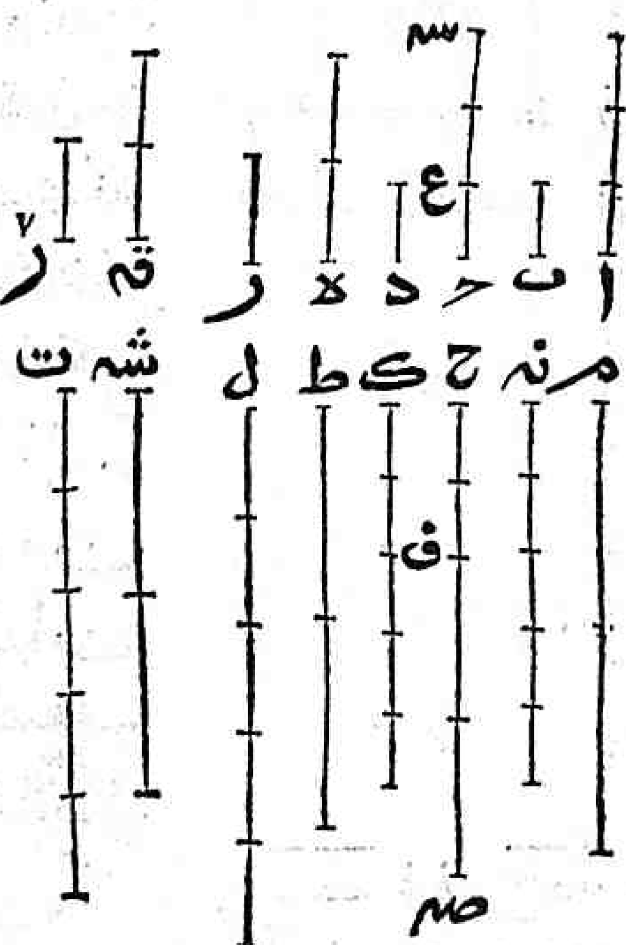
لقدري ب ز فآ ب ه ز اربعة مقادير اي اضعاف اخذت للاول والثالث بعدة واحدة وللثاني والرابع بالطريق المذكور فان كانت اضعاف الاول زايدة علي اضعاف الثاني كانت اضعاف الثالث زايدة علي اضعاف الرابع وان كانت مساوية كانت مساوية وان كانت ناقصة كانت ناقصة فتحكم المصادرة نسبة آ الي ب كنسبة ه الي ز وذلك ما اردنا ان نبـــــين ۞

يب

كل واحد من المقادير التي نسبة الاول منها الي الثاني كنسبة الثالث الي الرابع ونسبة الثالث الي الرابع اعظم من نسبة الخامس الي السادس فنسبة الاول الي الثاني منها اعظم من نسبة الخامس الي الســـادس ۞

لتكن نسبة آ الي ب كنسبة حس الي د ونسبة حس الي د اعظم من نسبة ه الي ز فاقول ان نسبة آ الي ب اعظم من نسبة ه الي ز برهانه فلان نسبة حس الي د اعظم من نسبة مقدار هو اصغر من حس الي د بالشكل الثامن فلتكن نسبة ع س من حس الي د كنسبة ه الي ز ونضعف ما ليس باعظم من جناحيه من مقدار اي ح ع ع س وليكن هو ح ع الي ان يصير اعظم من د وليكن هو ح ف ونضعف ع س بتلك العدة وليكن هو ف ص فلان في ف ح من اضعاف ح ع مثل ما في ف ص من اضعاف ع س ففي ح ص من اضعاف ح س مثل ما في ف ص من اضعاف ع س بالشكل الاول فلان في ح ف اعني اضعاف ح ع اعظم من د و ف ص اضعاف لع س بتلك العدة وع س اما اعظم من ح ع او مساو له فف ص اعظم من د فنضعف د مرة بعد اخري الي ان يصير اعظم من ف ص اما بمقدار د او بما هو اصغر من مقدار د وهو مقدار ك م ولناخذ لمقدار ه اضعافا بعدة ما في ف ص من اضعاف ع س والمقدار ز اضعافا بعدة ما في ك من اضعاف د وهما ط ل فلان نسبة ع س الي د كنسبة ه الي ز واخذ لكل واحد من

الاول والثالث اضعاف بعدة واحدة وهما قصه ط والثاني والرابع اضعاف بعدة واحدة وهما له ل فان كان قصه اعظم من له كان ط اعظم من ل وان كان مساويا كان مساويا وان كان ناقصا كان ناقصا لكن قصه ليس بزايد علي له فط ليس بزايد علي ل ولان ح قه اعظم من د فحصه يكون اعظم من له وناخذ لمقدار آ اضعافا بعدة ما في حصه من اضعاف حسه وهو م وناخذ لمقدار ب اضعافا بعدة ما في له من اضعاف وهو نه ولان نسبة آ الي ب كنسبة حسه الي د واخذ الاول والثالث منهما اضعاف بعدة واحدة وهما م حصه والثاني والرابع اضعاف بعدة واحدة وهما نه له فان كان م زايدا علي نه كان حصه زايدا علي له وان كان مساويا كان مساويا وان كان ناقصا كان ناقصا لكن حصه اعظم من له فم اعظم من نه والا لكان مساويا له او اصغر منه فكان حصه مساويا لك او اصغر منه وهو اعظم منه هذا خلف فم اعظم من نه فا ب ه ز اربعة مقادير اخذ الاول والثالث منها وهما آ ه اضعاف بعدة واحدة وهما م ط والثاني والرابع اضعاف بعدة واحدة وهما نه ل واضعاف الاول زايد علي اضعاف الثاني واضعاف الثالث غير زايد علي اضعاف الرابع فنسبة أ الي ب اعظم من نسبة ه الي ز وذلك ما اردنا ان نبين ۞

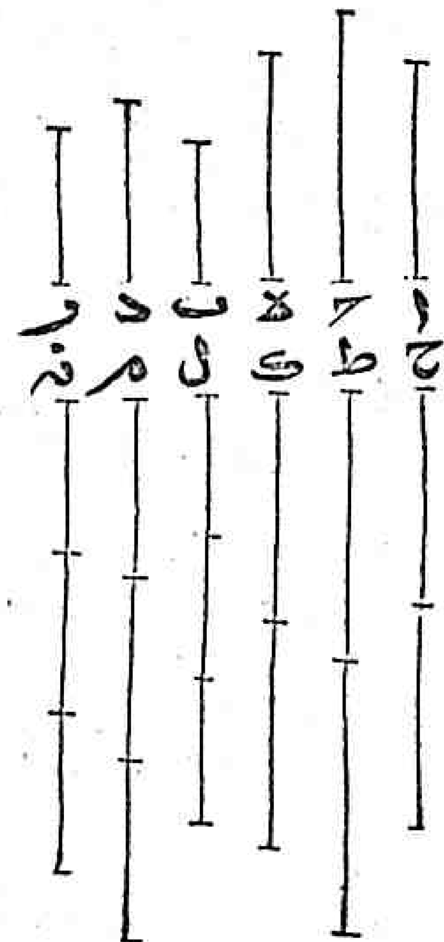


واستبان منه انه اذا كانت نسبة الاول الي الثاني كنسبة الثالث الي الرابع ونسبة الثالث الي الرابع اعظم من نسبة الخامس الي السادس وكانت نسبة الخامس الي السادس كنسبة السابع الي الثامن فان نسبة الاول الي الثاني اعظم من نسبة السابع الي الثامن ولبكن في مقالنا نسبة ه الي ر كنسبة قه الي ز وليكن في شه من اضعاف قه مثل ما في اضعاف ط من اضعاف ه وفي ت من اضعاف ر كما في ل من اضعاف ر ونسبة ه الي ر كنسبة قه الي ز فان كان ط زايدا علي ل كان شه زايدا علي ت وان كان مساويا كان مساويا وان كان ناقصا كان ناقصا لكن ط غير زايد علي ل فشه غير زايد علي ت فحسه قه د ر اربعة مقادير اخذ للاول والثالث منها وهما حسه قه اضعاف متساوية العدة وهما حصه شه واخذ للثاني والرابع وهما د ر اضعاف متساوية العدة وهما له ت واضعاف الاول وهي حصه زايدة علي اضعاف الثاني وهي له واضعاف الثالث وهي شه غير زايدة علي اضعاف ر وهي ت فنسبة حسه الي د اعظم

اعظم من نسبة قه الي ز فنسبة آ الي ب اعظم من نسبة قه الي ر ۞
وظهر منه ايضا انه اذا كانت نسبة مقادير وكانت نسبة الاول الي الثاني اعظم من نسبة الثالث الي الرابع ونسبة الثالث الي الرابع كنسبة الخامس الي السادس فان نسبة الاول الي الثاني اعظم من نسبة الخامس الي السادس من حــــــــكم ۞

يج

جميع المقادير المتناسبة ان يكون نسبة مقدم واحد منها الي ثالثة كنسبة جميع مقدماتها الي ثوالثهـــــا ۞



لتكن نسبة آ الي ب كنسبة ح الي د وكنسبة ه الي ز فاقول ان نسبة آ الي ب كنسبة مجموع آ ح ه الي مجموع ب د ز برهانه ناخذ لا ح ه اضعافا كم كانت بعدة واحدة وهي ح ط له ولب د ز اضعافا كم كانت بعدة واحدة وهي ل م نه ونسبة آ الي ب كنسبة ح الي د وكنسبة ه الي ز فزيادة ح ط له علي ل م نه ونقصانها منها ومساواتها لها معاولان في ح من اضعاف آ مثل ما في ط من اضعاف ح وفي له من اضعاف ه وفي ل من اضعاف ب مثل ما في م من اضعاف د وفي نه من اضعاف ز ففي ح من اضعاف آ مثل ما في مجموع ح ط له من اضعاف مجموع آ ح ه وفي ل من اضعاف ب مثل ما في مجموع ل م نه من اضعاف مجموع ب د ر بالشكل الاول فان ح زايدا علي ل كان مجموع ح ط له زايدا علي مجموع ل م نه وان كان ناقصا كان ناقصا وان كان مساويا كان مساويا فنسبة آ الي ب كنسبة مجموع آ ح ه الي مجموع ب د ز وذلك ما اردنا ان نبين ۞

يد

اذا كانت اربعة مقادير متناسبة فالاول ان كان اعظم من الثالث كان الثاني اعظم من الرابع وان كان مساويا كان مساويا وان كان اصغر كان اصغر ۞

لبكن نسبة ا الي ب كنسبة ج الي د فاقول ان كان ا اعظم من ج كان ب اعظم من د وان كان ا مساويا لج كان ب مساويا لد وان كان ا اصغر من ج كان ب اصغر من د برهانه ولبكون ا اعظم من ج فلان بالتقديم نسبة ج الي د كنسبة ا الي ب فنسبة ا الي ب اعظم من نسبة ج الي ب بالشكل الثامن فبالشكل الثاني عشر نسبة ج الي د اعظم من نسبته الي ب فبالشكل العاشر ب اعظم من د وان كان ا مساويا لج فب مساو لد لان نسبة ا الي د حينئذ تكون كنسبة ج الي د بالشكل السابع عشر وكانت نسبة ا الي ب كنسبة ج الي د فنسبة ا الي د كنسبته الي ب بالشكل الحادي عشر فب يساوي د بالشكل التاسع وان كان ا اصغر من ج فب اصغر من د لان نسبة ا الي ب كنسبة ج الي د ولان ج اعظم من ا يكون نسبة ج الي د اعظم من نسبة ا الي د بالشكل الثامن فبالشكل الثاني عشر نسبة ا الي ب اعظم من نسبة ا الي د فبالشكل العاشر ب اصغر من د وذلك ما اردنا ان نبين ۞

يه

كل واحدة من الاجزاء التي عدة اضعافها متساوية فان نسبة تلك الاجزاء بعضها الي بعض كنسبة اضعافها بعضها الي بعض علي الولاء ۞

لبكن اب اضعاف ج بعدة ما وده اضعاف ز بتلك العدة فاقول ان نسبة ج الي ز كنسبة اب الي ده برهانه نقسم اب بقدر ج فلتكن اقسامه اح حط طب ونقسم ده بز ولبكن اقسامه دل لم مه فلان مقادير اح حط طب ج الاربعة متساوية وكذا مقادير دل لم مه ز الاربعة متساوية فاذا اخذنا لمقداري ج طب اضعافا متساوية العدة كم كانت مما لا يتناهي ولمقداري زمه اضعافا متساوية العدة كم كانت مما لا يتناهي فانه ان كانت اضعاف ج زايدة علي اضعاف ز كانت اضعاف طب زايدة علي اضعاف مه وان كانت ناقصة كانت ناقصة وان كانت مساوية كانت مساوية فنسبة ج الي ز كنسبة طب الي مه واذا اخذنا لمقادير اح حط طب اضعافا متساوية العدة كم كانت مما لا يتناهي ولمقادير دل لم مه اضعافا متساوية العدة كم كانت مما لا يتناهي فانه ان كانت اضعاف اح زايدة علي اضعاف دل كانت اضعاف حط زايدة علي اضعاف لم واضعاف طب زايدة علي

علي اضعاف مه وان كانت ناقصة كانت ناقصة وان كانت مساوية كانت مساوية فنسبة اح الي دل كنسبة حط الي لم وكنسبة طب الي مه فبالشكل الثالث عشر نسبة جميع اب الي جميع ده كنسبة طب الي مه فبالشكل الحادي عشر نسبة ج الي ز كنسبة اب الي ده فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

يو

اربعة مقادير متناسبة هي بعد الابدال متناسبة

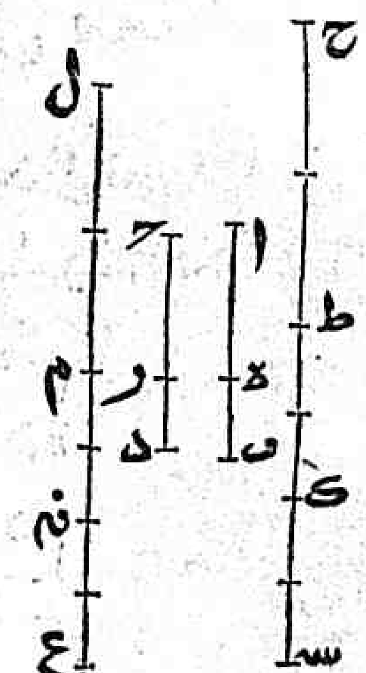
لبكن نسبة ا الي ب كنسبة ج الي د فاقول بالابدال نسبة ا الي ج كنسبة ب الي د برهانه ناخذ لا ب اضعافا ما متساوية العدة كم كانت العدة وهي ه ز ولج د اضعافا ما متساوية العدة كم كانت العدة وهي ح ط فلان ه ز اضعاف لا ب بعدة واحدة فنسبة ه الي ز كنسبة ا الي ب بالشكل المتقدم ونسبة ج الي د كنسبة ا الي ب فنسبة ه الي ز كنسبة ج الي د بالشكل الحادي عشر ولان ح ط اضعاف لج د بعدة واحدة فنسبة ح الي ط كنسبة ج الي د بالشكل المتقدم وكانت نسبة ه الي ز كنسبة ج الي د فنسبة ه الي ز كنسبة ح الي ط بالشكل الحادي عشر فان كان ه زايدا علي ح كان ز زايدا علي ط وان كان مساويا له كان مساويا له وان كان ناقصا عنه كان ناقصا عنه بالشكل الرابع عشر فا ب ج د اربعة مقادير اذا اخذ للاول والثالث وهما ا ب اي اضعاف كانت بعدة واحدة ما لانهاية له وللثاني والرابع اي اضعاف كانت ما لانهاية له بعدة واحدة وهما ج د وكان لا يزيد اضعاف ا علي اضعاف ج الا ويزيد اضعاف ب علي اضعاف ج ولا يساويه الا ويساويه ولا ينقص عنه الا وينقص عنه فنسبة ا الي ج كنسبة ب الي د وذلك ما اردنا ان نبين ۞
وينبغي ان تعلم ان الابدال انما تجري في المقادير التي من نوع واحد ۞

يز

جميع المقادير المتناسبة المركبة اذا فصلت كانت ايضًا متناسبة ۞

لبكن نسبة اب الي به كنسبة جد الي دز بالتركيب فاقول ان نسبة اه الي هب كنسبة جز الي زد بالتفصيل برهانه ناخذ لكل واحد من مقادير اه هب جز زد اضعافا بعدة واحدة كم كانت العدة وهي حط

طك لم من فلان في حط من اضعاف اه مثل ما في طك من اضعاف هب وفي لم من اضعاف حر مثل ما في من من اضعاف رد ففي جميع حك لن من اضعاف اب حد مثل ما في طك من من اضعاف هب رد بالشكل الاول واضعاف طك لهب كاضعاف من لرد فاضعاف حك لاب كاضعاف لن لحد وناخذ ايضا لمقداري هب رد اي اضعاف كانت بعدة واحدة مما لايتناهي وهي كس نع ففي طك الاول من اضعاف هب الثاني مثل ما



في من الثالث من اضعاف رد الرابع وفي كس الخامس من اضعاف هب الثاني مثل ما في نع السادس من اضعاف رد الرابع ففي جميع طس الاول والخامس من اضعاف هب الثاني مثل ما في جميع مع الثالث والسادس من اضعاف رد الرابع بالشكل الثاني وكان في حك من اضعاف اب مثل ما في لن من اضعاف حد ونسبة اب الي هب كنسبة حد الي رد فاب به حد در اربعة مقادير متناسبة فاذا اخذت للاول والثالث اضعاف بعدة واحدة كم كانت العدة مما لانهاية له وللثاني والرابع اضعاف بعدة واحدة كم كانت العدة مما لانهايه له فان كانت اضعاف الاول زايدة علي اضعاف الثاني كانت اضعاف الثالث زايدة علي اضعاف الرابع وان كانت مساوية كانت مساوية وان كانت ناقصا كانت ناقصا فتكون زيادة حك لن علي طس مع ونقصانهما عنهما ومساواتهما لهما معا فاذا القينا طك من المشترك يكون ان كان حط زايدا علي كس كان لم زايدا علي نع وان كان ناقصا كان ناقصا وان كان مساويا كان مساويا فاه هب حر رد اربعة مقادير اذا اخذ للاول والثالث وهما اه حر اي اضعاف متساوية العدة مما لانهاية له وللثاني والرابع وهما هب رد اي اضعاف متساوية العدة مما لانهاية له وكانت اضعاف الاول لاتزيد علي اضعاف الثاني الا وتزيد اضعاف الثالث علي اضعاف الرابع ولاتساويه الا وتساويه ولا تنقص عنه الا وتنقص عنه فنسبة اه الي هب كنسبة حر الي رد وذلك ما اردنا ان نبين ۞

يح

كل المقادير المتناسبة المفصلة اذا ركبت كانت متناسبـــــــــة ۞

ليكن نسبة اب الي بح كنسبة ده الي هر فاقول بالتركيب نسبة اح الي حب كنسبة در الي ره برهانه فلانه لو لم يكن كذلك لكانت نسبة اح الي حب كنسبة در الي مقدار اعظم او اصغر من هر وليكن الي ما هو اصغر

اصغر من هر وهو رح فيكون بالتفصيل والتقديم نسبة دح الي حر كنسبة اب الي بح بالشكل المتقدم وكانت نسبة ده الي هر كنسبة اب الي بح فبالشكل الحادي عشر نسبة دح الي حر كنسبة ده الي هر ولكن دح اعظم من ده فره اعظم من هر بالشكل الرابع عشر فيكون جزء الشيء اعظم من كله هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنـــا ان نبـــــــين ۞

واستبان من هذا الشكل ومن الشكل المتقدم انه اذا كانت نسبة اح الي حب بالتركيب كنسبة در الي ره كانت بالقلب نسبة اح الي اب كنسبة در الي ده لان بالتفصيل نسبة اب الي بح كنسبة ده الي هر فبالخلاف نسبة حب الي با كنسبة ره الي هد فبالتركنب نسبة اح الي اب كنسبـــــــــة در الي ده ۞

يط

كل مقدارين متناسبين فصل منهما مقداران علي نسبتهما النظير من النظير فالباقيان علي تلك النسبة النظير من النظـــــــير ۞

ليكن نسبة اب الي حد كنسبة اه الي حر وفصل من اب اه ومن حد حر فاقول ان نسبة هب الي رد كنسبة اب الي حد برهانه فلان نسبة اب الي حد كنسبة اه الي حر فبالابدال نسبة اب الي اه كنسبة حد الي حر بالشكل السادس عشر وبالتفصيل نسبة به الي ها كنسبة در الي رح بالشكل السابع عشر وبالابدال نسبة به الي در كنسبة ها الي رح بالشكل السادس عشر وكانت نسبة اب الي حد كنسبة اه لي حر فبالشكل الحادي عشر نسبة به الي در كنسبة اب الي حد ذلك ما اردنـــا ان نبـــــــين ۞

ك

كل صنفين من المقادير متساويي العدة كم كانت العدة وكل اثنين من صنف علي نسبة اثنين من الصنف الاخر وانتظمت النسبة ففي المســاواة ان كان الاول من الصنف الاول اعظم من الآخر منه

كان الاول من الصنف الآخر اعظم من الآخير منه وان كان مساويا كان مساويا وان كان اصغر كان اصغر ۞

لبكن ا ب ح د ه ز صنفين من المقادير بعدة واحدة ونسبة ا الي ب كنسبة د الي ه ونسبة ب الي ح كنسبة ه الي ز فاقول ان كان ا اعظم من ح كان د اعظم من ز وان كان ا مساويا لح كان د مساويا لز وان كان ا اصغر من ح كان د اصغر من ز برهانه فان كان ا اعظم من ح فلان نسبة د الي ه كنسبة ا الي ب ونسبة ا الي ب اعظم من نسبة ح الي ب بالشكل الثامن فبالشكل الثاني عشر نسبة د الي ه اعظم من نسبة ح الي ب ونسبة ح الي ب كنسبة ز الي ه فنسبة د الي ه اعظم من نسبة ز الي ه باستبانة الشكل الثاني عشر فبالشكل العاشر د اعظم من ز وان كان ا مساويا لح فلان نسبة د الي ه كنسبة ا الي ب وا يساوي ح فنسبة ح الي ب كنسبة ا الي ب بالشكل السابع فبالشكل الحادي عشر نسبة د الي ه كنسبة ح الي ب ونسبة ز الي ه كنسبة ح الي ب بالخلاف فنسبة د الي ه كنسبة ز الي ه بالشكل الحادي عشر فد يساوي ز بالشكل التاسع وان كان ا اصغر من ح فلان بالخلاف نسبة ه الي د كنسبة ب الي ا ونسبة ب الي ا اعظم من نسبة ب الي ح بالشكل التامن فبالشكل الثاني عشر نسبة ه الي د اعظم من نسبة ب الي ح ونسبة ب الي ح كنسبة ه الي ز فنسبة ه الي د اعظم من نسبة ه الي ز باستبانة الشكل الثاني عشر فبالشكل العاشر د اصغر من ز فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

كا

كل اثنين من صنف علي نسبة اثنين من الصنف الآخر واضطربت النسبة ففي المساواة ان كان الاول من الصنف الاول اعظم من الآخر منه كان الاول من الصنف الآخر اعظم من الآخر منه وان كان مساويا كان مساويا وان كان اصغر كان اصغر ۞
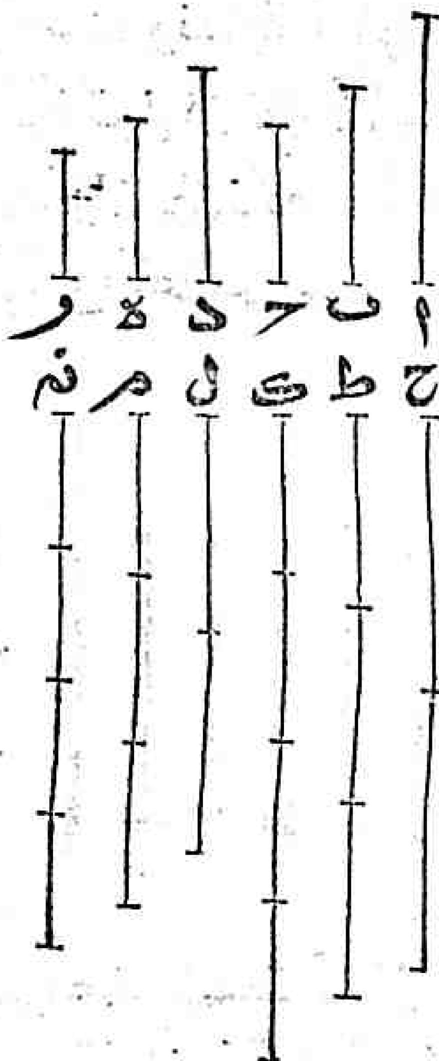
لبكن

لبكن ا ب ح و د ه ز صنفاين المقادير بعدة واحدة ونسبة ا الي ب كنسبة ه الي ز ونسبة ب الي ح كنسبة د الي ه فاقول ان كان ا اعظم من ح كان د اعظم من ز وان كان مساويا كان مساويا وان كان ناقصا كان ناقصا برهانه فلان نسبة ه الي ز كنسبة ا الي ب وا اعظم من ح فنسبة ا الي ب اعظم من نسبة ح الي ب بالشكل الثامن فنسبة ه الي ز اعظم من نسبة ح الي ب بالشكل الثاني عشر وبالخلاف نسبة ح الي ب كنسبة ه الي د فنسبة ه الي ز اعظم من نسبة ه الي د باستبانة الشكل الثاني عشر فد اعظم من ز بالشكل العاشر وان كان ا مساويا لح فلان نسبة ه الي ز كنسبة ا الي ب وا مساو لح فنسبة ح الي ب كنسبة ا الي ب بالشكل السابع فبالشكل الحادي عشر نسبة ه الي ز كنسبة ح الي ب وبالخلاف نسبة ه الي د كنسبة ح الي ب فبالشكل الحادي عشر نسبة ه الي ز كنسبة ه الي د فد ز متساويان بالشكل التاسع وان كان ا اصغر من ح فبالخلاف نسبة ه الي د كنسبة ح الي ب ونسبة ح الي ب اعظم من نسبة ا الي ب بالشكل الثامن فبالشكل الثاني عشر نسبة ه الي د اعظم من نسبة ا الي ب ونسبة ا الي ب كنسبة ه الي ز فنسبة ه الي د اعظم من نسبة ه الي ز باستبانة الشكل الثاني عشر فد اصغر من ز بالشكل العاشر وذلك ما اردنا ان نبين ۞

كب

كل صنفين من المقادير متساويي العدة كم كانت العدة كل اثنين من صنف علي نسبة اثنين من صنف آخر وانتظمت النسبة ففي المساواة نسبة الاول من الصنف الاول الي الآخير منه كنسبة الاول الآخر الي الآخر منه ۞

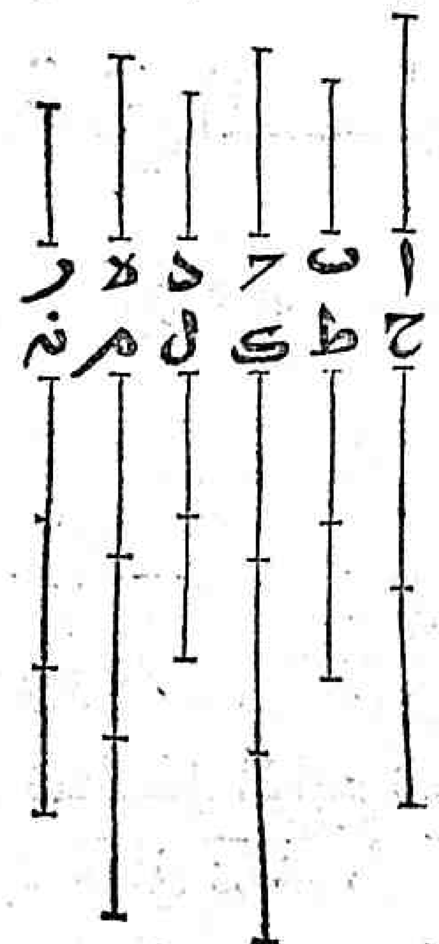
لبكن نسبة ا الي ب كنسبة د الي ه ونسبة ب الي ح كنسبة ه الي ز فاقول ان نسبة ا الي ح كنسبة د الي ز برهانه ناخذ لا د ب ه ح ز اي اضعاف كانت بعدة واحدة وهي ح ل ط م ك ن فبالشكل الرابع نسبة ح الي ط كنسبة ل الي م ونسبة ط الي ك كنسبة م الي ن فح ط ك ل م ن صنفان من المقادير كل اثنين من صنف علي نسبة اثنين من صنف



اخر وانتظمت النسبة فبالشكل العشرين ان كان ح زايدا علي ك كان ل زايدا علي ن وان كان مساويا كان مساويا وان كان ناقصا كان ناقصا فا ج د ز اربعة مقادير اخذ للاول والثالث وهما ا د اضعاف متساوية العدة كم كانت مما لا نهاية له وهي ح ل وللثاني والرابع وهما ج ز اضعاف متساوية العدة كم كانت مما لا نهاية له وهي ك ن واضعاف الاول ان كانت زايدة علي اضعاف الثاني كانت اضعاف الثالث زايدة علي اضعاف الرابع وان كانت مساوية كانت مساوية وان كانت ناقصة كانت ناقصة فنسبة ا الي ج كنسبة د الي ز وذلك ما اردنا ان نبين ۞

كج

كل صنفين من المقادير متساويي العدة كم كانت العدة كل اثنين من صنف علي نسبة اثنين من صنف آخر واضطربت النسبة ففي المساواة نسبة الاول من الصنف الاول الي الآخير منه كنسبة الاول من الصنف الآخر الي الآخير منه

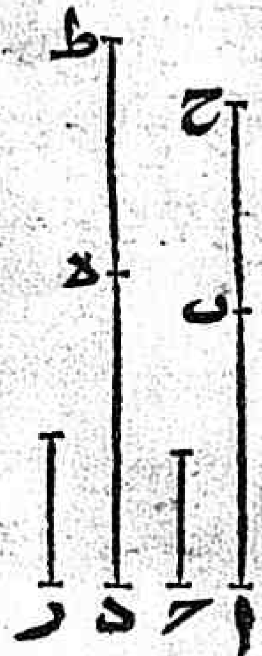


لبكن نسبة ا الي ب كنسبة ه الي ز ونسبة ب الي ج كنسبة د الي ه فاقول ان نسبة ا الي ج كنسبة د الي ز برهانه ناخذ لمقدار ا ب د اضعافا ما اي اضعاف كانت بعدة واحدة وهي ح ط ل ولج ه ز اضعافا ما اي اضعاف كانت بعدة واحدة وهي ك م ن فبالشكل الخامس عشر نسبة ح الي ط كنسبة ا الي ب ونسبة ه الي ز كنسبة ا الي ب فبالشكل الحادي عشر نسبة ح الي ط كنسبة ه الي ز ونسبة م الي ن كنسبة ه الي ز فبالشكل الحادي عشر نسبة ح الي ط كنسبة م الي ن ولان ب د ج ه اربعة مقادير

مقادير متناسبة واخذ الاول والثالث منها اضعاف بعدة واحدة وهي ط ل وكذلك الثاني والرابع وهي ك م فبالشكل الرابع نسبة ط الي ك كنسبة ل الي م وكانت نسبة ح الي ط كنسبة م الي ن فبالشكل الحادي والعشرين ان كان ح زايدا علي ك كان ل زايدا علي ن وان كان مساويا كان مساويا وان كان ناقصا كان ناقصا فا ج د ز اربعة مقادير اذا اخذ للاول والثالث وهما ا د اضعاف متساوية العدة كم كانت وهي ح ل وللثاني والرابع وهما ج ز اضعاف متساوية العدة كم كانت وهي ك ن فاضعاف الاول ان كانت زايدة علي اضعاف الثاني كانت اضعاف الثالث زايدة علي اضعاف الرابع وان كانت مساوية كانت مساوية وان كانت ناقصة كانت ناقصة فنسبة ا الي ج كنسبة د الي ز ۞
وان اخذنا لمقادير ا ب ج د ه ز اضعافا ما بعدة واحدة كانت نسبة ج الي ط كنسبة م الي ن ونسبة ط الي ك كنسبة ل الي م بالشكل الرابع ثم يتمم البرهان بالشكل الواحد والعشرين كان البرهان ابسط والثابت بن قرة بينه في كتابه كما بيناه اولا وذلك ما اردنا ان نبين ۞

كد

كل مقادير نسبة الاول منها الي الثاني كنسبة الثالث الي الرابع ونسبة الخامس الي الثاني كنسبة السادس الي الرابع فنسبة الاول والخامس معًا الي الثاني كنسبة الثالث والسادس معًا الي الرابع ۞

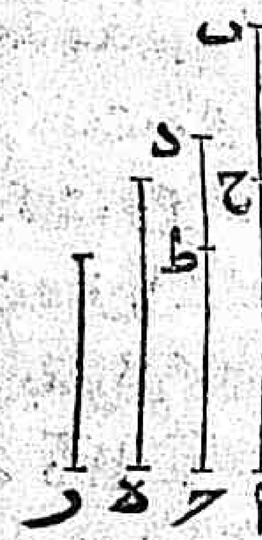


لبكن نسبة اب الي ج كنسبة ده الي ز ونسبة بح الي ج كنسبة هط الي ز فاقول ان نسبة اح الي ج كنسبة دط الي ز برهانه فلان نسبة اب الي ج كنسبة ده الي ز وبالخلاف نسبة ج الي بح كنسبة ز الي هط فبالشكل الثاني والعشرين نسبة اب الي بح كنسبة ده الي هط وبالتركيب نسبة اح الي بح كنسبة دط الي هط بالشكل الثاني عشر ونسبة بح الي ج كنسبة هط الي ز فبالشكل الثاني والعشرين نسبة اح الي ج كنسبة دط الي ز وذلك ما اردنا ان نبين ۞

كه

كل اربعة مقادير متناسبة من نسبة الاول الي

الثاني كنسبة الثالث الي الرابع والاول اعظمها
والرابع اصغرها فان الاول والرابع معًا اعظم من
الثاني والثالث معًا ۞



ليكن نسبة آب الي جد كنسبة ه الي ز وآب اعظمها وز اصغرها فاقول ان آب ز معا اعظم من جد ه برهانه نفصل من آب اح مثل ه ومن جد جط مثل ز بالشكل الثالث من الاولي فلان نسبة آب الي جد كنسبه ه الي ز فاذا اخذ لمقداري آب ه اي اضعاف اثنين متساوية العدة مما لا يتناهي ولمقداري جد ز اي اضعاف امكنت مما لا يتناهي متساوية العدة فان كانت اضعاف آب زايدة علي اضعاف جد كانت اضعاف ه زايدة علي اضعاف ز وان كانت ناقصة كانت ناقصة وان كانت مساوية كانت مساوية واح يساوي ه وجط يساوي ز فاي اضعاف اخذت لمقداري آب اح متساوية العدة مما لا يتناهي ولمقداري جد جط اي اضعاف اثنين متساوية العدة مما لا يتناهي فان كانت اضعاف آب زايدة علي اضعاف جد كانت اضعاف اح زايدة علي اضعاف جط وان كانت ناقصة كانت ناقصة وان كانت مساوية كانت مساوية فنسبة آب الي جد نسبة اح الي جط فاذا نقصنا اح جط من آب جد كانت نسبة آب الي جد كنسبة حب الي طد بالشكل التاسع عشر واذا بدلنا كانت نسبة آب الي حب كنسبة جد الي طد بالشكل السادس عشر لكن آب اعظم من جد فحب اعظم من طد بالشكل الرابع عشر فاذا اضفنا بمجموع اح جط تارة الي بح حصل بمجموع آب جط وتارة اخري الي طد حصل بمجموع اح جد فيكون بمجموع آب جط اعظم من بمجموع اح جد لكن بمجموع آب جط يساوي بمجموع آب ز ومجموع اح جد يساوي بمجموع جد ه فاب ز معا اعظم من جد ه معا وذلك ما اردنا ان نبين ۞

۞ تمت المقالة الخامسة ولله الشكر علي الاعانه ۞

بسم الله

بسم الله الرحمن الرحيم المقالة السادس وهي اثنان وثلثون شكلا

صدر

السطوح المتشابهة هي السطوح التي زواياها متساوية والاضلاع المحيطة بتلك الزوايا علي التناظر ايضا متناسبة ۞
السطوح المتكافية الاضلاع هي السطوح التي يشتمل كل منها علي مقدم وتال من حدود النسبة ۞
ارتفاع الشكل هو العمود الخارج من نقطة زاوية هي راسه علي اضلاع هو قاعدتها ۞
فان كانت كل واحدة من الزاويتين اللتين فوق القاعدة حادة فالعمود يقع بين ضلعي الزاوية وان كانت احديهما قايمة فالعمود علي احد ضلعي الزاوية وان كانت منفرجة فالعمود يقع خارج من ضلعي الزاوية علي القاعدة بعد اخراجه في جهة الزاوية المنفرجة ۞
الخط المقسوم علي نسبة ذات وسط وطرفين هو الخط المقسوم بمختلفين تكون نسبة الخط كله الي اطول قسميه كنسبة اطول قسميه الي اصغرهما ۞
النسبة هي الكمية الحاصلة من اضافة احد انواع الكم الي ما هو من نوعه وتضعيف الكمية بعضها ببعض اي ضرب بعضها في بعض امر بين للاعداد والمقادير ايضا بعد ان يفرض مقدار من نوع ذلك المقدار الذي يرا من تقديره به ۞
فيكون نسبة ذلك المقدار المفروض الي المقادير التي من نوعه كنسبة الواحد الي الاعداد وسيتضح هذا المعني في صدر المقالة العاشرة فتاليف النسبة من نسبتين متفقتي النوع هو تحصيل نسبة تكون نسبة مقدارها الي احد النسبتين كنسبة مقدارها النسبة الاخري الي الواحد وتجزيتها بنسبة لان النسبة مقدار وتضعيف مقدار وتجزيته باجزاء مقدار اخر ظاهر هي تحصيل نسبة تكون نسبة مقدارها الي الواحد كنسبة المجزء الي المجزء به فحصول هذا المعني امر بين للنسبة اي قسمة نسبة علي نسبة الا ان الحكما ارادوا ان يبرهنوا علي ان نسبة اي مقدار الي مقدار اخر من نوعه مولفه من نسب غير متناهية وعلي عكس هذا المعني اي يبرهنوا علي ان النسبة المولفة من النسب الغير المتناهية في قوة نسبه بسيطه لتكن ثلثه مقادير وهي آ ب ج فاقول ان نسبة اي مقدار منها ولتكن آ الي مقدار اخر منها اي مقدار كان من الباقيين وليكن ج مولفة من النسبتين الباقيتين نسبة آ الي ب ونسبة

ب الي ج برهانه لتكن نسبة ا الي ب كنسبة د الي الواحد المفروض من المقادير ليعرف تقدرها به ونسبة ب الي ج كنسبة ه الي الواحد ونضعف د به اي نضرب د في ه فيحصل ز فاقول ان نسبة ا الي ج كنسبة ز الي الواحد اي ان ز هو قدر نسبة ا الي ج فلان نسبة ا الي ب كنسبة د الي الواحد ولان ز حاصل من تضعيف د به يكون نسبة ز الي ه كنسبة د الي الواحد فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة ا الي ب كنسبة ز الي ه ونسبة ب الي ج كنسبة ه الي الواحد فبالمتساواة المنتظمه نسبة ا الي ج كنسبة ز الي الواحد بالشكل الثاني والعشرين من الخامس وكذلك نقول في غيرهما من مقادير ا ب ج وايضا اي نسبة مولفة من نسب فكل نسبة تساويها فانها تكون مولفة من نسب تساوي تلك النسب ۞

ولتكن نسبة ح الي ط كنسبة ا الي ج فاقول ان نسبة ح الي ط مولفة من نسبتين متساويتين لنسبتي ا الي ب وب الي ج برهانه ولتكن نسبة ا الي ب كنسبة ح الي ك باستبانة الشكل العاشر من هذه المقالة فبالخلاف نسبة ب الي ا كنسبة ك الي ح ونسبة ا الي ج كنسبة ح الي ط فبالمساواة المنتظمه نسبة ب الي ج كنسبة ك الي ط بالشكل الثاني والعشرين من الخامسة وكانت نسبة ا الي ب كنسبة ح الي ك ونسبة ح الي ط مولفة من نسبة ح الي ك ومن نسبة ك الي ط لما بينا فنسبة ح الي ط مولفة من نسبتين مساويتين لنسبتي ا الي ب وب الي ج وذلك ما اردنا ان نبين ۞

واذا فرضنا اربعة مقادير من نوع واحد كا ب ج د فاقول ان نسبة ا الي د مولفة من نسبة ا الي ب ومن نسبة ب الي ج ومن نسبة ج الي د برهانه فلان نسبة ا الي د مولفة من نسبة ا الي ج ومن نسبة ج الي د بما يقدر وكانت نسبة ا الي ج مولفة من نسبة ا الي ب ومن نسبة ب الي ج فنسبة ا الي د مولفة من نسبة ا الي ب ومن نسبة ب الي ج ومن نسبة ج الي د وهكذا الي ما لانهاية له والتجزية عكس التضعيف وبمثله تبين في الاعداد وفيهما لا يحتاج الي فرض الواحد كما في المقادير لان كل قدر يستمل علي الواحد وهو بعده ۞

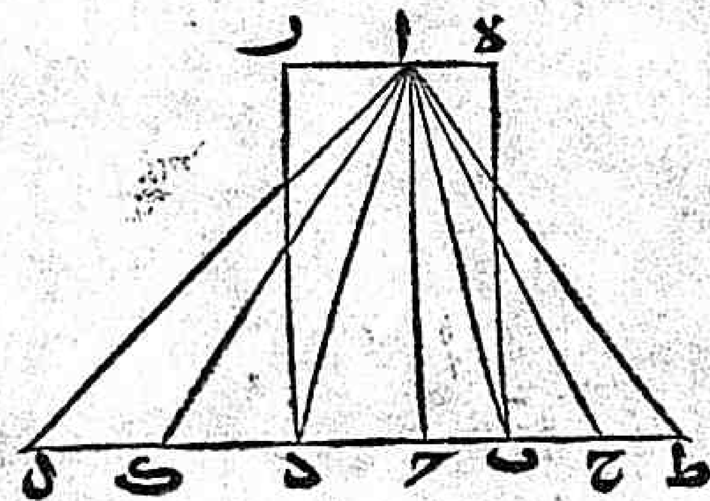
الاشكال

ا

جميع.

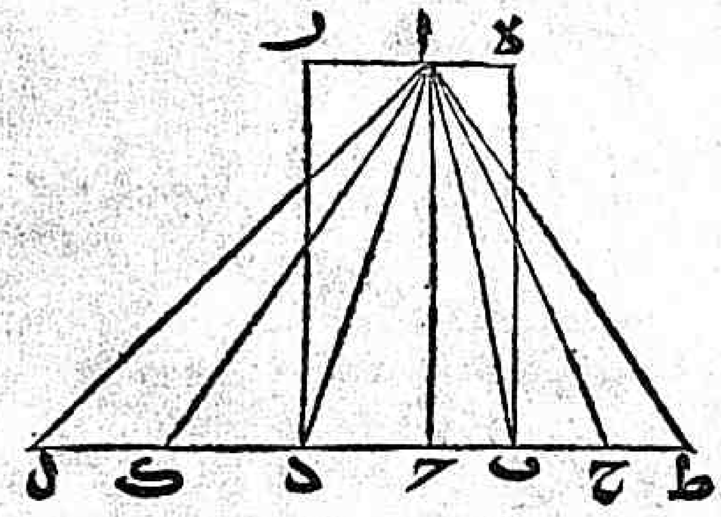
جميع السطوح المتوازية الاضلاع والمثلثات اذا كانت ارتفاعاتها متساوية كانت نسب بعضها الي بعض كنسب قواعدها بعضها الي بعض علي الولاء ۞

ليكن سطحا ه ج ج ز المتوازيا الاضلاع ومثلثا ا ب ج ا ج د ارتفاعهما واحدا فاقول ان نسبة سطح ه ج الي سطح ج ز او نسبة مثلث ا ب ج الي مثلث ا ج د كنسبة قاعدة ب ج الي قاعدة ج د برهانه نخرج خط ب د في جهتيه علي استقامته الي غير النهاية ونفصل من احدها امثال ب ج كم شينا وهي ب ح ح ط ومن الاخر امثال ج د كم شينا وهي د ك ك ل ونصل بين ا وبين كل واحدة من النقط الحادثة بخطوط ا ط ا ح ا ك ا ل المستقيمة فلان خطي ه ز ط ل متوازيان ومثلثات ا ط ح ا ح ب ا ب ج فيما بينهما علي قواعد متساوية فهي



متساوية وكذلك مثلثات ا ل ك ا ك د ا د ج متساوية بالشكل الثامن والثلثين من الاولي فمثلثات ا ط ح ا ح ب ا ب ج اعني مثلث ا ط ج ثلثة امثال ا ب ج وكذا قواعد ط ح ح ب ب ج اعني قاعدة ط ج ثلثة امثال قاعدة ب ج ومثلثات ا ل ك ا ك د ا د ج اعني مثلث ا ل ج ثلثة امثال مثلث ا د ج وقواعد ل ك ك د د ج اعني قاعدة ج ل ثلثة امثال قاعدة ج د فان كان مثلث ا ط ج زايدا علي مثلث ا ل ج كانت قاعدة ط ج زايدة علي قاعدة ل ج والا لكانت قاعدة ط ج مساوية لقاعدة ج ل او انقص منها فان كانت مساوية لها كان مثلث ا ط ج مساويا لمثلث ا ج ل بالشكل الثامن والثلثين من الاولي وكان مثلث ا ج ل زايدا عليه هذا خلف وان كانت انقص منها نفصل من قاعدة ج ل ما يساوي ط ج بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين ا وموضع القسمة بخط مستقيم فيكون مثلث الحادث مساويا لمثلث ا ط ج بالشكل الثامن والثلثين من الاولي وكان مثلث ا ط ج اعظم من مثلث ا ج ل فيكون جزء الشي اعظم من كله هذا خلف وان كان مساويا كانت مساوية وان كان ناقصا كانت ناقصة بمثل ما مر فمثلثا ا ب ج ا ج د وقاعدتا ب ج ج د اربعة مقادير اذا اخذ للاول والثالث وهما مثالث ا ب ج وقاعدة ب ج اي اضعاف كانت متساوية العدة وللثاني والرابع وهما مثلث ا ج د وقاعدة ج د اي اضعاف كانت متساوية العدة فان كانت اضعاف الاول زايدة علي اضعاف الثاني

كانت اضعاف الثالث زايدة علي اضعاف الرابع وان كانت مساوية كانت مساوية وان كانت ناقصة كانت ناقصة فنسبة مثلث ا ب ح الي مثلث ا ح د كنسبة قاعدة ب ح الي قاعدة ح د وسطح ه ح ضعف مثلث ا ب ح وسطح ح ر ضعف مثلث ا ح د بالشكل الواحد والاربعين من الاولي ونسبة الاضعاف كنسبة الاجزا بالشكل الخامس عشر من الخامس فنسبة سطح ه ح الي سطح ح ر كنسبة مثلث ا ب ح الي مثلث ا ح د وكانت نسبة قاعدة ب ح الي قاعدة ح د كنسبة مثلث ا ب ح الي مثلث ا ح د فبالشكل الحادي عشر من الخامس نسبة سطح ه ح الي سطح ح ر كنسبة قاعدة ب ح الي قاعدة ح د فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞



واستبان منه ان كل سطحين متوازيي الاضلاع يحصلان من سطح الخطين المستقيمين المحدودين في خط ثالث مستقيم محدود فان نسبة احد السطحين الي الآخر كنسبة احد الخطين الي الآخر الي الولآء وان سطح الخط المستقيم المحدود في الخطين المستقيمين المحدودين المتساويين متساويان وبالعكس ۞

مثلا سطح ا ح هو الحاصل من سطح ا ب في ب ح و ب د ضعف نصف ب ح فاقول ان سطح ا ب في ب ح يساوي سطح ب د في ب ه وذلك لان نسبة سطح د ه الي سطح ا ه كنسبة ب د الي ب ا ونسبة ب ح الي ب ه كنسبة ب د الي ب ر فبالشكل الحادي عشر من الخامس نسبة سطح د ه الي سطح ا ه كنسبة ب ح الي ب ه ونسبة سطح ا ح الي سطح ا ه كنسبة ب ح الي ب ه فبالشكل الحادي عشر من الخامس نسبة سطح د ه الي ا ه كنسبة سطح ا ح الي سطح ا ه فبالشكل التاسع من الخامس سطحا ا ه ا ح متساويان ۞

ومن هذا يتبين ان السطحين الحاصلين من سطح الخط المستقيم وسطح نصف ذلك الخط بعينه في خطين مختلفين اذا كانا متساويين كان احد الخط المختلفين ضعف الخط الآخر وهذه صورته ۞

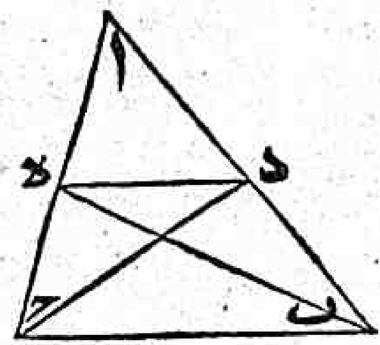
وان سطح الخط في خط اخر يساوي سطح ضعف ذلك الخط في نصف الخط المضروب فيه ۞

مثل سطح ا ح هو سطح ا ب في ب ح و ب د ضعف ا ب ۞

ب

كل

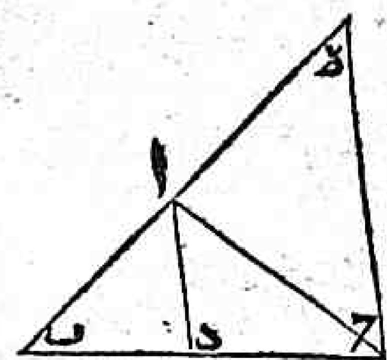
كل مثلث مستقيم الاضلاع خرج من نقطة علي ضلع من اضلاعه خط مستقيم الي ضلع اخر من الضلعين الباقيين فان كان الخط الخارج موازيا للضلع الباقي قد قسم الخط الضلعين علي نسبة واحدة وان قسمهما علي نسبة واحدة فالخط مواز للضلع الباقي ۞



ليكن مثلث ا ب ح وخرج من نقطة د الكاينة علي ضلع ا ب خط د ه المستقيم الي نقطة ه علي ضلع ا ح فاقول ان كان د ه موازيا الضلع ب ح كانت نسبة ب د الي د ا كنسبة ح ه الي ه ا وان كانت نسبة ب د الي د ا كنسبة ح ه الي ه ا فان خط د ه يوازي ب ح برهانه ليكن د ه يوازي ب ح فنصل د ح ب ه بخطين مستقيمين فيكون مثلث ه د ب د ه ح متساويين بالشكل السابع والثلثين من الاولي ونسبة ب د الي د ا كنسبة مثلث ب ه د الي مثلث د ا ه بالشكل المتقدم لان العمود الخارج من نقطة ه الي ضلع ا ب ارتفاع المثلثين ونسبة مثلث د ه ح الي مثلث د ا ه كنسبة مثلث د ه ب الي مثلث د ا ه بالشكل السابع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة ب د الي د ا كنسبة مثلث د ه ح الي مثلث د ا ه ونسبة ح ه الي ه ا كنسبة مثلث د ه ح الي مثلث د ا ه بالشكل المتقدم لان العمود الخارج من نقطة د الي ضلع ا ح ارتفاع المثلثين فنسبة ب د الي د ا كنسبة ح ه الي ه ا بالشكل الحادي عشر من الخامسة وليكن نسبة ب د الي د ا كنسبة ح ه الي ه ا فلان نسبة مثلث ب د ه الي مثلث د ا ه كنسبة ب د الي د ا بالشكل المتقدم ونسبة ح ه الي ه ا كنسبة ب د الي د ا فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مثلث ب د ه الي مثلث د ا ه كنسبة ح ه الي ه ا ونسبة مثلث ح د ه الي مثلث د ا ه كنسبة ح ه الي ه ا بالشكل المتقدم فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مثلث ب د ه الي مثلث د ا ه كنسبة مثلث د ح ه الي مثلث د ا ه فمثلث ب د ه ح ه د متساويان بالشكل التاسع من الخامسة فخط د ه يوازي ضلع ب ح بالشكل التاسع والثلثين من الاولي فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

ح

كل خط مستقيم خرج من زاوية من زوايا اي مثلث مستقيم الاضلاع الي وترها فان نصفها كانت نسبة احد قسمي الوتر الي الاخر كنسبة احد الضلعين المحيطين بالزاوية الي الآخر وان كانت نسبة احد قسمي وتر الزاوية الي الآخر كنسبة احد الضلعين المحيطين بها الي الآخر فان الخط المستقيم ينصفها ۞

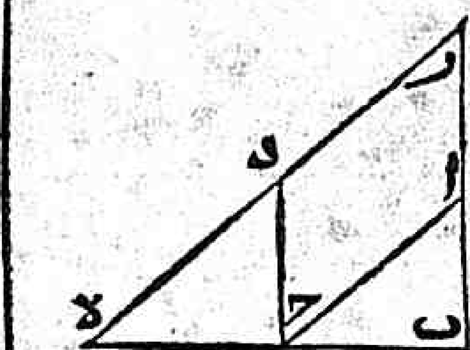


لبكن المثلث ابح وخرج من زاوية باح خط اد المستقيم وانتهي الي ضلع بح علي نقطة د فاقول ان خط اد ان نصف زاوية باح كانت نسبة بد الي دح كنسبة با الي اح وان كانت نسبة بد الي دح كنسبة با الي اح كانت زاويتا باد حاد متساويتين برهانه فليكن اد نصف زاوية باح فنخرج من نقطة ح خط حه في جهة ا موازيا لخط اد بالشكل الواحد والثلثين من الاولي ونخرج با في تلك الجهة فلان الزاوية المجاورة لزاوية حاد مع زاوية احه كقايمتين بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فزاوية احه مع الزاوية المجاورة لزاوية باح اقل من قايمتين فخطا با حه يلتقيان فليلتقيا على نقطة ه فلان زاوية اهح كزاوية باد بالشكل السابع والعشرين من الاولي وزاوية حاد كزاوية باد فزاوية اهح كزاوية حاد وزاوية احه كزاوية حاد بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فزاويتا اهح احه متساويتان فضلع اح كضلع اه بالشكل السادس من الاولي ونسبة بد الي دح كنسبة با الي اه بالشكل المتقدم ونسبة ضلع با الي اح كنسبته الي ضلع اه بالشكل السابع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة بد الي دح كنسبة با الي اح ولبكن نسبة بد الي دح كنسبة با الي اح فنخرج من نقطة ح خط حه موازيا لخط اد بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فلان الزاوية المجاورة لزاوية داح مع زاوية احه كقايمتين بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فزاوية احه مع الزاوية المجاورة لزاوية باح اقل من قايمتين فخطا با حه ان اخرجا علي استقامتهما في جهة ا يلتقبان

يلتقبان فليلتقيا علي نقطة ه فلان نسبة با الي اه كنسبة بد الي دح بالشكل المتقدم وكانت نسبة با الي اح كنسبة بد الي دح فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة با الي اه كنسبته الي اح فاح اه متساويان بالشكل التاسع من الخامسة فزاوية احه تساوي زاوية اهح بالشكل الخامس من الاولي وزاوية باد تساوي زاوية بهح بالشكل التاسع والعشرين من الاولي وكانت زاوية احه كزاوية بهح فزاوية باد كزاوية احه وزاوية داح كزاوية احه بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فزاوية باد كزاوية داح فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

د

كل مثلثين تساوت زواياهما المتناظرة فاوتار الزوايا المتناظرة منهما متناسبة ۞



لتكن زاوية ب من مثلث ابح تساوي زاوية ح من مثلث دحه وزاوية باح زاوية حده وزاوية احب زاوية دهح فاقول ان نسبة بح الي حه كنسبة با الي دح ونسبة اح الي ده برهانه نجعل ضلع بح علي استقامة ضلع حه بحيث يتحد نقطتا ح من مثلثي ابح دحه فيصير ضلع اب موازيا للضلع دح وضلع اح لضلع ده بالشكل الثامن والعشرين من الاولي لتساوي كل من زاويتي ابح دحه احب دهح ولان زاوية احب المساوية لزاوية دهح مع زاوية ابح اقل من قايمتين بالشكل السابع عشر من الاولي فزاويتا ابح دهح معا اقل من قايمتين فاذا اخرجنا ضلعي اب ده في جهتي ا د فانهما يلتقيان فليلتقيا علي نقطة ر فيحصل ذو اربعة اضلاع احدر متوازي الاضلاع فضلع اح يساوي ضلع در وضلع دح يساوي ضلع ار من اضلاعه بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فنسبة با الي دح كنسبته الي ار بالشكل السابع من الخامسة ونسبة بح الي حه كنسبة با الي ار بالشكل الثاني فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة با الي دح كنسبة بح الي حه ولان نسبة اح الي ده كنسبة رد الي ده بالشكل السابع من الخامسة ونسبة بح الي حه كنسبة رد الي ده بالشكل الثاني فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة اح الي ده كنسبة بح الي حه فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

ه

كل مثلثين يناسب اضلاعهما النظاير فزواياهما

متساوية على التناظر ۞

لبكن نسبة اب من مثلث ابج الي ده من مثلث ده ز كنسبة اج الي دز وكنسبة بج الي ه ز فاقول ان زاوية ابج كزاوية ده ز زاوية اجب كزاوية دزه وزاوية باج كزاوية ه د ز برهانه نعمل على نقطتي ه ز من ضلع ه ز زاويتي زه ح ه ز ح كزاويتي ابج اجب بالشكل الثالث والعشرين من الاولي فلان زاويتي ابج اجب المساويتين لزاويتي زه ح ه ز ح اقل من قايمتين بالشكل السابع عشر من الاولي فاذا اخرجنا ه ح ز ح على استقامتهما في جهة ح يلتقيان فليلتقيا على نقطتي ح فزاوية باج تساوي زاوية ه ح ز بالشكل الثاني والثلثين من الاولي اذ بين فيه ان كل مثلث فان زواياه الثلث كقايمتين فلان نسبة اب الي ه ح كنسبة بج الي ه ز بالشكل المتقدم وكانت نسبة اب الي ده كنسبة بج الي ه ز فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة اب الي ه ح كنسبته الي ده فه ح يساوي ده بالشكل التاسع من الخامسة وبمثله تبين ان ضلع ز ح يساوي ضلع دز وضلع ه ز مشترك بين مثلثي ده ز زه ح فبالشكل الثامن من الاولي زاوية ده ز كزاوية زه ح وزاوية دزه كزاوية ه ز ح وزاوية ه د ز كزاوية ه ح ز بل زاوية زه ح كزاوية ابج وزاوية ه ز ح كزاوية اجب وزاوية ه ح ز كزاوية باج فزاوية ابج كزاوية ده ز وزاوية اجب كزاوية دزه وزاوية باج كزاوية ه د ز فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

و

كل مثلثين تساوت زاويتان منهما وتناسب الاضلاع المحيطة بهما فالزوايا الباقية منهما متساوية على التناظر ۞

لبكن زاويتا باج ه د ز من مثلثي ابج ده ز متساويتين ونسبة اب الي ده كنسبة اج الي د ز فاقول ان زاوية ابج كزاوية ده ز وزاوية اجب كزاوية دزه برهانه نرسم على نقطة د من ضلع دز زاوية زدح كزاوية باج وعلى نقطة ز منه زاوية د ز ح كزاوية اجب بالشكل الثالث والعشرين من الاولي ولان كل زاويتي مثلث اقل من قايمتين بالشكل السابع عشر من الاولي فزاويتا ح د ز د ز ح اقل من قايمتين فاذا اخرج د ح ز ح في جهة ح على استقامتهما

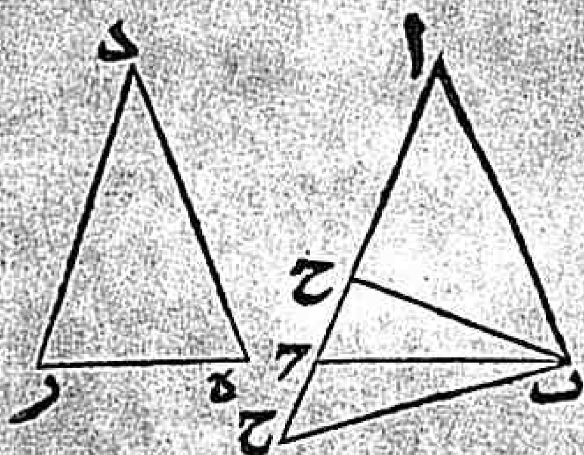
استقامتهما فانهما يلتقيان فليلتقيا على نقطة ح ولان زوايا كل مثلث كقايمتين بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فزاوية د ح ز كزاوية ابج فزوايا مثلث ابج تساوي زوايا مثلث ز د ح فبالشكل الرابع نسبة اب الي دح كنسبة اج الي دز وكانت نسبة اب الي ده كنسبة اج الي دز فبالشكل الرابع نسبة اب الي دح كنسبة اج الي د ز وكانت نسبة اب الي ده كنسبة اج الي د ز فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة اب الي دح كنسبته الي ده فبالشكل التاسع من الخامسة ضلع دح كضلع ده وزاوية ح د ز تساوي زاوية ه د ز وضلع د ز مشترك بين مثلثي ده ز د ز ح فمثلثا ده ز د ز ح متساويان وساير الزوايا كساير الزوايا بالشكل الرابع من الاولي فزاوية ده ز كزاوية د ح ز وكانت زاوية ابج كزاوية د ح ز فزاوية ابج كزاوية ده ز وزاوية د ز ه كزاوية د ز ح وكانت زاوية اجب مساوية لزاوية د ز ح فزاوية اجب كزاوية د ز ه وذلك ما اردنا ان نبين ۞

ز

كل مثلثين تساوت زاويتان منهما وتناسبت الاضلاع المحيطة بزاويتين اخرتين منهما وكانت كل واحدة من الزاويتين الباقيتين منهما اما اصغر من قايمة اوليست باصغر من قايمة فان الزوايا الباقية منهما متساوية على التناظر ۞

لبكن زاويتا باج ه د ز من مثلثي ابج ده ز متساويتين ونسبة اب الي ده كنسبة بج الي ه ز وكل واحدة من زاويتي اجب د ز ه اما اصغر من قايمة او ليست باصغر من قايمة فاقول ان زاوية ابج كزاوية ده ز وزاوية اجب كزاوية د ز ه برهانه فلان زاوية ابج ان لم تكن كزاوية ده ز فاما ان تكون اصغر منها او اعظم وعلى التقديرين نرسم على نقطة ب من ضلع اب زاوية ابح كزاوية ده ز بالشكل الثالث والعشرين من الاولي فاذا اخرجنا ضلع ب ح الي ضلع اج فلابد وان ينتهي اليه فعلى التقدير الاول يقع نقطة ح من ضلع اج بين نقطتي ا ج وعلى التقدير الثاني خرجا عنهما في جهة ج ولان زوايا كل مثلث كقايمتين بالشكل الثاني والثلثين من الاولي

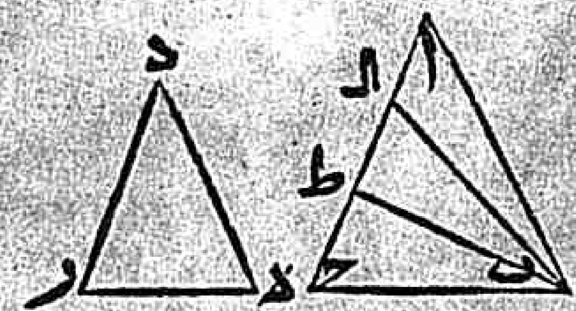
تكون زاوية احب كزاوية دره فبالشكل الرابع نسبة بح الي هر كنسبة اب الي ده وكانت نسبة بج الي هر كنسبة اب الي ده



فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة بح الي هر كنسبة بج الي هر بعينه فبح بج متساويان بالشكل التاسع من الخامسة فزاوية بحج كزاوية بجح بالشكل الخامس من الاولي وكل واحدة من زاويتي احب دره اما قايمة او منفرجة او حادة فعلي التقدير الاول ان كانتا قايمتين او منفرجتين معا يلزم ان يكون زاويتا بحج بجح قايمتين او اعظم منهما وهما اصغر من قايمتين بالشكل السابع عشر من الاولي هذا خلف وان كانت حادتين فيكون زاوية بجح حادة فتكون زاوية بحا منفرجة بالشكل الثالث عشر من الاولي وهي مساوية لزاوية دره الحادة هذا خلف وعلي التقدير الثاني كل واحدة من زاويتي احب دره اما قايمة او حادة او منفرجة فان كانتا قايمتين او حادتين يلزم ان يكون زاوية بحج قايمة او منفرجة بالشكل الثالث عشر من الاولي فتكون بحج بجح كقايمتين او اعظم منهما وهما اصغر منهما بالشكل السابع عشر من الاولي وان كانتا منفرجتين تكون زاوية بحج حادة بالشكل الثالث عشر من الاولي فتكون زاوية بجح حادة فتكون زاوية دره حادة والتقدير انهما منفرجة هذا خلف فزاوية ابج كزاوية دهر وكانت زاوية باج مساوية لزاوية هدر فزاوية احب كزاوية دره بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

اقول وليكن لبيان فايدة القيد المذكور وهو قوله وكل واحدة من الزاويتين الباقيتين منهما اصغر من قايمة او ليست باصغر من قايمة مثلثا ابج دهر مثلثي مخمس زوايا هما واضلاعهما النظاير متساوية فهما متشابهان وليكن زاويتا باج هدر راسهما فيكون نسبة اب الي ده كنسبة بج الي هر ولان زاوية احب المساوية لزاوية ابج بالشكل الخامس من الاولي اقل من قايمة لان كل زاويتي مثلث اقل من قايمتين بالشكل السابع عشر من الاولي فهي حادة وهي ضعف زاوية باسه فهي ايضا حادة والا لكانت زاويتا باج بجا اعظم من قايمتين وهما اصغر منهما بالشكل السابع عشر من الاولي هذا خلف فالزاوية المجاورة لكل واحدة منهما منفرجة بالشكل الثالث عشر من الاولي فاذا اخرجنا من نقطة ب عمود بط علي ضلع اج بالشكل الثاني عشر من الاولي فلا يقع علي احدي نقطتي اج لان زاويتي باج اجب حادتين ولا خارجا عنهما والا يلزم ان يكون زاويتا مثلث اعظم من قايمتين والزاوية المجاورة لكل واحدة

واحدة من زاويتي باج بجا منفرجة بالشكل الثالث عشر من الاولي وهما اصغر منهما بالشكل السابع عشر من الاولي هذا خلف فيقع فيما بين نقطتي اج ولان زوايا كل مثلث تساوي قايمتين بالشكل الثاني والثلثين من الاولي وزاوية بطج كزاوية بطا وزاوية بجط اعظم من زاوية باط فزاوية جبط اصغر من زاوية ابط فاذا ركبنا مثلث بطج علي مثلث ابط بحيث ينطبق



ضلع بط علي نفسه فينطبق ضلع جط علي ضلع اط لتساوي زاويتي اطب جطب فيقع ضلع بج فيما بين ضلعي اب طب فيقع نقطة ج فيما بين نقطتي اط وليقع علي نقطة ك فخط كط مساو لضلع طج فاذا وصلنا بين نقطتي ب ك بخط مستقيم حدث مثلث بكط فيكون بالشكل الرابع من الاولي ضلع بك كضلع بج وزاوية بجط كزاوية بكط فهي حادة فزاوية اكب المجاورة لها منفرجة بالشكل الثالث عشر من الاولي فهي اعظم من زاوية دره ولان نسبة اب الي ده كنسبة بج الي هر فيكون زاوية اكب المنفرجة كزاوية دره الحادة هذا خلف وزاويتا باك هدر متساويتان ولان بك بج متساويان فاي اضعاف اخذنا لبك بج متساوية العدة كم كانت العدة مما لا يتناهي ولهر ايضا كذلك فان كانت اضعاف بك زايدة علي اضعاف هر كانت اضعاف بج زايدة علي اضعاف هر وان كانت مساوية لها كانت مساوية وان كانت ناقصة عنها كانت ناقصة فنسبة بك الي هر كنسبة بج الي هر فبالشكل الحادي عشر من الخامسة فنسبة اب الي ده كنسبة بك الي هر فلولا القيد المذكور لكانت زاوية اكب المنفرجة كزاوية دره الحادة وكانا مثلثا اكب دهر من مثلثات المتشابهة وليس الامر كذلك فقيد لاخراج امثال هذه المثلثات والله اعلم ۞

ح

كل مثلث قايم الزاوية خرج من نقطة زاويته القايمة عمود الي وترها فان العمود يقسم المثلث الي مثلثين مشابهين للمثلث الاعظم ومتشابهين ۞

ليكن المثلث ابج وزاوية باج منه قايمة وخرج من نقطة ا عمود اد الي وتر بج فحدث مثلثا ادب ادج فاقول انهما يشبهان مثلث ابج ومتشابهان برهانه فلان زوايا كل مثلث كقايمتين بالشكل الثاني

والثلثين من الاولي وكل واحدة من زوايا ب ا ح ب د ا ح د ا قايمة و ا ب ح مشتركة بين مثلث ا ب د والمثلث الاعظم وزاوية ا ح د مشتركة بين مثلث ا ح د والمثلث الاعظم فزاوية ب ا د كزاوية ا ح د وزاوية ح ا د كزاوية ا ب د فبالشكل الرابع نسبة ح ب الي ب ا كنسبة ا ب الي ب د وكنسبة ا ح الي ا د ونسبة ب ح الي ح ا كنسبة ا ح الي ح د وكنسبة ب ا الي ا د فمثلثا ا ب د ا ح د يشبهان مثلثا ا ب ح وبالشكل الرابع ايضا نسبة ب د الي د ا كنسبة ا د الي د ح وكنسبة ا ب الي ا ح فمثلثا ا ب د ا ح د متشابهان وذلك ما اردنا ان نبين ۞

واستبان منه ان كل واحد من الضلعين المحيطين بالزاوية القايمة من المثلث الاعظم وسط في النسبة بين قاعدة العمود وبين القسم الذي يلي ذلك الضلع منها وان العمود وسط في النسبة بين قسمي القاعدة ۞

ط

كل خطين مستقيمين محدودين مفروضين لنا ان نجد خطا مستقيما وسطا في النسبة بينهما ۞

ليكن الخطان ا ب ب ح فاقول لنا ان نجد خطا مستقيما وسطا بينهما في النسبة برهانه ليكن خطا ا ب ب ح متصلين بنقطة ب احدهما علي استقامة الاخر فننصف خط ا ح الحاصل من اتصاله احدهما بالشكل العاشر من الاولي ونرسم عليه نصف دايرة ا د ح ونخرج من نقطة ب عمود ب د علي ا ح بالشكل الحادي عشر من الاولي ونخرجه علي استقامته الي المحيط فينتهي اليه علي نقطة د ونصل بينها وبين كل من نقطتي ا ح بخط مستقيم فزاوية ا د ب قايمة بالشكل الثلثين من الثالثة فعمود ب د وسط في النسبة بين خطي ا ب ب ح باستبانة الشكل المتقدم وذلك ما اردنا ان نبين ۞

ي

كل خطين مستقيمين محدودين مفروضين لنا ان نجد خطاً ثالثاً لهما في النسبة ۞

ليكن الخطان ا ب ا ح فان كانا متساويين نفرض في سطحهما نقطتين ونصل بينهما بخط مستقيم ونخرجه في احدي جهتيه الي غير النهاية ونفصل منه خطا كاحدهما بالشكل الثالث من الاولي فهو ثالثهما في النسبة لانا اذا اخذنا

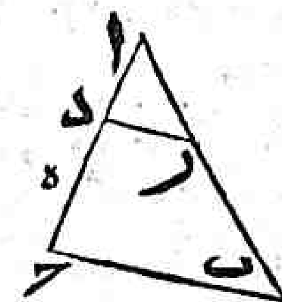
اخذنا لها اضعافا متساوية العدة كم كانت فان كانت اضعاف الاول زايدة علي اضعاف الثاني كانت اضعاف الثالث الذي هو الثاني في الوضع زايدة علي اضعاف الرابع الذي هو الثالث في الوضع وان كانت ناقصة عنها كانت ناقصة وان كانت مساوية لها كانت مساوية وان لم يكونا متساويين فيتصل احدهما بالاخر بنقطة ا بحيث يحيطان بزاوية ما ولنخرج ا ب علي استقامته في جهة ب الي ما لانهاية له ونفصل منه ب ه يساوي ا ح بالشكل الثالث من الاولي ونصل ب ح بخط مستقيم ونخرج ا ح في جهة ح علي استقامته ونخرج من نقطة ه في تلك الجهة ايضا خط ه د موازيا لخط ب ح بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فهما يلتقيان فليلتقيا علي نقطة د وذلك لانا اذا وصلنا ح ه بخط مستقيم يكون زاويتا ح ه د د ه ح اقل من قايمتين لان زاوية ح ه د مع الزاوية المجاورة لزاوية ه ح ب كقايمتين بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فلان نسبة ا ب الي ا ح كنسبة ا ب الي ب ه بالشكل السابع من الخامسة وبالشكل الثاني نسبة ا ح الي ح د كنسبة ا ب الي ب ه فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة ا ب الي ا ح كنسبة ا ح الي ح د فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

واستبان منه انه لو كانت ثلثة خطوط مستقيمة محدودة مفروضة كخطوط ا ب ح لكان لنا ان نجد خطا مستقيما رابعا لها في النسبة ۞ فنخرج من نقطة د خطي د ه د ز في جهة واحدة الي غير النهاية محيطين بزاوية ما ونفصل من د ه د ح ح ه يساويان خطي ا ب ومن د ز د ط مساويا لخط ح بالشكل الثالث من الاولي ونصل ح ط بخط مستقيم ونخرج من نقطة ه خط ه ز في جهة ط موازيا لخط ح ط بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فهو يلتقي خط د ز اذا اخرج ه ز في جهة ز لانا اذا وصلنا ه ط بخط مستقيم يكون زاوية ط ه ز مع الزاوية المجاورة لزاوية ه ط ح كقايمتين بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فزاويتا ط ه ز ز ط ه اقل من قايمتين فليقع علي نقطة ز فلان ا يساوي د ح و ب يساوي ح ه فاذا اخذنا لا و د ح اضعافا متساوية العدة كم كانت ول ب و ح ه اضعافا متساوية العدة كم كانت فان كانت اضعاف ا زايدة علي اضعاف ب كانت اضعاف د ح زايدة علي اضعاف ح ه وان كانت ناقصة كانت ناقصة وان كانت مساوية كانت مساوية فنسبة ا الي ب كنسبة د ح الي ح ه ونسبة د ط الي ط ز كنسبة د ح الي ح ه

بالشكل الثاني فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة ا الي ب كنسبة دط الي طز ونسبة ح الي طز كنسبة دط الي طز بالشكل السابع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة ا الي ب كنسبة ح الي طز وهو المطلوب وهذه الاستبانة جعلها ثابت بن قره شكلا من اصل الكتاب للايضاح ولم تكن هي شكلا منه في النسخ اليونانية والسريانية ولذلك لم يات الحجاج به في نسخته والالف بكتاب اقليدس وطريقه في هذا الكتاب ان يكون من قبيل الاستبانه لا من اصل الكتاب اذ هو بالفروع اليق وهذه صورته وانا اطنبت في بيان الاستبانه للايضاح ❁

يا

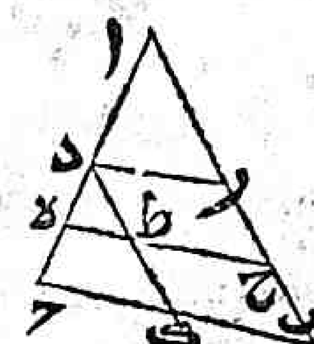
كل خط مستقيم محدود مفروض لنا ان نفصل منه جزءما ❁



ليكن الخط اب والجزء الثلث فاقول لنا ان نفصل من اب ثلثه برهانه نرسم في سطح اب نقطة ح لا على استقامته ونصل بين نقطتي ا ح بخط مستقيم ونخرجه على استقامته في جهة ح الي ما لانهاية له ونرسم على خط اح نقطة د ونفصل منه ده هح يساويان خط اد بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين نقطتي ح ب بخط مستقيم ونخرج من نقطة د خط زد موازيا لخط بح بالشكل الواحد والثلثين من الاولي ونخرجه الي ان يلقي ضلع اب فليلق على نقطة ز فبالشكل الثاني نسبة بز الي زا كنسبة حد الي دا فبالتركيب نسبة با الي از كنسبة حا الي اد بالشكل الثامن عشر من الخامسة وبالخلاف نسبة از الي اب كنسبة اد الي اح لكن اد ثلث اح فاز ثلث اب فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❁

يب

كل خط مستقيم محدود مفروض لنا ان نقسمه كقسمة خط آخر مستقيم وتكون نسبة اقسامه كنسبة اقسام الخط المقسوم ❁



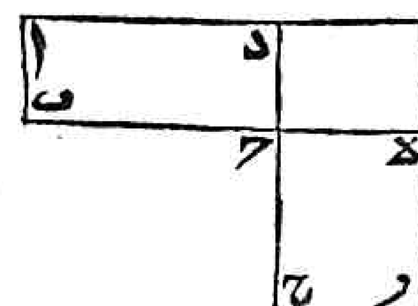
ليكن الخط المفروض اب والخط المقسوم بنقطتي د ه خط اح فاقول لنا ان نقسم اب كقسمة اح وتكون نسبة اقسام اب كنسبة اقسام اح برهانه فنجعل اب مع اح محيطا بزاوية ما ولتكن هي زاوية باح ونصل بح بخط مستقيم ونخرج

ونخرج من نقطتي د ه خطي دز هح موازيين لخط بح ومن نقطة د خط دك يوازي اب بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فخطا دز هح متوازيان بالشكل الثلثين من الاولي فلينته خطا دز هح الي خط اب على نقطتي ز ح وليقطع خط دك خطي هح بح على نقطتي ط ك فسطحا بط طز متوازيا الاضلاع فزح يساوي دط وبح يساوي طك بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فلان نسبة از الي زح كنسبة اد الي ده وايضا فلان زح يساوي دط وحب يساوي طك فاذا اخذنا لزح حب اضعافا متساوية العدة كم كانت ولدط طك اضعافا متساوية العدة كم كانت فان كانت اضعاف زح زايدة على اضعاف دط كانت اضعاف حب زايدة على اضعاف طك فان كانت مساوية لها كانت مساوية وان كانت ناقصة كانت ناقصة فنسبة زح الي حب كنسبة دط الي طك وايضا فلان نسبة ده الي هح كنسبة دط الي طك بالشكل الثاني ونسبة زح الي حب كنسبة دط الي طك فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة ده الي هح كنسبة زح الي حب فالحكم ثابت وذلك ما ان نبين ❁

يج

كل سطحين متوازيين الاضلاع تساوت زاويتان منهما فان كانا متساويين كانت الاضلاع المحيطة بالزاويتين متناسبة على التكافؤ وان كانت الاضلاع المحيطة بهما متناسبة على التكافؤ فالسطحان متساويان

ليكن سطحا ابحد حجزه متوازيي الاضلاع وزاويتا بحد هحج منهما متساويتان فاقول ان كان سطح اح كسطح حز فان نسبة بح الي حه كنسبة جح الي حد وان كانت نسبة بح الي حه كنسبة جح الي حد فالسطحان متساويان برهانه فيتمم سطح هد بان نخرج خطي زه اد على استقامتهما فيلتقيان لخروجهما على اقل من قايمتين لو وصلنا ده بخط مستقيم فان كان السطحان متساويين فلان



نسبة بح الي حه كنسبة سطح بد الي سطح ده بالشكل الاول ونسبة سطح حه الي سطح هد كنسبة سطح اح الي سطح ده بالشكل السابع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة بح الي حه كنسبة سطح حه الي سطح هد ونسبة جح الي حد كنسبة سطح جه الي سطح هد فبالشكل

الحادي عشر من الخامسة نسبة بح الي حه كنسبة حج الي حد وان كانت نسبة بح الي حه كنسبة حج الي حد فلان نسبة سطح بد الي سطح ده كنسبة بح الي حه بالشكل الاول ونسبة حج الي حد كنسبة بح الي حه فنسبة سطح بد الي سطح ده كنسبة حج الي حد بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة سطح حه الي سطح ه‍د كنسبة حج الي حد فبالشكل الحادي عشر من الخامسة ايضا نسبة سطح بد الي سطح ده كنسبة سطح حه الي سطح ه‍د فسطح بد كسطح حه بالشكل التاسع من الخامسة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

يد

كل مثلثين مستقيمي الاضلاع تساوت زاويتان منهما فان كانا متساويين كانت الاضلاع المحيطة بالزاويتين متناسبة علي التكافوء وان كانت الاضلاع المحيطة بالزاويتين متناسبة علي التكافوء فالمثلثان متساويان ۞

لتكن زاويتا احب دحه من مثلثي ابح دهح متساويتين فاقول ان كان المثلثان متساويين كانت نسبة اح الي حه كنسبة دح الي حب وان كانت نسبة اح الي حه كنسبة دح الي حب فالمثلثان متساويان برهانه ليكن ضلع اح علي استقامة حه فيكون كل واحدة من زاويتي احب بحه احد دحه كقايمتين بالشكل الثالث عشر من الاولي وزاوية احب كزاوية دحه بالفرض فزاويتا احب احد كقايمتين فبالشكل الرابع عشر من الاولي يكون ضلع بح علي استقامة ضلع دح ونصل به بخط مستقيم فان كان المثلثان متساويين فلان نسبة اح الي حه كنسبة مثلث ابح الي مثلث حبه بالشكل الاول لان ارتفاعهما واحد وهو العمود الخارج من نقطة ب علي ضلع اه ونسبة مثلث دحه الي مثلث بحه كنسبة مثلث ابح الي مثلث بحه بالشكل السابع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر منها نسبة اح الي حه كنسبة مثلث دحه الي مثلث بحه ونسبة دح الي حب كنسبة مثلث دحه الي مثلث بحه بالشكل الاول لان ارتفاعهما واحد وهو العمود الخارج من نقطة ه الي ضلع بد فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة اح الي حه كنسبة دح الي حب وان كانت نسبة اح الي حه كنسبة

حه كنسبة دح الي حب فلان نسبة مثلث ابح الي مثلث بحه كنسبة اح الي حه بالشكل الاول ونسبة دح الي حب كنسبة اح الي حه فنسبة مثلث ابح الي مثلث بحه كنسبة دح الي حب بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة مثلث دحه الي مثلث بحه كنسبة دح الي حب بالشكل الاول فنسبة مثلث ابح الي مثلث بحه كنسبة مثلث دحه الي مثلث بحه بالشكل الحادي عشر من الخامسة ايضا فبالشكل التاسع من الخامسة مثلث ابح كمثلث دحه وذلك ما اردنا ان نبين ۞

يه

كل اربعة خطوط مستقيمة محدودة مفروضة فان كانت متناسبة كان سطح الاول في الرابع كسطح الثاني في الثالث وان كان سطح الاول في الرابع كسطح الثاني في الثالث فانها متناسبة ۞

ليكن نسبة اب الي حد كنسبة ه الي ز فاقول ان سطح اب في ز كسطح حد في ه وان كان سطح اب في ز كسطح حد في ه كانت نسبة اب الي حد كنسبة ه الي ز برهانه نخرج من نقطتي ا ح عمودي اح حل علي خطي اب حد في جهة واحدة من خطي اب حد باستبانة الشكل الحادي عشر من الاولي ونفصل من العمودين اح مثل ز و حل مثل ه بالشكل الثالث من الاولي ونخرج من نقطة ح خط حط يوازي اب في جهة ب ومن نقطة ب خط بط يوازي اح في جهة حط بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فهما يتلاقيان لانا اذا وصلنا بح بخط مستقيم كانت زاوية حبط مع الزاوية المجاورة لزاوية بحا كقايمتين بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فهي مع زاوية طحب اقل منهما فتمم فلبنته الي نقطة ط وبمثله نتمم سطح حدلك فلان ز يساوي اح و حل يساوي ه وسطح الخط في احد الخطين المتساويين كسطحه في المساوي الاخر باستبانة الشكل الاول فيكون سطح اط يساوي سطح اب في ز وسطح حل يساوي سطح حد في ه لان حل يساوي ه واح يساوي ز فاذا اخذ لحل ه اضعافا متساوية العدة كم كانت العدة ولاح ز اضعافا متساوية العدة كم كانت العدة فان كانت اضعاف حل زايدة علي اضعاف اح كانت اضعاف ه زايدة علي اضعاف ز وان

كانت مساوية لها كانت مساوية وان كانت ناقصة عنها كانت ناقصة فنسبة جز الي اج كنسبة ه الي ز وكانت نسبة اب الي جد كنسبة ه الي ز فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة اب الي جد كنسبة جز الي اج فسطح اط كسطح جل بالشكل عشر لان زاويتي باج دجز منهما متساويتان وان كان سطح اط كسطح جل وزاويتا باج دجز منهما متساويتان فنسبة اب الي جد كنسبة جز الي اج بالشكل الثالث عشر وكانت نسبة ه الي ز كنسبة جز الي اج فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة اب الي جد كنسبة ه الي ز فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبـــين ۞

يو

كل ثلثة خطوط مستقيمة محدودة مفروضة فان كانت نسبة الاول الي الثاني كنسبة الثاني الي الثالث كان سطح الاول في الثالث كمربع الثاني وان كان سطح الاول في الثالث كمربع الثاني كانت نسبة الاول الي الثاني كنسبة الثاني الي الثالث ۞

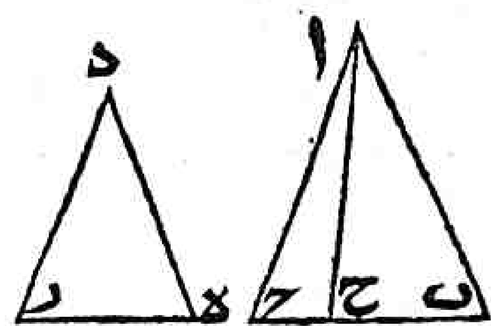
لبكن الخطوط ا ب ج فاقول ان كانت نسبة ا الي ب كنسبة ب الي ج فان سطح ا في ج كمربع ب وان كان ا في ج كمربع ب فنسبة ا الي ب كنسبة ب الي ج برهانه اما الاول فبكون سطح د في ب كمربع ب باستبانة الشكل الاول فنرسم في سطح الخطوط خطا مستقيما غير متناه ونفصل منه خط د كخط ب بالشكل الثالث من الاولي فلان نسبة ا الي ب كنسبة ب الي ج وب د متساويان فاذا اخذنا لد وب اضعافا متساوية العدة كم كانت العدة ولج اي اضعاف كانت مما لا يتناهي فان كانت اضعاف د زايدة علي اضعاف ج كانت اضعاف ب زايدة علي اضعاف ج وان كانت مساوية لها كانت مساوية وان كانت ناقصة عنها كانت ناقصة فنسبة د الي ج كنسبة ب الي ج فنسبة ا الي ب كنسبة د الي ج بالشكل الحادي عشر من الخامسة فسطح ا في ج كسطح ب في د اعني مربع ب بالشكل المتقدم واما الثاني فليكن الضلع الاخر من مربع ب خط د فيكون سطح ا في ج كسطح ب في د فنسبة ا الي ب كنسبة د الي ج بالشكل المتقدم وقلنا ان نسبة ب الي ج كنسبة د الي ج في القسم

في القسم الاول فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة ا الي ب كنسبة ب الي ج فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبـــين ۞

واستبان منه ان كل خط مقسوم علي نسبة ذات وسط وطرفين فان سطحه في قسمه الاصغر كمربع قسمه الاعـــظم ۞

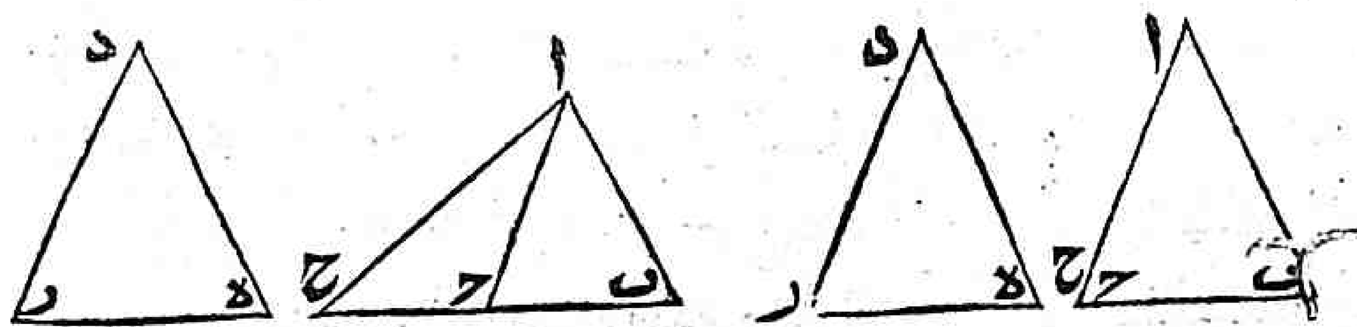
يز

كل مثلثين متشابهين فان نسبة احدهما الي الاخر كنسبة ضلع من اضلاعه الي نظيرة من اضلاع المثلث الاخر مثناة ۞



لبكن مثلثا ابج دهز متشابهين فاقول ان نسبة مثلث ابج الي مثلث دهز كنسبة ضلع من اضلاع مثلث ابج الي نظيرة من اضلاع مثلث دهز مثناة ولتكن نسبة ضلع بج الي ضلع هز مثناة برهانه نجد خطا ثالثا في النسبة لخطي بج هز وهو خط بح بالشكل العاشر ونصل بين نقطتي اح بخط مستقيم ولان نسبة اب الي ده كنسبة بج الي هز ونسبة هز الي بح كنسبة بج الي هز فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة اب الي ده كنسبة هز الي بح فبالشكل الرابع عشر مثلث ابح كمثلث دهز فنسبة مثلث ابج الي مثلث دهز كنسبته الي مثلث ابح بالشكل السابع من الخامسة ونسبة بج الي بح كنسبة مثلث ابج الي مثلث ابح بالشكل الاول لان ارتفاعهما واحد فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مثلث ابج الي مثلث دهز كنسبة بج الي بح ونسبة بج الي هز مثناة كنسبة بج الي بح فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مثلث ابج الي مثلث دهز كنسبة بج الي هز مثناة وذلك ما اردنا ان نبـــين ۞

ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان نقطة ح يمكن ان يقع علي نقطة ج او بين نقطتي ب ج او خارجا عنهما في جهة ج والبيان في الشكل ظاهر مما بينـــــا ۞

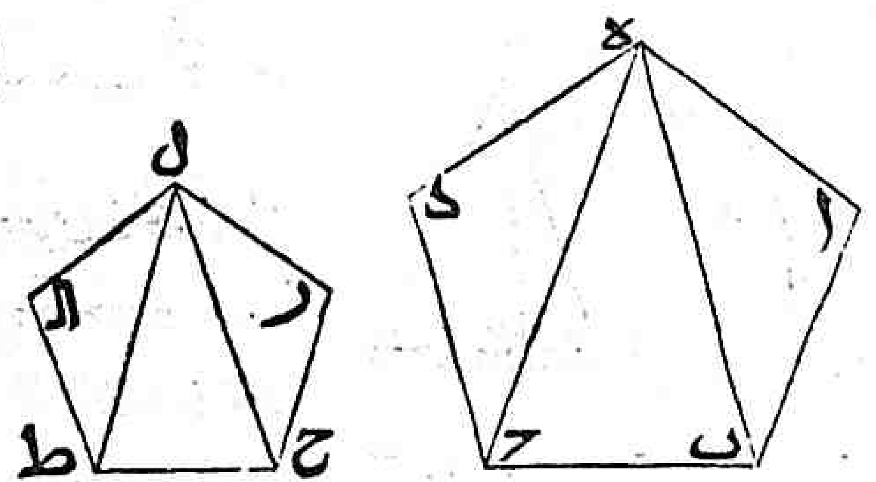


واستبان منه ان كل ثلثة خطوط متناسبة فان نسبة الاول الي الثالث كنسبة المثلث المعمول علي الاول الي المثلث المعمول علي الثاني ان كانا

متشابهين وعلي وضع واحد وكذلك نسبة السطوح المتوازية الاضلاع التي هي اضعاف المثلثين بعدة واحدة اذ نسبة الاضعاف كنسبة الاجزاء

ح

جميع السطوح الكثيرة الاضلاع المتشابهة تنقسم الي مثلثات متشابهات بعدة واحدة ونسب السطوح المتشابهة بعضها الي بعض كنسب اضلاعها المتناظرة مثناة ✿



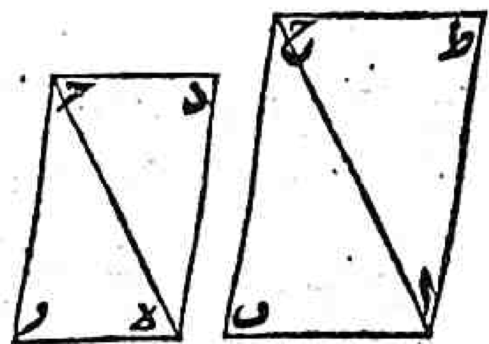
لبكن سطح ابجده يشبه سطح زحطكل فنصل بين نقطة ه وبين كل واحدة من نقطتي ب ج ونصل بين نقطة ل وبين كل واحدة من نقطتي ح ط بخط مستقيم فاقول ان المثلثات التي يشتمل عليها سطح اج نسبة نظايرها المثلثات التي يشتمل عليها سطح زط وان نسبة سطح اج الي سطح زط كنسبة ضلع من اضلاع سطح اج الي نظيره من سطح زط مثناة وليكن كنسبة ضلع بج الي ضلع حط مثناة ومثلثات السطحين بعدة واحدة برهانه فلان نسبة اب الي زح كنسبة اه الي زل وزاوية باه كزاوية حزل فبالشكل السادس زاوية ابه كزاوية زحل وزاوية اهب كزاوية زلح فبالشكل الرابع تكون الاضلاع المتناظرة من مثلثي ابه حزل متناسبة فهما متشابهان وبمثله تبين ان مثلث دجه شبيه مثلث كطل وان زاوية دجه كزاوية كطل وزاوية دهج كزاوية كلط وكانت الزوايا المتناظرة من سطحي ابجده متساوية فزاوية هبج كزاوية لحط وزاوية هجب كزاوية لطح وزاوية بهج كزاوية حلط فبالشكل الرابع يكون الاضلاع المتناظرة من مثلثي بجه حطل متناسبة فمثلثات سطح اج يشبه نظايرها من مثلثات سطح زط ولان نسبة مثلث ابه الي مثلث زحل كنسبة ضلع به الي ضلع لح مثناة ونسبة مثلث هبج الي مثلث لحط كنسبة ضلع هب الي ضلع لح مثناة بالشكل السابع عشر فنسبة مثلث ابه الي مثلث زحل كنسبة مثلث هبج الي مثلث لحط بالشكل الحادي عشر من الخامسة وبمثله تبين ان نسبة مثلث هبج الي مثلث لحط كنسبة مثلث هجد الي مثلث لطك فنسبة سطح اج الي سطح زط كنسبة مثلث هبج الي مثلث لحط بالشكل الثالث عشر من الخامسة

الخامسة اذ بين فيه ان نسبة جميع المقدمات الي جميع تواليه كنسبة مقدم واحد الي تاليه ونسبة ضلع بج الي ضلع حط مثناة كنسبة مثلث هبج الي مثلث لحط بالشكل المتقدم فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة سطح اج الي سطح زط كنسبة ضلع بج الي ضلع حط مثناة وظاهر ان عدة مثلثات السطحين متساوية لان احد السطحين ان كان مربعا او مخمسا فيجب ان يكون الاخر مربعا او مخمسا والا يكون زواياه مخالفة لزوايا الاخر بالصغر والكبر فلا يكونا متشابهين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✿

واستبان منه ان كل ثلثة خطوط متناسبة فان نسبة الاول الي الثالث كنسبة السطح المعمول علي الاول الي السطح المعمول علي الثاني اذا كانا متشابهين وعمل عملا واحدا وكذلك نسبة المثلثات التي هي انصاف تلك السطوح ✿

يط

كل سطح مفروض مستقيم الاضلاع لنا ان نعمل علي اي خط مستقيم سطحا شبيها به ✿



لبكن الخط اب والسطح جدهز فاقول لنا ان نعمل علي خط اب سطحا شبيها لسطح دز برهانه نصل بين نقطتي ج ه بخط مستقيم ونرسم علي نقطتي ا ب زاويتي باح ابح كزاويتي زهج هزج بالشكل الثالث والعشرين من الاولي ولان زاويتي زهج هزج اقل من قايمتين بالشكل السابع عشر من الاولي فزاويتا باح ابح المساويتان لهما اقل من قايمتين فاذا اخرجنا خطي اح بح في جهة ح فانهما يلتقيان فليلتقيا علي نقطة ح ولان زوايا كل مثلث كقايمتين بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فزاوية احب كزاوية هجز فزوايا مثلثي ابح جهز المتناظرة متساوية فبالشكل الرابع نسبة اب الي هز كنسبة بح الي جز ونسبة اح الي جه ونرسم علي نقطتي ا ح من خط اح زاويتي حاط احط كزاويتي جهد هجد ونخرج خطي اط حط في جهة ط علي استقامتهما فهما يلتقيان فليلتقيا علي نقطة ط وتكون زوايا مثلثي احط جهد المتناظرة متساوية كما بينا وتكون نسبة اط الي ده كنسبة طح الي دج وكنسبة اح الي جه بمثل ما تقدم من مثلثي ابح جهز بعينه ولان زاويتي طاح باح كزاويتي دهج زهج وزاويتي احط احب كزاويتي هجد هجز تكون زاوية طاب كزاوية دهز وزاوية بحط كزاوية زجد فزوايا سطحي طب دز المتناظرة

متساوية ولان نسبة اط الي ده كنسبة اح الي حه ونسبة طح الي دح كنسبة اح الي حه ونسبة اب الي هر كنسبة اح الي هح ونسبة حب الي حر كنسبة اح الي حه بالشكل الرابع فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة اط الي ده كنسبة طح الي دح وكنسبة اب الي هر وكنسبه بح الي حر فسطح طب شبيه لسطح در فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❁

ك

جميع السطوح المستقيمة الاضلاع التي كل واحد منها يشبه سطحا واحدا بعينه فهي متشابهة ❁

ليكن سطحا اب حد الطح نه يشبهان سطح هرمل فاقول انهما متشبهان برهانه فلان سطحي اح الح يشبهان سطح هم فزواياهما تساوي زوايا سطح هم علي التناظر والاضلاع المحيطة بتلك الزوايا متناسبة علي التناظر فزوايا سطحي اب حه الطح نه متساوية علي التناظر فلان سطحي اح هم متشبهان تكون نسبة اب الي هر كنسبة بح الي رم ولان سطحي الطح نه هرمل متشابهان تكون نسبة هر الي الط كنسبة رم الي طح فبالشكل الثاني والعشرين من الخامسة نسبة اب الي الط كنسبة بح الي طح ولان سطحي اح هم متشبهان تكون نسبة دح الي لم كنسبة بح الي رم ولان سطحي هم الح متشبهان تكون نسبة لم الي نح كنسبة رم الي طح فبالشكل الثاني والعشرين من الخامسة نسبة دح الي نح كنسبة بح الي طح وكانت نسبة اب الي الط كنسبة بح الي طح فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة اب الي الط كنسبة دح الي نح وبمثله تبين في باقي الاضلاع وذلك ما اردنا ان نبين ❁

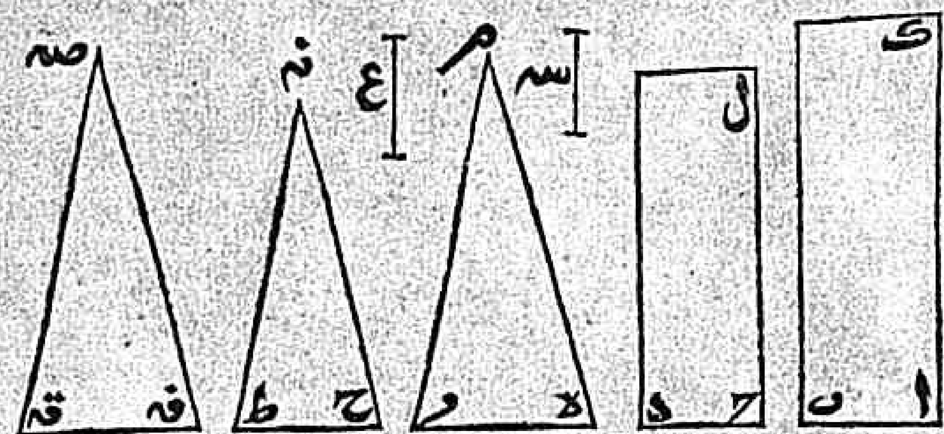
كا

كل اربعة خطوط عملت عليها سطوح متشابهة كل اثنين اعني الاول والثاني والثالث والرابع عملا واحدا فان كانت الخطوط متناسبة كانت السطوح المعمولة عليها متناسبة وان كانت السطوح متناسبة

كانت

كانت الخطوط متناسبة ❁

ليكن الخطوط اب حد هر حط والسطوح المعمولة عليها سطحي الب لد عملا واحدا وسطحي مهر نحط عملا واحدا فاقول ان كانت نسبة اب الي حد كنسبة هر الي حط كانت نسبة سطح الب الي سطح لد كنسبة سطح مهر الي سطح نحط وبالعكس برهانه نجد خطا مستقيما

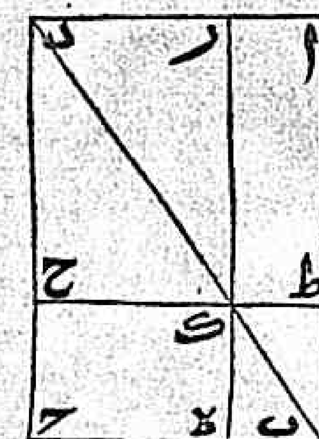


ثالثا في النسبة لخطي اب حد وهو سه ولخطي هر حط وهو ع بالشكل العاشر فنسبة اب الي حد كنسبة هر الي حط ونسبة حد الي سه كنسبة حط الي ع فبالشكل الثاني والعشرين من الخامسة نسبة اب الي سه كنسبة هر الي ع ونسبة سطح الب الي سطح لد كنسبة اب الي حد مثناة بالشكل الثالث عشر ونسبة اب الي سه كنسبة اب الي حد مثناة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة سطح الب الي سطح لد كنسبة اب الي سه ونسبة هر الي ع كنسبة اب الي سه فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة سطح الب الي سطح لد كنسبة هر الي ع ونسبة هر الي حط مثناة كنسبة هر الي ع فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة سطح الب الي سطح لد كنسبة هر الي حط مثناة ونسبة سطح مهر الي سطح نحط كنسبة هر الي حط مثناة بالشكل الثامن عشر فنسبة سطح الب الي سطح لد كنسبة سطح مهر الي نحط بالشكل الحادي عشر من الخامسة واما اذا كانت نسبة سطح الب الي سطح لد كنسبة سطح مهر الي سطح نحط كانت نسبة اب الي حد كنسبة هر الي حط والا لكانت نسبة اب الي حد كنسبة هر الي خط اخر وليكن هو خط فق ونعمل علي خط فق سطح صفق شبيها بسطح مهر بالشكل التاسع عشر فنسبة سطح مهر الي سطح صفق كنسبة سطح الب الي سطح لد لما ذكرنا وكانت نسبة سطح مهر الي سطح نحط كنسبة سطح الب الي لد فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة سطح مهر الي سطح صفق كنسبته الي سطح نحط فسطحا نحط صفق متساويان بالشكل التاسع من الخامسة وكل منهما نسبة سطح مهر فهما متشابهان بالشكل العشرين فضلع فق يساوي ضلع حط لانا اذا ركبنا مثلث صفق علي مثلث نحط بحيث تقع نقطة ف علي نقطة ح وضلع صف علي ضلع نح فلابد وان تقع نقطة ص علي نقطة ن والا لوقعت علي نقطة بين نقطتي ح ن او خارجة عنهما وعلي التقديرين لابد وان يقع ضلع فق علي ضلع حط لتساوي زاويتي صفق نحط فنقطة

قم اما ان تقع علي نقطة ط اوفيما بين نقطتي ح ط اوخارجة عنهما فيلزم ان يكون احد المثلثين اعظم من الاخر وهما متساويا اوتكون الزاوية الخارجة كالداخلة وهي اعظم منها بالشكل السادس عشر من الاولي هذا خلف فنقطة ص تقع علي نقطة ن فيلزم حينيذ ان تقع نقطة قم علي نقطة ط والا يلزم احد المحالين هذا خلف فنسبة هر الي ح ط كنسبته الي فق بالشكل السابع من الخامسة وكانت نسبة اب الي حد كنسبة هر الي فق فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة اب الي حد كنسبة هر الي ح ط فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كب

كل سطح متوازي الاضلاع فان جميع السطوح المتوازية الاضلاع الكاينة علي قطره مشابهة له ومتشابهة



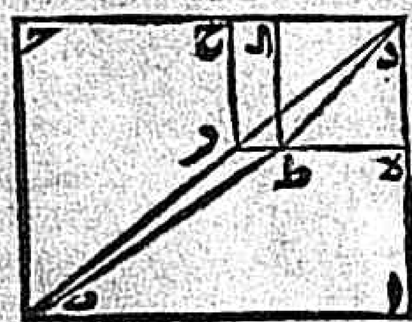
لبكن سطحا ب ط ا ه د ز ا ح المتوازيا الاضلاع هما الكاينان علي قطر ب د من سطح ا ح المتوازي الاضلاع فاقول ان سطحي ز ح ط ه يشابهان سطح ا ح ومتشابهان برهانه فلان كل واحد من ضلعي ا د ط ا يوازي ضلع ب ح فهما متوازيان بالشكل الثلثين من الاولي ولان كل واحد من ضلعي ا ه ح د يوازي ضلع اب فهما متوازيان ولان كل واحد من ضلعي ا ح ه ح يوازي ا د فهما متوازيان ولان كل واحد من ضلعي ز ا ا ط يوازي د ح فهما متوازيان بالشكل الثلثين من الاولي ولان خط ه ا قطع ضلعي ب ح ب د من اضلاع مثلث ب ح د موازيا للضلع ح د من اضلاعه وخط ط ا قطع ضلعي اب ب د من اضلاع مثلث اب د موازيا للضلع ا د من اضلاعه وخط ح ا قطع ضلعي ب د ح د من اضلاع مثلث ب د ح موازيا لضلع ب ح وخط ز ا قطع ضلعي ب د ا د من اضلاع مثلث اب د موازيا لضلع اب من اضلاعه فبالشكل الثاني تكون نسبة ب ه الي ه ح وب ط الي ط ا وح ا الي ح د وا ز الي ز د كنسبة ب ا الي ا د فبالتركيب نسبة ب ح الي ح ه وب ا الي ا ط وح د الي د ح وا د الي د ز كنسبة ب د الي د ا بالشكل السابع عشر من الخامسة فنسبة ب ح الي ح ه كنسبة ب ا الي ا ط وح د الي د ح وا د الي د ز بالشكل الحادي عشر من الخامسة ولان ح ا يساوي ح ه وز ا يساوي ا ط بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فنسبة ب ح الي ح ا كنسبته الي ح ه ونسبة ب ا الي ز ا كنسبته الي ا ط بالشكل السابع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة ب ح الي ح ا ونسبة ب ا الي ز ا كنسبة

حد

حد الي دح ونسبة اد الي در فاضلاع سطحي ر ح ا ح المتناظرة متناسبة ولان ضلع ر ه يوازي ضلع اب وضلع ا ح يوازي ضلع ب ح فزاوية د ر ا كزاوية د اب وزاوية ر ا د كزاوية اب ا وزاوية د ح ا كزاوية د ح ب وزاوية د ا ح كزاوية د ب ح بالشكل التاسع والعشرين من الاولي وزاوية ا د ح مشتركة فسطح ر ح شبيه بسطح ا ح وبمثله تبين ان سطح ط ه شبيه بسطح ا ح فسطحا ر ح ط ه متشابهان بالشكل العشرين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كج

كل سطح متوازي الاضلاع فصل منه سطح متوازي الاضلاع يشبهه ويشاركه في زاوية فهو كاين علي قطره



وليكن سطح اب ح د متوازي الاضلاع وفصل منه سطح د ه ر ح متوازي الاضلاع يشبه سطح ا ح ويشاركه في زاوية د فاقول ان سطح د ه ر ح كاين علي قطر سطح ا ح برهانه انا نصل د ر ب ر بخطين مستقيمين فخط ب ر ر د احد هما علي استقامة الآخر ويصير ان خطا واحدا مستقيما هو قطر لسطح ا ح والا فليكن قطره خط آخر واصل بين نقطتي ب د وهو ب ط د فلابد وان يقطع احد ضلعي ه ر ر ح فليقطع ضلع ه ر علي نقطة ط ونخرج منها خط ط ا في جهة ح يوازي ضلع ب ح فهو يوازي كل واحد من اد ر ح بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فخط ط ا يقطع د ح فليقطع علي نقطة ا فسطح ه ا شبيه بسطح ا ح بالشكل المتقدم فنسبة ح د الي د ا كنسبة اد الي د ه وكانت نسبة ح د الي د ح كنسبة اد الي د ه فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة ح د الي د ا كنسبته الي د ح فخط د ا كخط د ح بالشكل التاسع من الخامسة فالجزء يساوي كله هذا خلف فخط ب ط د لا يمكن ان يقطع احد ضلعي ه ر ح ر فهو ينطبق علي خط ب ر د فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كد

كل سطحين متوازيي الاضلاع يساوي زاويتان منهما فان نسبة احدهما الي الآخر مولفة من نسبة

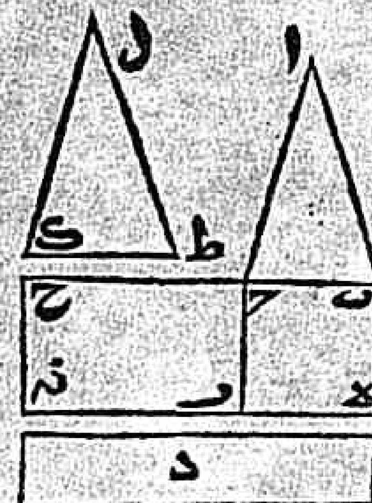
الاضلاع المحيطه بالزاويتين المتساويتين ✲

لبكن سطحا اب جد جه زح متوازيي الاضلاع وزاوية ب جد كزاوية ح جه فاقول ان نسبة سطح اج الي جز مولفة من نسبة ب ج الي جه ومن نسبة جد الي هج برهانه نجعل ب ج علي استقامة جح فزاوية ب جه مع زاوية ح جه كقايمتين بالشكل الثالث عشر من الاولي وزاوية ب جد كزاوية هجح فزاويتا ب جه ب جد كقايمتين فبالشكل الرابع عشر من الاولي خط جد علي استقامة خط جه ونخرج خطي اد حز في جهة دح علي استقامتهما فهما يلتقيان لانا اذا وصلنا دح بخط مستقيم كانت الزاوية المجاورة لزاوية ادح مع الزاوية المجاورة لزاوية دحج كقايمتين فهي مع الزاوية المجاورة لزاوية دحز اقل من قايمتين فليلتقيا علي نقطة ط وليكن ك خط مستقيم محدود ونجعل نسبة ب ج الي جح كنسبة ك الي خط آخر وليكن خط ل ونجعل نسبة دج الي جه كنسبة خط ل الي خط م باستبانة الشكل العاشر ونسبة سطح اج الي سطح جط كنسبة ب ج الي جح بالشكل الاول ونسبة ك الي ل كنسبة ب ج الي جح فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة سطح اج الي سطح جط كنسبة ك الي ل ونسبة سطح طج الي سطح جز كنسبة دج الي جه بالشكل الاول ونسبة ل الي م كنسبة دج الي جه فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة سطح طج الي سطح جز كنسبة ك الي ل فبالشكل الثاني والعشرين من الخامسة نسبة سطح اج الي سطح جز كنسبة ك الي م ونسبة ك الي م مولفة من نسبة ك الي ل اعني نسبة ب ج الي جح ومن نسبة ل الي م اعني نسبة دج الي جه فنسبة سطح اج الي سطح جز مولفة من نسبة ب ج الي جح ومن نسبة دج الي جه لما بين في صدر المقالة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

كه

كل سطحين مفروضين مستقيمي الاضلاع لنا ان نعمل سطحا مستقيم الاضلاع يشبه احدهما ويساوي الاخر ✲

لبكن احد السطحين المفروضين سطح اب ج والسطح الاخر د فاقول لنا ان نعمل سطحا يشبه سطح اب ج ويساوي سطح د برهانه فنعمل علي خط ب ج سطحا متوازي الاضلاع يساوي سطح اب ج بالشكل الرابع والاربعين من



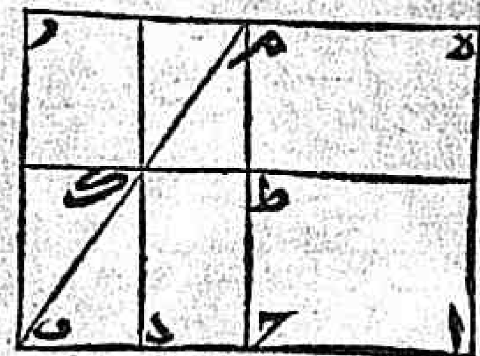
من الاولي وهو سطح ب جزه ونعمل علي خط جز سطحا متوازي الاضلاع يساوي سطح د وتكون زاوية زجح منه يساوي زاوية هب ج بالشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو سطح زح فيحدث عرض جح فلان زاوية زجب مع زاوية هب ج كقايمتين بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فزاويتا زجح زجب كقايمتين فخط ب ج على استقامة خط جح بالشكل الرابع عشر من الاولي ولان زاوية هزج كزاوية زجح بالشكل التاسع والعشرين من الاولي وزاوية جزن مع زاوية زجح كقايمتين بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فزاويتا نزج هزج كقايمتين فخط هزن خط مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاولي فسطحا ب ز زح هما بين خطي ب ح هن المتوازيين ونجد خطا مستقيما وسطا في النسبة بين خطي ب ج جح بالشكل التاسع وهو خط طك ونعمل عليه شكلا شبيها بسطح اب ج بالشكل العشرين وهو سطح ل طك ونسبة سطح اب ج الي سطح ل طك كنسبة ب ج الي طك مثناة بالشكل الثاني عشر ونسبة ب ج الي جح كنسبة ب ج الي طك مثناة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة سطح اب ج الي سطح ل طك كنسبة ب ج الي جح ونسبة سطح ب ز الي سطح زح كنسبة ب ج الي جح فنسبة سطح اب ج الي سطح ل طك كنسبة سطح ب ز الي سطح زح بالشكل الحادي عشر من الخامسة لكن سطح اب ج يساوي سطح ب ز فسطح ل طك يساو سطح زح بالشكل الرابع عشر من الخامسة وكان سطح د يساو سطح زح فسطح ل طك يساوي سطح د وكان سطح ل طك شبيها بسطح اب ج فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✲

كو

اعظم السطوح المتوازية الاضلاع التي يضاف الي اي خط مستقيم محدود ينقص عن تمام الخط سطوحا شبيهة بالسطح المتوازي الاضلاع المعمول علي نصف الخط الشبيه بالسطوح التي هي سطح النقصانات ✲

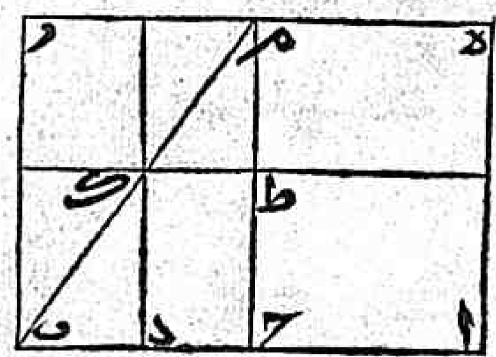
لبكن اب خطا مستقيما محدودا فننصفه علي نقطة ج بالشكل العاشر من الاولي ونجعل خط بز المستقيم المحدود محيطا مع خط اب زاوية ونخرج من نقطة ج خط جم موازيا له بالشكل الواحد والثلثين من الاولي ونفصل منه جم مساويا لخط بز بالشكل الثالث من الاولي ونصل زم

بخط مستقيم فهو مواز ومساو لخط ب ج بالشكل الثالث والثلثين من الاولي فسطح ب ج م ز المتوازي الاضلاع ونخرج من نقطة ا خط اه موازيا للخط ج م في جهة م بالشكل الواحد والثلثين من الاولي ونخرج زم في جهة م علي استقامته فهو يلقي خط اه لانا اذا وصلنا بين نقطتي ا م بخط مستقيم كانت



الزاوية المجاورة لزاوية ام ز مع الزاوية المجاورة لزاوية م اب كقايمتين بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فتكون زاوية ه ام مع الزاوية المجاورة لزاوية ام ز اقل من قايمتين فليلتقيا علي نقطة ه ونخرج قطر ب م ونضيف الي خط اب سطحا متوازي الاضلاع ننصف عن تمامه سطحا شبيها بسطح ج ز فنعين علي خط ب ج نقطة بين نقطتي ب ج ولتكن هي نقطة د ونخرج منها خط دك موازيا للخط ب ز بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فهو يواز خط ج م بالشكل الثلثين من الاولي فيقطع القطر علي نقطة فليقطع علي نقطة ك ونخرجه علي استقامته الي ان ينتهي الي خط ز ه ونخرج من نقطة ك خط ك ط موازيا للخط اب بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فهو مواز لخط ه ز بالشكل الثلثين من الاولي ونخرجه علي استقامته في جهتيه الي غير النهاية فينتهي الي خطي ب ز اه فيقطع خط ج م فليقطعه علي نقطة ط فجميع سطوح اط ط ه ك م ك ج ك ز ب ك متوازية الاضلاع وسطح ب ك شبيه بسطح ب م بالشكل الثاني والعشرين فسطح ا ك هو السطح المتوازي الاضلاع المضاف الي خط اب ناقصا عن تمامه سطح ب ك الشبيه بالسطح المعمول علي نصف الخط فلانا اذا اخذنا لضلعي ا ج اه اضعافا كم كانت متساوية العدة ولضلعي ج ب ج م اضعافا كم كانت متساوية العدة فان كانت اضعاف ا ج زايدة علي اضعاف ج ب كانت اضعاف اه زايدة علي اضعاف ج م وان كانت مساوية كانت مساوية وان كانت ناقصة كانت ناقصة لتساوي كل واحد من ضلعي ا ج ج ب اه ج م فنسبة ا ج الي ج ب كنسبة اه الي ج م وبمثله تبين ان نسبة ه م الي م ز كنسبة اه الي ج م فبالشكل الحادي عشر من الخامسة تكون نسبة ه م الي م ز كنسبة ا ج الي ج ب وبمثله تبين ايضا ان نسبة ج م الي ب ز كنسبة ا ج الي ج ب والزوايا المتناظرة من سطحي ا م ج ز متساوية بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فسطح ا م شبيه بسطح ج ز فهو شبيه بسطح ب ك بالشكل العشرين فاقول ان سطح ا م اعظم من سطح ا ك برهانه فلان ضلع ه م يساوي ضلع ا ج وضلع م ز يساوي ضلع ب ج بالشكل الرابع والثلثين من الاولي وضلعا ا ج ب ج متساويان فضلعا ه م م ز متساويان فسطحا ه ط ط ز متساويان بالشكل السادس والثلثين من الاولي فسطح ه ط اعظم من سطح ك ز وسطح ج ك يساوي سطح ك ز بالشكل الثالث

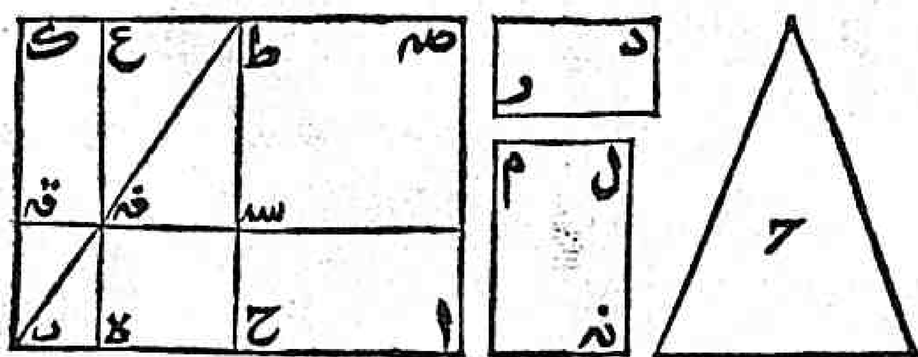
الثالث والاربعين من الاولي فسطح ه ط اعظم من سطح ج ك فاذا اضفنا سطح ا ط الي سطح ه ط حصل سطح ا م واذا اضفناه الي سطح ج ك حصل سطح ا ك فسطح ا م اعظم من سطح ا ك فلو فرضنا بين نقطتي ب ج علي خط ب ج نقطا غير متناهية واخرجنا من كل واحدة منها خطا موازيا لخط ب ز فانه يقطع القطر ونخرج من نقطة التقاطع خط يوازي خط اب واخرجناه في جهتيه الي ان ينتهي الي ضلعي اه ب ز فانه يحدث سطوح متوازية الاضلاع غير متناهية مضافة الي خط اب ناقصا كل واحد منها عن خط اب سطحا شبيها بسطح ب م فيكون سطح ا م اعظم من كل واحد من تلك السطوح بالبيان المذكور فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞



كح

كل خط مستقيم محدود مفروض معلوم لنا ان نضيف اليه سطحا متوازي الاضلاع مساويا لسطح معلوم مفروض مستقيم الاضلاع ينقص عن تمام الخط سطحا متوازي الاضلاع شبيها بسطح معلوم مفروض متوازي الاضلاع ۞

ليكن الخط اب والسطح المستقيم الاضلاع سطح ج والسطح المتوازي الاضلاع سطح د ز فاقول لنا ان نضيف الي خط اب سطحا متوازي الاضلاع يساوي سطح ج وينقص عن تمام خط اب سطحا متوازي الاضلاع شبيه بسطح د ز برهانه ننصف



خط اب علي نقطة ح بالشكل العاشر من الاولي ونعمل علي خط ب ح سطحا متوازي الاضلاع شبيها بسطح د ز بالشكل التاسع عشر وهو سطح ب ح ط ك ونخرج من نقطة ا خط ا ص موازيا للخط ح ط بالشكل الواحد والثلثين من الاولي ونخرج خط ك ط في جهة ط علي استقامته فهو يلقي خط ا ص لانا اذا وصلنا خط ا ط المستقيم كانت الزاوية المجاورة لزاوية ب ا ط

مع الزاوية المجاورة لزاوية اط ا كقايمتين بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فزاوية صاط مع الزاوية المجاورة لزاوية اط ا اقل من قايمتين فليلقه علي نقطة صه فسطح اط المتوازي الاضلاع ان كان مساويا لسطح ح فقد حصل المطلوب لانا اضفنا الي خط اب سطح اط المتوازي الاضلاع ينقص عن تمامه سطح ح ا الشبيه بسطح در ويساوي سطح ح وان لم يكن مساويا لسطح ح يكون اعظم منه لما بين في الشكل المتقدم فنعمل سطحا مساويا نفصل سطح اط علي سطح ح وشبيها بسطح در بالشكل الخامس والعشرين وليكن هو سطح نلم فلان سطحي ح ا نلم يشبهان سطح در فهما متشابهان بالشكل العشرين فسطح نلم يشبه سطح ح ا فلتكن زاوية نلم منه تساوي زاوية حط ا وضلع نل نظير ضلع حط وضلع لم نظير ضلع ط ا فلان نسبة حط الي نل كنسبة ط ا الي لم لاجايزان يكون حط مساويا لضلع نل او اصغر منه والا لكان ضلع ط ا كضلع لم او اصغر منه فيكون سطح ح ا كسطح نلم او اصغر منه وكان اعظم منه لانه مساو لسطح اط بالشكل السادس والثلثين من الاولي هذا خلف فضلع حط اعظم من ضلع لن فنفصل من حط سط مساويا لضلع نل ومن ضلع ط ا طع مساويا لضلع لم بالشكل الثالث من الاولي ونخرج من نقطة ع خط عه موازيا لضلع سط بالشكل الواحد والثلثين من الاولي ونخرجه علي استقامته في جهة ب الي ان ينتهي الي خط اب فلينته الي نقطة ه ونخرج من نقطة س خط سق يوازي خط اب بالشكل الواحد والثلثين من الاولي ونخرجه في جهتيه الي ان ينتهي الي ضلع ب ا علي نقطة ق ويقطع ضلع اصه ويمر علي ضلع هع علي نقطة ف فسطح سع متوازي الاضلاع لان ضلع سق يوازي اصه بالشكل الثلثين من الاولي والاضلاع المتقابلة منه مساوية بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فسطح سع يساوي سطح نلم ونخرج قطر بط فهو يمر علي نقطة ف بالشكل الثالث والعشرين لان سطح سع شبيه سطح ح ا ولان ضلعي اح حب متساويان فسطحا اط ح ا متساويان بالشكل السادس والثلثين من الاولي وكان سطح اط كسطحي ح نلم فسطح ح ا كسطحي ح نلم لكن سطح سع مساو لسطح نلم فعلم سبع يساوي سطح ح وسطحا اس سب متساويان بالشكل السادس والثلثين من الاولي وسطح حف يساوي سطح اب بالشكل الثالث والاربعين من الاولي فسطح اف يساوي سطح ح وهو سطح متوازي الاضلاع ينقص عن اب

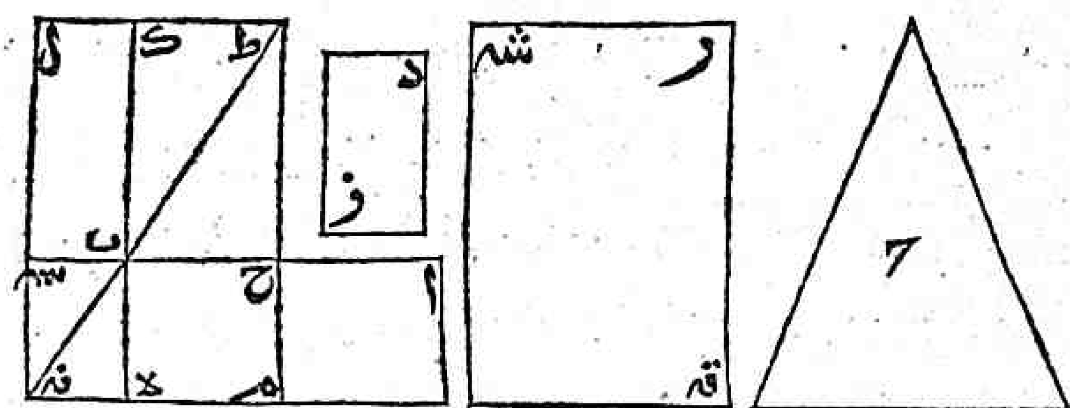
اب سطح هق الشبيه لسطح ح ا بالشكل الثاني والعشرين وسطح در شبيه لسطح ح ا فسطح هق شبيه بسطح در فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كح

كل خط مستقيم محدود مفروض لنا ان نضيف اليه سطحا متوازي الاضلاع يساوي سطحا مستقيم الاضلاع مفروضا يزيد علي الخط المفروض سطحا شبيها بسطح مفروض متوازي الاضلاع

ليكن الخط اب والسطح المستقيم الاضلاع سطح ح والسطح المتوازي الاضلاع سطح در فاقول لنا ان نضيف الي خط اب سطحا متوازي الاضلاع يساوي سطح ح ويزيد علي خط اب سطحا متوازي الاضلاع شبيها بسطح در برهانه ننصف اب علي نقطة ح بالشكل العاشر من الاولي ونعمل علي حب سطح بحط ا المتوازي الاضلاع يشبه سطح در بالشكل التاسع عشر ونعمل علي خط محدود مستقيم سطحا متوازي الاضلاع يساوي سطحي بط ح معا باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وبالشكل الخامس والعشرين نرسم سطحا متوازي الاضلاع يساوي السطح المعمول علي الخط المستقيم المحدود المذكور ويشبه سطح در وهو سطح قرشه فهو يشبه سطح ح ا بالشكل العشرين ويساوي سطحي بط ح معا وليكن زاوية قرسه نظيرة زاوية حط ا وضلع قر نظير حط وضلع رشه نظير ضلع ط ا فيكون نسبة قر الي حط كنسبة رشه الي ط ا وسطح قرشه اعظم من سطح ح ا فكل من ضلعي قر رشه اعظم من نظيره من سطح ح ا والا لكانا متساويين لهما او ناقصين عنهما او احدهما زايدا علي نظيره والاخر ناقصا فيلزم ان يكون سطح قرشه مساويا لسطح ح ا او اصغر منه بانطباق الاضلاع والزوايا المتناظرة بعضها علي بعض او يكون احد ضلعي احد السطحين اعظم من نظيره من السطح الاخر واصغر منه بعينه هذا خلف فنخرج حط ط ا علي استقامتهما في جهتي ح ا وننفصل من طح طم مثل قر ومن ط ا طن مثل رشه بالشكل الثالث من الاولي ونخرج من نقطة م

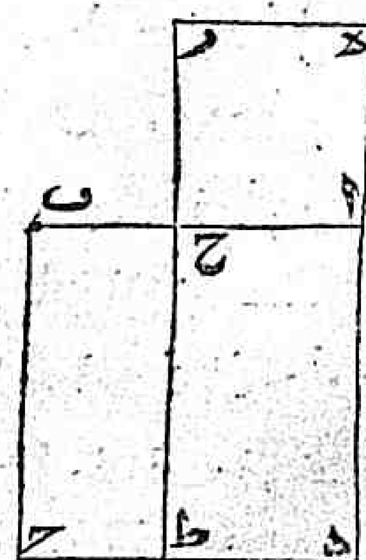
خط من يوازي طك ونخرجه في جهة م علي استقامته الي غير النهاية ومن نقطة ل خط لن يوازي مط بالشكل الواحد والثلثين من الاولي ونخرجه في جهة م علي استقامته ولانا اذا وصلنا مل بخط مستقيم كانت زاوية نمل مع الزاوية المجاورة لزاوية ملط كقايمتين بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فزاويتا نمل ملن اقل من قايمتين فخطا من لن يلتقيان فليلتقيا علي نقطة ن فسطح مل كسطح قرشه بانطباق سطح قرشه علي سطح مل بحيث ينطبق نقطة ر علي نقطة ط وضلعا قر رشه علي ضلعي مط طل ونخرج من ا خط يوازي حم في جهة م بالشكل الواحد والثلثين من الاولي ونخرجه علي استقامته فينتهي الي خط نم بمثل ما بينا اذا وصلنا ام بخط مستقيم ونخرج خطي بح بك علي استقامتهما في جهة ب فلينته حب الي ضلع نل علي نقطة س وبك الي ضلع من علي نقطة ه فسطح حك كاين علي



قطر سطح مل بالشكل الثالث والعشرين فخط نبط قطر لسطح مل فسطح هس يشبه سطح حك بالشكل الثاني والعشرين وكان سطح در شبيها بسطح حك فسطحا هس در متشابهان بالشكل العشرين وكان سطحا حك ج يساويان سطح قرشه وسطح مل يساوي سطح قرشه فعلم منك يساوي سطح ج متمم بل لمتمم بم بالشكل الثالث والاربعين من الاولي وسطح ام لمتمم بم بالشكل السادس والثلثين من الاولي فسطح ان كعلم منك وكان سطح ج كعلم منك فسطح ان المتوازي الاضلاع يساوي سطح ج ويزيد علي خط اب سطح هس الشبيه بسطح در فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

الط

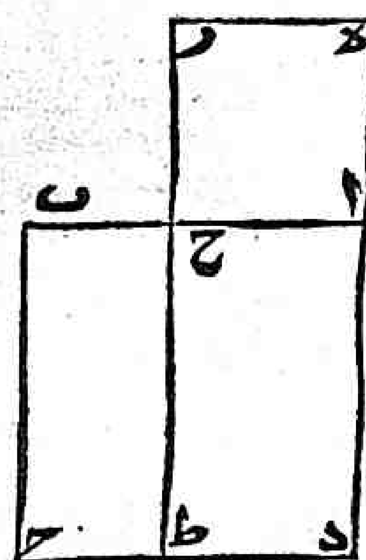
كل خط مستقيم محدود مفروض لنا ان نقسمه علي نسبة ذات وسط وطرفين ۞



ليكن الخط اب فاقول لنا ان نقسمه علي نسبة ذات وسط وطرفين برهانه نرسم علي اب مربع ابحد بالشكل الخامس والاربعين من الاولي ونضيف الي خط اد سطحا متوازي الاضلاع يساوي مربع اح و يزيد علي خط اد سطحا متوازي الاضلاع يشبه مربعا بالشكل المتقدم وليكن السطح المضاف سطح دط والسطح المتوازي الاضلاع

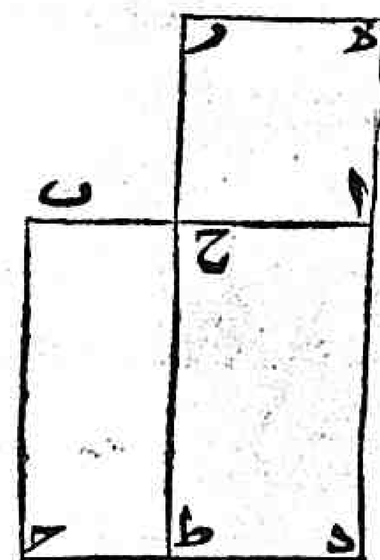
الاضلاع الذي يزيد علي خط اد سطح اهرح فنقطة ح لا يمكن ان يقع علي نقطة ب او خارجه عن خط اب والا يلزم ان يكون سطح هط ضعف مربع اح او اعظم من ضعفه هذا خلف فيقع بين نقطتي اب فيكون اهرح مربعا لان مشابه المربع مربع فلان ضلع حط كضلع اد بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فضلع اب كضلع حط وضلع اح كضلع سطح حر فاذا اخذ للاول والثالث وهما اب حط اضعاف متساوية العدة اي عدة كانت مما لا يتناهي وللثاني والرابع وهما اح حر اضعاف متساوية العدة اي عدة كانت مما لا يتناهي فان كانت اضعاف الاول زايدة علي اضعاف الثاني كانت اضعاف الثالث زايدة علي اضعاف الرابع وان كانت مساوية كانت مساوية وان كانت ناقصة كانت ناقصة فنسبة اب الي اح كنسبة حط الي حر وايضا فلان سطحي هح حج متوازيا الاضلاع وزاويتا احر بحط متساويتان بالشكل الخامس عشر من الاولي فنسبة ضلع اح الي ضلع حب كنسبة طح الي حر بالشكل الثالث عشر فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة اب الي اح كنسبة اح الي حب فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

واستبان منه ومما تقدم ان جميع الخطوط المقسومة علي نسبة ذات وسط وطرفين مقسومة علي نسبة واحدة اي نسبة اي خط منها الي قسمه الاعظم كنسبة قسم الاعظم من كل واحد من تلك الخطوط الي قسمه الاصغر ونسبة كل واحد من تلك الخطوط الي قسمه الاعظم ونسبة تلك الخطوط الي بعضها بعض كنسبة اقسام بعضها الي بعض النظير من النظير فجميع ما يعرض لواحد منها يعرض لكل واحد من بواقي تلك الخطوط ۞



فليكن لبيان ذلك خط ده مقسوما علي نقطة ر بنسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاعظم در فيكون سطح اب في بح كمربع اح وسطح ده في هر كمربع در باستبانة الشكل السادس عشر فسطحا اب في بح وده في هر مع مربعي اح در اربعة مقادير اذا اخذ للاول والثالث وهما سطحا اب في بح وده في حر اضعاف متساوية العدة اي عدة كانت مما لا يتناهي واخذ للثاني والرابع وهما مربعا اح در اضعاف متساوية العدة اي عدة كانت مما لا يتناهي فان كانت اضعاف الاولي زايدة علي اضعاف الثاني كانت اضعاف الثالث زايدة علي اضعاف الرابع وان كانت مساوية كانت مساوية وان كانت ناقصة كانت ناقصة فنسبة سطح اب في بح الي مربع اح كنسبة سطح ده في هر الي مربع در ولان نسبة الاضعاف اذا كانت متساوية العدة كنسبة

الاجزآء بالشكل الخامسة عشر من الخامسة فتكون نسبة اربعة امثال سطح آب في بح الي مربع اح كنسبة اربعة امثال سطح ده في هر الي مربع در فبالتركيب بالشكل السابع عشر من الخامسة نسبة اربعة امثال سطح اب في بح مع مربع اح الي مربع اح كنسبة اربعة امثال سطح ده في هر مع مربع در الي مربع در لكن اربعة امثال سطح اب في بح مع مربع اح يساوي مربع اب بح اذا اتصلا خطا واحدا اب واربعة امثال سطح ده في هر مع مربع در يساوي مربع ده هر اذا اتصلا خطا واحدا بالشكل الثامن من الثانية فنسبة مربع اب بح اذا



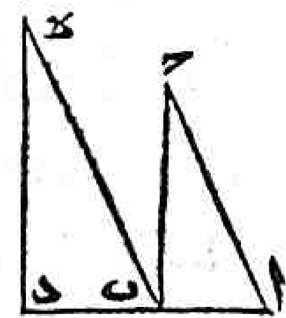
اتصلا خطا واحدا الي مربع اح كنسبة مربع ده هر اذا جعلا خطا واحدا الي مربع در ثم نقول نسبة خطي اب بح اذا اتصلا خطا واحدا الي خط اح مثناة نسبة مربع اب بح اذا اتصلا خطا واحدا الي مربع اح بالشكل الثامن عشر وكانت نسبة مربع ده هر اذا اتصلا خطا واحدا الي مربع در كنسبة مربع اب بح اذا اتصلا خطا واحدا الي مربع دح فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة خطي اب بح اذا اتصلا خطا واحدا الي خط اح مثناة كنسبة مربع ده هر اذا اتصلا خطا واحدا الي مربع در ونسبة خطي ده هر اذا اتصلا خطا واحدا الي خط در مثناة كنسبة مربع ده هر اذا اتصلا خطا واحدا الي مربع در بالشكل الثامن عشر فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة خطي اب بح اذا اتصلا خطا واحدا الي خط اح مثناة كنسبة خطي ده هر اذا اتصلا خطا واحدا الي خط در مثناة فنسبة خطي اب بح اذا اتصلا خطا واحدا الي خط اح كنسبة خطي ده هر اذا اتصلا خطا واحدا الي خط در فبالتركيب بالشكل السابع عشر من الخامسة نسبة خطوط اب بح اح اذا اتصلت خطا واحدا الي خط اح كنسبة خطوط ده هر در اذا اتصلت خطا واحدا الي خط در لكن خطوط اب بح اح ضعف اب وخطوط ده هر در ضعف ده ونسبة الاضعف اذا كانت متساوية كنسبة الاجزآء بالشكل الخامس عشر من الخامسة فنسبة اب الي اح كنسبة ده الي در فبالابدال بالشكل السادس عشر من الخامسة نسبة اح الي در كنسبة اب الي ده فبالشكل التاسع عشر من الخامسة نسبة بح الي هر كنسبة اب الي ده فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة اح الي در كنسبة بح الي هر ۞

ل

كل

كل مثلثين متشابهين احاطا ضلعان منهما زاوية وكانا موازيين لضلعين اخرين منهما النظيرين لهما في النسبه فان احدا لضلعين الباقيين منهما علي استقامة الضلع الاخر منهما ۞

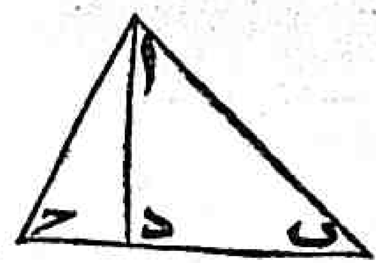
لبكن ضلعا بح به من مثلثي ابح بهد احاطا بزاوية حبه واح يوازي به وكانت نسبة اح الي به كنسبة بح الي ده فاقول ان ضلع اب علي استقامة ضلع بد برهانه فلان ضلع اح يوازي ضلع به وضلع بح يوازي ضلع ده فكل من زاويتي احب بهد يساوي زاوية حبه بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فهما متساويتان ونسبة اح الي به كنسبة بح الي ده فبالشكل السادس زاوية حاب كزاوية هبد وكانت زاوية حبه كزاوية احب فزاوية حبد كزاويتي احب حاب وهما مع زاوية حبا كقايمتين بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فزاويتا ابح حبد كقايمتين فضلع اب علي استقامة ضلع بد فضلع اب علي استقامة ضلع بد بالشكل الرابع عشر من الاولي فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞



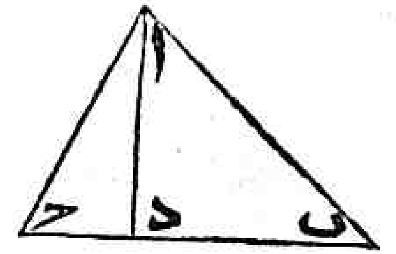
لا

كل مثلث مستقيم الاضلاع قايم الزاوية فان الشكل المستقيم الاضلاع المضاف الي وتر القايمة منه يساوي الشكلين المستقيمي الاضلاع المضافين الي الضلعين المحيطين بها اذا كانا شبيهين به ۞

لتكن زاوية باح من مثلث ابح قايمة فاقول ان الشكل المستقيم الاضلاع المضاف الي ضلع بح يساوي الشكلين المستقيمي الاضلاع المضافين الي ضلعي اب اح معا اذا كانا شبيهين بالشكل المضاف الي بح برهانه فلان نسبة مربع اب الي مربع بح كنسبة مربع اب الي بح مثناة بالشكل الثامن عشر ونسبة الشكل المستقيم الاضلاع



المعمول علي ضلع اب الي الشكل المستقيم الاضلاع المعمول علي بج اذا كانا متشابهين كنسبة اب الي بج مثناة بالشكل الثامن عشر فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع اب الي مربع بج كنسبة الشكل المستقيم الاضلاع المعمول علي اب الي الشكل المستقيم الاضلاع المعمول علي بج اذا كانا متشابهين وبمثل ما ذكرنا تبين ان نسبة مربع اج الي مربع بج كنسبة الشكل المستقيم الاضلاع المعمول علي اج الي الشكل المستقيم الاضلاع المعمول علي بج اذا كانا متشابهين

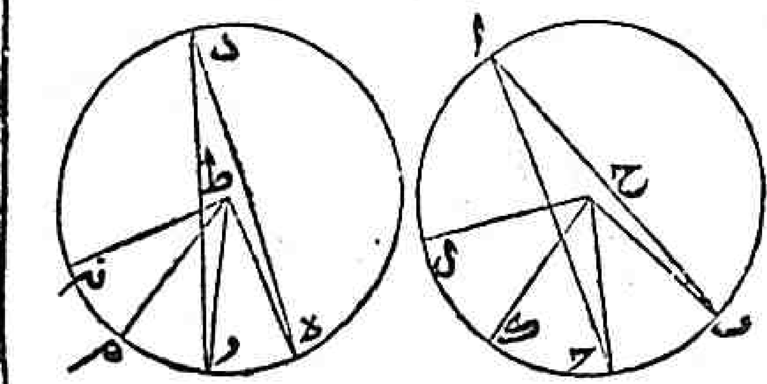


فبالشكل الرابع والعشرين من الخامسة نسبة مربعي اب اج معا الي مربع بج كنسبة الشكلين المستقيمي الاضلاع المعمولين علي ضلعي اب اج معا الي الشكل المستقيم الاضلاع المعمول علي بج اذا كانا شبيهين به لكن مربعا اب اج معا كمربع بج بالشكل السابع والاربعين من الاولي فالشكلان المستقيما الاضلاع المعمولان علي ضلعي اب اج معا يساويان الشكل المستقيم الاضلاع المعمول علي ضلع بج اذا كانا شبيهين به . او نقول نخرج من نقطة ا عمودا علي ضلع بج بالشكل الثاني عشر من الاولي فيكون ضلع اب وسطا في النسبة بين قاعدة بج وبد الذي هو قسم منها وضلع اج وسطا في النسبة بين قاعدة بج وجد الذي هو قسم منها باستبانه الشكل الثامن فيكون نسبة بج الي بد كنسبة بج الي با مثناة ونسبة بج الي جد كنسبة بج الي جا مثناة بما تبين في صدر المقالة الخامسة فبالخلاف نسبة بد الي بج كنسبة اب الي بج مثناة ونسبة الشكل المعمول علي اب الي الشكل المعمول علي بج كنسبة اب الي بج مثناة بالشكل الثاني عشر فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة بد الي بج كنسبة الشكل المعمول علي اب الي الشكل المعمول علي بج اذا كانا متشابهين ونسبة جد الي جب كنسبة اج الي جب مثناة ونسبة الشكل المعمول علي اج الي الشكل المعمول علي بج كنسبة اج الي جب مثناة بالشكل الثامن عشر فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة جد الي جب كنسبة الشكل المعمول علي اج الي الشكل المعمول علي جب اذا كانا متشابهين فبالشكل الرابع والعشرين من الخامسة بد جد معا الي بج كنسبة الشكلين المعمولين علي اب اج معا الي الشكل المعمول علي بج اذا كانا شبيهين به لكن بد جد يساويان بج فالشكلان المعمولان علي اب اج معا يساويا الشكل المعمول علي بج اذا كانا شبيهين به فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❂

لب

كل زاويتين في الدايرتين المتساويتين مركزتين كانتا او محيطتين فان نسبة احديهما الي الاخري كنسبة قوسيهما علي التوالي ❂

ليكن في دايرة ابج المساوية لدايرة دهز زاوية بحج علي المركز وزاوية باج علي المحيط وفي الاخري زاوية هطز علي المركز وزاوية هدز علي المحيط فاقول ان نسبة زاوية بحج الي زاوية هطز او نسبة زاوية باج الي زاوية هدز كنسبة قوس بج الي قوس هز برهانه نفصل من محيط دايرة ابج امثال قوس بج كم شينا وليكن المفصول قوسي جك كل ونفصل من محيط دايرة دهز امثال قوس هز كم شينا وليكن المفصول قوسي زم من ونصل بين نقطة ح وبين كل واحدة من نقطتي ك ل وبين نقطة ط وكل واحدة من نقطتي م ن بخط مستقيم



فكل من زاويتي لحك كحج كزاوية بحج وكل من زاويتي نطم مطز كزاوية هطز بالشكل السادس والعشرين من الثالثة فعدة اضعاف زاوية بحل لزاوية بحج كعدة اضعاف قوس بل لقوس بج وعدة اضعاف زاوية هطن لزاوية هطز كعدة اضعاف قوس هزن لقوس هز فان كانت زاوية بحل اعظم من زاوية هطن كانت قوس بل اعظم من قوس هزن وان كانت مساوية كانت مساوية وان كانت ناقصة كانت ناقصة بقوة الشكل السادس والعشرين من الثالثة فظاهر ان زاويتي بحج هطز وقوسي بج هز اربعة مقادير اذا اخذ الاول والثالث اي اضعاف متساوية العدة وهما زاوية بحج وقوس بج والثالث والرابع اي اضعاف متساوية العدة وهما زاوية هطز وقوس هز فان كانت اضعاف الاول زايدة علي اضعاف الثاني كانت اضعاف الثالث زايدة علي اضعاف الرابع وان كانت مساوية كانت مساوية وان كانت ناقصة كانت ناقصة فنسبة زاوية بحج الي زاوية هطز كنسبة قوس بج الي قوس هز ولان زاوية بحج ضعف زاوية باج وزاوية هطز ضعف زاوية هدز بالشكل التاسع عشر من الثالثة ونسبة الاجزاء كنسبة الاضعاف بالشكل الخامس عشر من الخامسة فنسبة زاوية باج الي زاوية هدز كنسبة زاوية بحج الي زاوية هطز وكانت نسبة قوس بج الي قوس هز كنسبة زاوية بحج الي زاوية هطز فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة زاوية باج الي زاوية هدز كنسبة قوس بج الي قوس هز وذلك ما اردنا ان نبين ❂

❁ تمت المقالة السادسة ولله الحمد ونشكره علي ما ساعد ❁

المقالة السابعة وتسعة وثلثون شكلا

المصادرات

الكم عرض يقبل القسمة والاقسمه لذاته فان اشتركت اجزاه في حد فهو الكم المتصل والا فهو المنفصل وهو اما قار الذات وهو الذي يحصل اجزاوه في الموجود معا وهو العدد وغير قار الذات وهو الذي لايحصل اجزاوه في الوجود معا وهو القول ۞ الوحدة شيء به يمتنع الموجود عن الانقسام الي اشياء تشاركه في تمام ذاتياته ۞ العدد هو الكمية المتالفة من الوحدات ويقال العدد علي الواحد من حيث هو واقع في مراتب العدد ۞ كل عدد اقل من عدد آخر فان عدة فهو جزء والمعدود اضعافه وان لم يعده فهو اجزاء منه ۞ العدد الزوج كل عدد ينقسم بمتساويين ويخالف الفرد بواحد ۞ والعدد الفرد كل عدد لايمكن ان ينقسم بمتساويين ويخالف الزوج بواحد ۞ زوج الزوج كل عدد يعده عدد زوج مرات عدتها زوج ۞ وزوج الفرد كل عدد يعده عدد فرد مرات عدتها زوج ۞ وفرد الفرد كل عدد يعده عدد فرد مرات عدتها فرد ۞ العدد الاول كل عدد لاتعده غير الواحد ۞ والعدد المركب كل عدد يعده عدد غير الواحد ۞ والاول عند عدد كل عددين يعدهما معا غير الواحد ۞ والعدد المركب عند عدد كل عددين يعدهما معا عدد غير الواحد ۞ الاعداد المشتركه كل عددين او اعداد يعدها جميعا غير الواحد ۞ والاعداد المتناسبة كل عددين او اعداد لايعدهما معا عدد غير الواحد ۞ الضرب هو ان يوجد احد العددين بعدد احاد العدد الاخر فيكون خصة الواحد من احاد المضروب هي المضروب فيه بعينه والمجموع هو العدد الحاصل من الضرب العدد ۞ العدد المربع هو العدد الحاصل من ضرب عدد في مثله ويحيط به عددان متساويان ۞ العدد المكعب هو العدد المجتمع من ضرب عدد في مربعه ويحيط به ثلثة اعداد متساوية ۞ العدد المسطح هو العدد الحاصل من ضرب عدد في عدد ما ويحيط به عددان ويقال للمضروب والمضروب فيه ضلعا المسطح ۞ العدد المجسم هو العدد الحاصل من ضرب عدد في عدد مسطح ويحيط به ثلثة اعداد هي اضلاع المجسم ۞ الاعداد المتناسبة هي الاعداد التي الاول منها مثل او اضعاف او اجزاء من الثاني كالثالث من الرابع بعينه ۞ والاعداد المسطحة والمجسمة المتشابهة هي الاعداد التي اضلاعها متناسبة ۞ العدد التام كل عدد اجزاءه متساوية ۞

الشكل

الشكل

آ

كل عددين مختلفين نقص مثل الاول او امثاله من الاكثر حتي بقي اقل من الاقل ثم نقص مثل الباقي او امثاله من الاقل حتي بقي اقل من الباقي الاول وهكذا دايما فلا ينتهيا في التناقص الي عدد بعد ما يليه قبله الي ان ينتهي الي الواحد فهما متباينان ۞

ليكن عددا آب جد مختلفين وجد اقلهما ونقص مثل جد او امثاله من آب الي ان يبقي آط اقل من جد ونقص مثل آط او امثاله من جد الي ان يبقي جح اقل من آط ونقص مثل جح او امثاله من آط الي ان يبقي آا الواحد فاقول ان عددي آب جد متباينان برهانه فلانهما لو لم يتباينا لعدهما عدد غيرهما وليكن هو هر فلان هر يعد جد وهو يعد بط فهو يعد بط وكان هر يعد آب فهو يعد آط وهو يعد دح فهو يعد دح وكان يعد جد فهو يعد جح وهو يعد اط فهو يعد اط وكان يعد آط فهو يعد آا الواحد هذا خلف فاب جد متباينان وذلك ما اردنا ان نبين ۞

ب

لنا ان نجد اكبر عدد يعد عددين مشتركين مفروضين مختلفين ۞

فليكن العددان المشتركان آب جد وجد اقلهما فجد ان عد آب وجد يعد نفسه فهو اكبر عدد يعدهما اذ لا يعد جد عدد اكبر منه وان لم يعد جد عدد آب فاذا سلكنا نعد الاكبر منهما بالاقل فلابد من الانتها الي عدد يعد الذي يليه قبله والا لكانا متباينين بالشكل المتقدم فلنعد جد به من آب ويبقي آه منه اقل من جد وآه

يعد من حد ويبقي حر اقل من اه وهو يعد اه فاقول ان حر اقل عدد يعد عددي اب حد برهـــانه اما ان حر يعدهمـــا فلانه يعد اه وهو يعد در فحر يعد حد ويعد نفسه فحر يعد حد وهو يعد به فحر يعد به وكان يعد اه فحر يعد اب وكان يعد حد فحر يعد اب حد واما انه اكبر عدد يعدهما فلانه لو لم يكن الاكبر هو فليكن اكبر عدد يعدهما هو حط فلان حط يعد حد الذي يعد به فحط يعد به وكان يعد اب فحط يعد اه وهو يعد در فحط يعد در وكان يعد حد فحط يعد حر الاقل منه هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنـــا ان نبـــــين ۞

واستبان منه ان كل عدد يعد عددين مشتركين فهو يعد اكبر عدد يعدهمـــــــــــــــــــــا ۞

ح

لنا ان نجد اكبر عدد يعد اي اعداد مشتركة مفروضة مختلفـــــــــة ۞

وليكن الاعداد المشتركة المفروضة مختلفة ولو كان الاعداد المشتركة المفروضة ا ب ح فنجد اكبر عدد يعد عددي ا ب بالشكل المتقدم وليكن هو عدد د فد اما ان يعد عدد ح او لا يعده فان عده فهو اكبر يعد اعداد ا ب ح والا لكان اكبر عدد يعدهما عدد ه فه يعد ا ب فيعد اكبر عدد يعدهما باستبانة الشكل المتقدم فعدد ه الاكبر من عدد د يعد د هذا خلف فد ان عد ح فهو اكبر عدد يعد اعداد ا ب ح ۞ وان لم يعد عدد د عدد ح فهما مشتركان لانه لابد ان يعد عدد اما اعداد ا ب ح لاشتراكها فذلك العدد يعد عددي ا ب فيعد اكبر عدد يعدهما باستبانة الشكل المتقدم فيعد عدد د فيعد عددي ح د فنجد اكبر عدد يعدهما بالشكل المتقدم وليكن هو عدد ه فه لكونه يعد اكبر عدد يعد عددي ا ب يعد ا ب فيعد اعداد ا ب ح فه اكبر عدد يعدها والا فليكن اكبر عدد اعداد ا ب ح عدد ر فلان ر يعد ا ب ح يعد ا ب فيعد عدد د باستبانة الشكل المتقدم ويعد عدد ح فيعد عددي د و ح فيعد اكبر عدد يعدهما باستبانة الشكل المتقدم فيعد عدد ه الاقل منه هذا خلف فه اكبر عدد يعد اعداد ا ب ح وذلك ما اردنـــا ان نبـــــين ۞

د

كل

كل عددين مختلفين متناهيتي الاحاد فان اقلهما جزء من اكبرهما او اجزاء منـــــــــه ۞

فليكن العددان المختلفان عدد اب حد وحد اقلهما فاقول ان عدد حد جزء او اجزاء من اب برهـــانه فلان حد اما ان يعد اب او لم يعد فان عده فهو جزء منه وان لم يعده فلا يخلوا اما ان يكون اب حد متباينين او مشتركين فان كانا متباينين فكل واحد من احـــاد حد يعد اب فجميع حد اجزاء من اب وان كانا مشتركين فنجد اكبر عدد يعد عددي اب حد بالشكل المتقدم وليكن هو عدد هر فنقسم حد بامثال هر وليكن هي حح حط طد فكل منهـــا يساوي هر وهر يعد اب فكل واحد من اقسام حد يعد اب فكل واحد منها جزء من اب فجميع حد اجزا من اب وذلك ما اردنا ان نبين ۞

واستبان منه ان اجزاء الشي يجوز ان يكون مساويا له او اعظم كالستة واثني عشر فان اجزاء الستة تساويها واجزاء اثني عشر ازيد منه وان كل عدد هو اقل من اي عددين متساويين فان جزءه من احدهما كجزءه من الاخر فيكون نسبته الي احدهمـــا كنسبته الي الاخر وكذلك ان كان مساويا لهما او اعظم منهما لان اما مثل لكل منهما او امثال لكل منهمـــا او امثـــــــــــــال وجزء ۞

ه

كل عددين احدهما جزء من عدد والاخر ذلك الجزء بعينه من عدد اخر فمجموع الاولين ذلك الجزء بعينه من مجموع الاخريـــن ۞

ليكن اب جزء من حد وهر ذلك الجزء بعينه من حط فاقول ان مجموع اب هر من مجموع حد حط ذلك الجزء الذي كان اب او هر من قرينه برهـــانه فلان اضعاف حد لاب كاضعاف حط لهر فنقسم كلا من عددي حد حط بامثال قرينه ولتكن هي حك كد حل لط فكل من اقسام حد مثل اب وكل من اقسام حط مثل هر فمجموع

حاح ل معا كمجموع اب ه ر معا ومجموع اد ل ط معا كمجموع اب ه ر معا والعده واحده ففي مجموع ح د ط ح معا من امثال مجموع اب ه ر معا مثل ما في ح د او ح ط من امثال قريبه فجزئيه اب ه ر لحد ح ط غير جزية اب لحد وذلك ما اردنا ان نبين ۞

و

كل عددين احدهما اجزآء من عدد والاخر تلك الاجزآء بعينها من عدد اخر فالعددان معًا تلك الاجزآء بعينها من العددين الاخرين معًا ۞

ليكن اب اجزاء من ح د وه ر تلك الاجزاء بعينها من ح ط فاقول ان اب ه ر معا تلك الاجزآء بعينها من ح د ح ط معا برهانه نقسم اب باجزآء ح د وه ر باجزآء ح ط وهي اا اب ه ل ل ر فعدة اجزآء اب لحد كعدة اجزآء ه ر لحط فلان اا من ح د الجزء الذي ه ل من ح ط فاا ه ل معا من ح د ح ط معا كاا او ه ل من قريبه بالشكل المتقدم ولذلك تبين ان اب ل ر معا من ح د ح ط معا مثل اب او ل ر من قريبه فاب ه ر معا من ح د ح ط معا الاجزآء التي كانت اب او ه ر من قريبه وذلك ما اردنا ان نبين ۞

ر

اذا كان عددان احدهما جزء من الاخر ونقص منهما عددان احدهما ذلك الجزء بعينه من الاخر النظير من النظير والباقي من الجزء ذلك الجزء بعينه من الباقي من الكل ۞

ليكن اب جزء من ح د ونقص منهما اه ح ر واه ح ر ذلك الجزء الذي كان اب من ح د فاقول ان ه ب من ر د الجزء الذي كان اب من ح د برهانه نجعل ه ب جزء من ح ح كاه من ح ر وذلك نضعف ه ب بعدة اضعاف ح د لاب فلان جزء اه من ح ل كجزء ه ب من ح ح فجزئية اب من ح ر كجزئية اه من ح ر بالشكل الخامس وكان اب جزءا من ح د كجزء اه من ح ر فح ر مثل ح د فاذا

ح د فاذا القينا المشترك يبقي ر د مثل ح ح وكان ه ب جزءا من ح ح كجزء اه من ح ر فجزء ب ه من ر د كجزء اه من ح ر وكان جزء اب من ح د كجزء اه من ح ر فجزء ب ه من ر د كجزء اب من ح د وذلك ما اردنا ان نبين ۞

ح

كل عددين احدهما اجزآ من الاخر ونقص منهما عددان وكان المنقوص الاجزآء غير الاجزآء المنقوص من الكل فالباقي من الاجزآء غير تلك الاجزآء من الباقي من الكل ۞

ليكن اب اجزآء من ح د ونقص اه من اب وح ر من ح د واه اجزآء من ح ر كاجزآء اب من ح د فاقول ان ب ه اجزآء من د ر كاجزآء اب من ح د برهانه ليكن ح ط عدد مثل عدد اب ونقسم ح ط بعدة اجزآء اب من ح د وهي ح ا اط واه بعده اجزآء من ح ر وهي ال ل ه فلان ح ا جزء من ح د كجزء ال من ح ر وح د اعظم من ح ر فح ا اعظم من ال وليكن ح م مثل ال فم ا جزء من ر د كجزء ح م اعني ال من ح ر بالشكل المتقدم وبمثله تبين ان اط جزء من ح د كجزء ل ه من ح ر وح د اعظم من ح ر اط اعظم من ل ه وليكن ط ن مثل ل ه ان ه جزء من د ر كجزء ل ه من ح ر فم ط ن ه المساوي لال ل ه اجزآء من ح ر كاجزآء ام ان ه المساوي لهب من د ر فاه اجزآء من ح ر كاجزآء ب ه من د ر وذلك ما اردنا ان نبين ۞

ط

كل عددين احدهما جزء من عدد والآخر منهما ذلك الجزء بعينه من عدد آخر فاذا بدلنا كان الجزء من الجزء الجزء او الاجزآء التي يكون الكل من الكل ۞

ليكن اب جزآء من ح د وه ر ذلك الجزء بعينه من ح ط فاقول ان اب من ه ر الجزء او الاجزآء التي يكون ح د من ح ط برهانه فلان في ح د من

امثال آب مثل ما في حط من امثال هر فلنقسم حد علي آب وحط علي هر فيكون الاقسام الحادثة حا اد حل لط فكل واحد من حا اد مثل آب وكل واحد من حل لط مثل هر فحا من حل الجزء او الاجزاء التي يكون اد من لط فحد من حط الجزء او الاجزاء التي يكون حا من حل بالشكل الخامس او السادس وآب من هر الجزء او الاجزاء التي يكون حا من حل فحد من حط الجزء او الاجزاء التي يكون آب من هر وذلك ما اردنا ان نبين ۞

ي

كل عددين احدهما اجزاء من عدد والآخر تلك الاجزاء بعينها من عدد آخر فاذا بدلنا كانت الاجزاء من الاجزاء الجزء او الاجزاء التي يكون الكل من الكل ۞

لبكن آب اجزاء من حد وهر تلك الاجزاء بعينها من حط فاقول اذا بدلنا كان آب من هر الجزء او الاجزاء التي يكون حد من حط برهانه فلنقسم آب هر الي اجزاء حد حط وهي آا اب هل لر فلان آا من هل الجزء او الاجزاء التي يكون اب من لر فبالشكل الخامس او السادس آب من هر الجزء او الاجزاء التي يكون اب من لر وحد من حط الجزء او الاجزاء التي يكون اب من لر بالشكل المتقدم فاب من هر الجزء او الاجزاء التي يكون حد من حط وذلك ما اردنا ان نبين ۞

يا

كل عددين نقص منهما عددان علي نسبتهما النظير من النظير فان الباقيين علي تلك النسبة ۞

لبكن نسبة آب الي حد كنسبة آه الي حر ونقص آه حر من نظيرتهما فاقول ان نسبة به الي رد الباقيين كنسبة آب الي حد برهانه فلان آب من حد الجزء او الاجزاء التي آه من حر فبه من رد الجزء او الاجزاء التي آب من حد بالشكل السابع والثامن

والثامن فنسبة هب الي رد كنسبة آب الي حد وذلك ما اردنا ان نبين ۞ واستبان منه ان آه من حر الجزء او الاجزاء التي هب من رد فنسبة آه الي حر كنسبة هب الي رد ۞

يب

كل اعداد متناسبة فنسبة مقدم الي تاليه كنسبة جميع المقدمات الي جميع التوالي ۞

لبكن نسبة آ الي ب كنسبة ح الي د فاقول ان نسبة مجموع آح الي مجموع بد كنسبة آ الي ب برهانه فلان آ من ب الجزء او الاجزاء التي ح من د فآح معا من بد الجزء او الاجزاء التي آ من ب بالشكل الخامس او السادس فنسبة آح معا الي بد معا كنسبة آ الي ب وذلك ما اردنا ان نبين ۞

يج

كل اربعة اعداد متناسبة اذا ابدلت كانت ايضا متناسبة ۞

لبكن نسبة آ الي ب كنسبة ح الي د فاقول اذا ابدلت كانت نسبة آ الي ح كنسبة ب الي د برهانه فلان آ من ب الجزء او الاجزاء التي ح من د فاذا ابدلنا كان آ من ح الجزء او الاجزاء التي يكون ب من د بالشكل التاسع او العاشر فنسبة آ الي ح كنسبة ب الي د وذلك ما اردنا ان نبين ۞ واستبان من هذه الاشكال الثلثة المتقدمة ان كل اربعة اعداد متناسبة بالتركيب فانها متناسبة بالتفصيل وبالعكس ۞

لبكن نسبة عدد آب الي عدد به كنسبة عدد حد الي عدد در بالتركيب فبالابدال نسبة آب الي حد كنسبة هب الي رد بالشكل المتقدم فباستبانة الشكل الحادي عشر نسبة آه الي حر كنسبة هب الي رد فبالابدال نسبة آه الي هب كنسبة حر الي رد بالتفصيل بالشكل المتقدم ۞ وان كانت نسبة آه الي هب كنسبة حر الي رد بالتفصيل فبالابدال نسبة آه الي حر كنسبة هب الي رد بالشكل المتقدم فبالشكل الثاني عشر نسبة آب الي حد كنسبة هب الي رد فبالابدال بالشكل المتقدم نسبة آب الي به كنسبة حد الي در بالتركيب ۞

يد

كل صنفين من الاعداد متساوين العدة كم كانت العدة وكان كل اثنين من صنف على نسبة اثنين من صنف آخر النظير من النظير ففي نسبة المساواة متناسبة ۞

لبكن آ ب ج د ه ز صنفين من العدد على عدة واحدة ونسبة آ ب كنسبة د ه ونسبة ب ج كنسبة ه ز فاقول في المساواة نسبة آ الي ج كنسبة د الي ز برهانه فلان نسبة آ الي ب كنسبة د الي ه فنسبة آ الي د كنسبة ب الي ه بالشكل المتقدم وكانت نسبة ب الي ج كنسبة ه الي ز فبالشكل المتقدم نسبة ج الي ز كنسبة ب الي ه فامن د الجزء او الجزاء التي ب من ه وج من ز الجزء او الاجزاء التي ب من ه فا من د الجزء او الاجزاء التي ج من ز فنسبة آ الي د كنسبة ج الي ز فبالابدال نسبة آ الي ج كنسبة د الي ز بالشكل المتقدم وذلك ما اردنا ان نبين ۞
واستبان منه ان النسبة المتساوية النسبة متساوية ۞

يه

كل عدد يعده الواحد بعدة ما يعد عدد آخر عددًا آخر فاذا ابدلنا فان الواحد يعد العد العاد بعدة ما يعد معدود الواحد معدود العد العاد ۞

لبكن الواحد يعد آب بعدة ما يعد جد هز فاقول ان الواحد يعد جد بعدة ما يعد آب هز برهانه فلان في آب من الاحاد بعدة ما في هز من امثال جد فنقسم آب الي الاحاد وهز الي امثال جد ولبكن احاد آب هي اح حط طب واقسام هز هي هل لل لز فاح يعد هل وحط لل وطب لز بعدة واحدة فاب يعد هز بعدة ما يعد اح هل بالشكل الخامس والواحد يعد جد بعدة ما يعد اح هل فالواحد يعد جد بعدة ما يعد آب هز وذلك ما اردنا ان نبين ۞

يو

كل

كل عددين ضرب كل منهما في الآخر فمسطحاهما متساويان ۞

لبكن آ ضرب في ب حصل منه ج وب ضرب في آ حصل منه د فاقول ان عددي ج د متساويان برهانه فلان آ اضرب في ب حصل منه ج فالواحد يعد ب بعدة ما يعد آ ج فبالابدال يعد الواحد آ بعدة ما يعد ب ج بالشكل المتقدم ولان ب ضرب في آ حصل منه د فب يعد د بعدة ما يعد الواحد آ وكان ب يعد ج بعدة ما يعد الواحد عدد آ فب يعد د وج بعدة واحدة فهما عددان متساويان وذلك ما اردنا ان نبين ۞

يز

كل عددين ضرب كل واحد منهما في عدد ثالث فنسبة احدهما الي الاخر كنسبة المسطحين على الولاء ۞

لنضرب كل من عددي ب ج في آ وليحصل منه د ه فاقول ان نسبة ب الي ج كنسبة د الي ه برهانه فلان ب ضرب في آ وحصل منه د فعدد ب يعد د بعدة ما يعد الواحد آ ولان ج ضرب في آ وحصل منه ه فج يعد ه بعدة ما يعد الواحد آ فنسبة ب الي د كنسبة ج الي ه فبالابدال نسبة ب الي ج كنسبة د الي ه بالشكل الثالث عشر وذلك ما اردنا ان نبين ۞

ح

كل عدد ضرب في عددين فنسبتهما كنسبة مسطحيهما على الولاء ۞

لنضرب ج في آ ب وليحصل منه د ه فاقول ان نسبة آ الي ب كنسبة د الي ه برهانه فلان مسطح آ في ج كمسطح ج في آ وكذلك مسطح ب في ج كمسطح ج في ب بالشكل السادس عشر فد ه هما مسطحا آ وب في ج فنسبة آ الي ب كنسبة د الي ه بالشكل المتقدم وذلك ما اردنا ان نبين ۞

يط

كل اربعة اعداد متناسبة فمسطح الاول في الرابع كمسطح الثاني في الثالث وان كان مسطح الاول في الرابع كمسطح الثاني في الثالث فنسبة الاول الي الثاني كنسبة الثالث الي الرابـــــــع

لتكن نسبة آ الاول الي ب الثاني كنسبة ج الثالث الي د الرابع فاقول ان مسطح آ في د الذي هو ه كمسطح ب في ج الذي هو ز وبالعكس برهـــانه ليكن مسطح آ في ج هو ح فلان آ ضرب في ج د وحصل ح ه فنسبة ح الي ه كنسبة ج الي د بالشكل المتقدم وكانت نسبة آ الي ب كنسبة ج الي د فنسبة ح الي ه كنسبة آ الي ب باستبانة الشكل الرابع عشر ولان آ ب ضرب في ج وحصل ح ز فنسبة ح الي ز كنسبة آ الي ب بالشكل السابع عشر فنسبة ح الي ز كنسبته الي ه بالشكل الحادي عشر من الخامس فسطح آ في د الذي هو ه يساوي ز الذي هو مسطح ب في ج ۞ ولبكن ح مسطح آ في ج ولان ه ز متساويان فح اما جزء او اجزاء من ه واما ضعف او اضعاف او ضعف وجزء او ضعف واجزاء او اضعاف واجزء او ضعاف واجزاء له او مساولة او مساو وجزء او اجزاء من ه فهو من ز كذلك فنسبة ح الي ز كنسبته الي ه ولان آ ضرب في ج د وحصل منه ح ه فنسبة ج الي د كنسبة ح الي ه بالشكل المتقدم وباستبانة الشكل الرابع عشر نسبة ج الي د كنسبة ح الي ز ولان آ ب ضربا في ج وحصل منه ح ز فنسبة آ الي ب كنسبة ح الي ز وكانت نسبة ج الي د كنسبة ح الي ز فباستبانة الشكل الرابع عشر نسبة آ الي ب كنسبة ج الي د وذلك ما اردنـــا ان نبــــــــين ۞

ك

كل اقل عددين علي نسبة فهما يعدان جميع الاعداد التي علي تلك النسبة عددًا واحدًا المقدم

للمقدم

للمقدم والتـــالي للتـــــــــــالي ۞

ليكن اب جد علي نسبة وه ز ح ط هما اقل عددين علي تلك النسبة فاقول ان ه ز يعد اب بعدة ما يعد ح ط جد برهانه فلان نسبة ه ز الي ح ط كنسبة اب الي جد فبالابدال نسبة ه ز الي اب كنسبة ح ط الي جد بالشكل الثالث عشر وه ز اقل من اب فهو جزء منه او اجزاء بالشكل الرابع لا جايز ان يكون اجزاء منه والا لكان ح ط من جد تلك الاجزاء بعينها فنقسمها باجزاء بهما وليكن الاجزاء الجايرية ه ك ك ز ح ل ل ط فه ك من ح ل وك ز من ل ط الجزء او الاجزاء التي ك ز من ل ط فنسبه ه ك الي ح ل كنسبة ك ز الي ل ط فنسبة ه ك الي ح ل كنسبة ه ز الي ح ط بالشكل الثالث عشر وكانت نسبة اب الي جد كنسبة ه ز الي ح ط فباستبانة الشكل الرابع عشر نسبة ه ك الي ح ل كنسبة اب الي جد وه ك اقل من ه ز وح ل اقل من ح ط فه ك ح ل هما اقل عددين علي نسبة اب جد وكان اقل للعددين علي نسبتهما هما ه ز ح ط هذا خلف فه ز جزء من اب فح ط ذلك الجزء بعينه من جد فه ز يعد اب بعدة ما يعد ح ط جد وذلك مـــا اردنـــا ان نبـــــــين ۞

كا

كل اقل عددين علي نسبة فهمـــا متباينان ۞

ليكن آ ب اقل عددين على نسبتهما فاقول انهما متباينان برهـــانة فلان آ ب لوكانا مشتركين يعدهمـــا عدد فليعدهمـــا ج فليعد آ باحاد عدد د وليعد ب باحاد عدد ه فا اضعاف ج بعدة احاد د فا اعظم من د وب اضعافه ايضا بعدة احاد ه فب اعظم من ه فالحاصل من ضرب ج في د آ او في ه ب فنسبة د الي ه كنسبة آ الي ب بالشكل الثامن عشر ود اقل من آ وه اقل من ب فد ه اقل عددين علي نسبة آ ب وكان آ ب اقل عددين علي نسبتهما هذا خلف فا ب متباينان وذلك ما اردنـــا ان نبـــــين ۞

كب

كل عددين متباينين فهما اقل عددين علي نســـــبتهمـــا ۞

ليكن آ ب متباينين فاقول انهما اقل عددين علي نسبتهما برهـــانه لانه

لو لم يكون اقل عددين علي نسبتهما فليكن اقل العددين علي نسبتهما ج د فهما يعدان ا ب بعدة واحدة بالشكل العشرين فليعدا بعدة احاد ه فه يعد ا بعدة احاد ج وبمثله نبين ان ه يعد ب بعدة احاد د فا ب مشتركان وكانا متباينين هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ☼

كج

كل عدد يعد احد المتباينين فهو يباين الاخر ☼

ليكن ا ب عددين متباينين وج يعد ا فاقول ان ج يباين ب برهانه فلان ج لو لم يباين ب يشاركه فليعدهما عدد و ليكن د فلان د يعد ج الذي يعد ا فد يعد ا وكان يعد ب فا ب متشاركان وكانا متباينين هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ☼

كد

كل عددين يباينان عددا فمسطح احدهما في الاخر يباينه ايضا ☼

ليكن ا ب يباينان ج ومسطح ا في ب د فاقول ان د يباين ج برهانه فلان د ج لو لم يتباينا لتشاركا فليعدهما ه فليعد د بر فمسطح ه في ر د وكان مسطح ا في ب د فنسبة ه الي ا كنسبة ب الي ر بالشكل التاسع عشر وه يعد ج المباين فه يباين ا بالشكل المتقدم فهما اقل عددين علي نسبتهما بالشكل الثاني والعشرين فه يعد ب بالشكل العشرين وكان يعد ج فب ج مشتركان وكانا متباينين هذا خلف فد يباين ج وذلك ما اردنا ان نبين ☼

كه

كل عدد يباين عددا فمربعه يباينه ☼

ليكن ا يباين ب وج مربع ا فاقول ان ج يباين ب برهانه فليكن د يساوي ا فلان ا د يبان ب ومسطح د في ا هو ج فج يباين ب بالشكل المتقدم وذلك ما اردنا ان نبين ☼

كو

كل

كل عددين كل واحد منهما يباين عددين اخرين فمسطح العددين الاولين يباين مسطح العددين الاخرين ☼

ليكن كل واحد من ا ب يباين كل واحد من ج د ومسطح ا في ب هو ه ومسطح ج في د هو ر فاقول ان ه يباين ر برهانه فلان كل واحد من ا ب يباين كل واحد من ج و د فه يباين كل واحد من ج د بالشكل الرابع والعشرين ولان ج د يباينان ه فر يباين ه بالشكل الرابع والعشرين وذلك ما اردنا ان نبين ☼

كز

كل عددين متباينين فمربعاهما متباينان وكذلك مكعباهما وما يتلوهما من المراتب الي غير النهاية ☼

ليكن ا يباين ب ومربع ا ج ومكعبه ه ومربع ب د ومكعبه ر فاقول ان ج يباين د وه يباين ر برهانه فلان ا يباين ب فج الذي هو مربع ا يباين ب بالشكل الخامس والعشرين وبهذا الشكل ايضا يباين كل واحد من ا ج د ولان كل واحد من ا ج يباين كل واحد من ب د فمسطح ا في ج وهو ه مباين مسطح ب في د وهو ر بالشكل المتقدم وبمثله تبين فيما يتلوه من المرتب وذلك ما اردنا ان نبين ☼

كح

كل عددين متباينين فمجموعهما بعد التركيب يباين كل واحد منهما وان كان مجموعهما يباين كل واحد منهما فهما متباينان ☼

ليكن اب بج متباينين فاقول ان اج يباين كل واحد منهما برهانه فلان اج لو لم يباين اب لكان مشاركا له فليعدهما عدد وليكن د

فلان د يعد اب اح فهو يعد بح فاب بح مشتركان وكانا متباينين هذا خلف وبمثله تبين ان اح يباين بح وان كان اح يباين بح او اب فاب بح متباينان والا لكانا مشتركين فد مثلا يعد اب بح فيعد اح فاح يشارك بح اب وكان يباينهما هذا خلف وبمثله تبين التشارك وذلك ما اردنا ان نبين ۞

لط

كل عدد مركب فلابد وان يعده عدد اول ۞

لبكن آ عددا مركبا فاقول لابد وان يعده عدد اول برهانه فلان آ عدد مركب فيعده عدد وليكن هو ب فان كان ب عدد اول فقد حصل المطلوب والا فليعد ب ح وب يعد آ فح يعد آ فان كان ح اول فقد حصل المطلوب والا فليعد ح عدد آخر وهكذا دايما فلابد وان ينتهي الي عدد اول يعد آ والا يلزم ان يكون آ عدد امفروضا متناهيا الاحاد يعده اعداد مشتركة غير متناهيه كل واحد منها اعظم مما يليه فلا ينتهي حينيذ الي الواحد فيكون احاده غير متناهيه وكانت متناهيه هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

٣٧

ل

كل عدد فهو اما اول او يعده عدد اول ۞

لبكن آ عدد ما فاقول انه اول او يعده عدد اول برهانه فلان آ لا يحلوا اما ان يكون اول او ليس باول فان كان اول فقد حصل احد الامرين وهو المطلوب وان لم يكون اول فلا بد وان يكون مركب وكل عدد مركب يعده اول بالشكل المتقدم فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

لا

كل عدد اول فهو مباين لكل عدد لا يعده ۞

لبكن آ عددا اول وهو لا يعد ب فاقول ان آ يباين ب برهانه فلان آ ولم يباين ب لكن مشاركا له فيعدهما عدد فا يعده عدد غير الواحد فهو مركب وكان اول هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

لب

كل عدد

كل عدد اول يعد عددا مسطحا اي مسطح كان فهو يعد احد ضلعيه ۞

لبكن آ عددا اول ويعد عدد ب وهو مسطح وضلعاه ح د فاقول ان آ يعد اما ح او د برهانه فلان آ اما ان يعد ح او لا يعده فان يعد ح فقد حصل المطلوب وان لم يعده فهو يباينه بالشكل المتقدم فا ح اقل عددين علي نسبتهما بالشكل الثاني والعشرين وليكن آ يعد ب بعده احاد عدد ه فسطح آ في ه هو ب وكان مسطح ح في د وهو ب فنسبة آ الي ح كنسبة د الي ه بالشكل التاسع عشر فا يعد د بالشكل العشرين وذلك ما اردنا ان نبين ۞

لح

كل اعداد مفروضة معلومة لنا ان نجد اقل الاعداد علي نسبها ۞

لبكن الاعداد المفروضة المعلومة آ ب ح فاقول لنا ان نبين كيف نجد اقل الاعداد علي نسبها برهانه فان كان كل واحد منها اول عند صاحبيه او بعضه عند بعض فهي اقل الاعداد علي نسبها والا فلتكن اقل الاعداد علي نسبها ه رح فليعد ه ر عددي آ ب عدد واحد علي ان آ ب متباينان بالشكل العشرين فليعدهما بعدد نه والواحد يعد نه بعدة ما يعد ه آ ور ب فن يعد كل واحد من عددي آ ب بالشكل الخامس عشر هذا خلف وان لم يكن اول بعضه عند بعض فهي مشتركه فنجد اكثر عدد يعدها بالشكل الثالث وليكن هو د فليعد آ به وب بر وح بح فلان مسطح د في ه ر ح هي آ ب ح فنسبة ه الي ر كنسبة آ الي ب ونسبة ر الي ح كنسبة ب الي ح بالشكل الثامن عشر فهي اقل اعداد علي نسب آ ب ح والا فلتكن اقل الاعداد علي نسبها ط ك ل فهي يعد آ ب ح عدا واحدا بالشكل العشرين فليعدها بعدة احاد عدد م فالواحد يعد م بعدة ما يعد ط آ او ك ب ول ح فبالا بدال بالشكل الخامس عشر يعد م آ بعدة احاد ط وب بعدة احاد ك وح بعدة احاد

ل فسطح ط في م آ وكان سطح د في ه آ فنسبة ه الي ط كنسبة م الي د بالشكل التاسع عشر لكن ه اكثر من ط بالفرض فم اكثر من د وم يعد كل واحد من اعداد آ ب ج فهو يعد د باستبانة الشكل الثاني فالاكثر يعد الاقل هذا خلف فه ر ح اقل اعداد يعد آ ب ج وذلك ما اردنا ان نبين

لد

كل عددين مختلفين مفروضين لنا ان نجد اقل عدد يعده العددان المختلفـــان ۞

ليكن العددان المختلفان آ ب واصغرهما آ فاقول لنا ان نجد اقل عدد يعده آ وب برهـانه وذلك لان آ لا يخلوا اما ان يعد ب او لا يعده فان

ا ب ا ب ج د ه ز ا ب ه ز ج د ح ط

عد آ ب وب يعد نفسه فب اقل عدد يعده آ وب لان اي عدد يفرض اقل من ب فب لا يعده وان لم يعد آ ب فلا يخلوا اما ان يكونا متباينين او مشتركين فان كانا متباينين فنضرب آ في ب فليحصل منه ج فليعده آ بما يعد الواحد ب فبالابدال بالشكل الخامس عشر يعد الواحد آ بما يعد ب ج فكل من آ ب يعد ج فاقول ان ج اقل عدد يعده آ ب والا فليكن اقل عدد يعده آ ب عدد د فليعده آ باحاد ه وب باحاد ر فد مسطح آ في ه ومسطح ب في ر فنسبة آ الي ب كنسبة ر الي ه بالشكل التاسع عشر لكن آ ب متباينان فهما اقل عددين علي نسبتهما بالشكل الثاني والعشرين فيعد ان كل عددين علي نسبتهما بالشكل العشرين فا يعد ر وب يعد ه وب ضرب في آ ور حصل منه ج د فنسبة آ الي ر كنسبة ج الي د بالشكل الثامن عشر لكن آ يعد ر فج يعد د فالاكثر يعد الاقل منه هذا خلف وان كانا مشتركين فنجد اقل عددين عـــلي نسبتهما بالشكل المتقدم وليكن هما ه ر وتكون نسبة ه الي ر كنسبة آ الي ب فسطح آ في ر كمسطح ب في ه بالشكل التاسع عشر وليكن ذلك المسطح ج فا يعده بر وب به فاقول انه اقل عدد يعده آ ب والا فليكن اقل عدد يعد آ ب هو د وليعده آ بح وب بط فد مسطح آ في ح وب في ط فنسبة ط الي ح كنسبة آ الي ب بالشكل التاسع عشر وكانت نسبة ه الي ر كنسبة آ الي ب فنسبة ه الي ر كنسبة ط الي ح باستبانة الشكل الرابع عشر لكن ه ر اقل

ه ر اقل عددين علي نسبتهمـــا فه يعد ط بالشكل العشرين وعدد ب ضرب في ه ط حصل منهمـا ج د فنسبة ه الي ط كنسبة ج الي د بالشكل الثامن عشر لكن ه يعد ط فج يعد د فالعدد الاكثر يعد الاقل منه هذا خلف فج اقل عدد يعد آ ب وذلك مـا اردنـا ان نبـــــين ۞

له

كل اقل عدد يعده عددان فانه يعد كل عدد يعدانـــــــــه ۞

ا ب ج د ح ط ه ر

ليكن عدد ح ط اقل عدد يعده اب جد وهمـا يعدان ه ر فاقول ان ح ط يعد ه ر برهانه وذلك لان ح ط لو لم يعد ه ر فليعد ه ا من ه ر لان ح ط اقل من ه ر فيبقي ا ر اقل من ح ط فلان اب جد يعدان ح ط وهو يعد ه ا فاب جد يعدان ه ا وكانا يعدان ه ر فهمـا يعدان ا ر وهو اقل من ح ط فاقل عدد يعده اب جد هو ا ر وكانا ح ط اقل عدد يعده اب جد هذا خلف فح ط يعد ه ر وذلك ما اردنا ان نبين ۞

لو

نريد ان نبين كيف نجد اقل عدد يعده اعداد مختلفة مفروضة فوق اثنـــــين ۞

فليكن آ ب ج اعداد مختلفة فوق اثنين فنجد اقل عدد يعده آ ب بالشكل الرابع والثلثين وهو د فج اما ان يعد د او لا يعده فان عد ج د وا ب يعدانه فاقول ان د هو اقل عدد يعده آ ب ج والا لكان الاقل عدد ه فلان آ ب يعدان ه فد يعد ه بالشكل المتقدم فالاكثر يعد الاقل منه هـــذا خلف وان لم يعد ج د فنجد اقل عـــدد يعده ج د بالشكل

٢٢ ٢٤
ا ب ج د ه ا ب ج د ه ز

الرابع والثلثين وليكن هو عدد ه فلان د يعد عدد ه فا ب يعدانه فا ب ج يعد عدد ه فاقول انه اقل عدد يعده آ ب ج والا لكان الاقل ر فلان آ ب يعدان ر فد يعد ر بالشكل المتقدم وج يعد عدد ر فج د يعدان ر فه الاكثر يعد ر الاقل منه بالشكل المتقدم هذا خلف فه اقل عدد

يعده آ ب ج وذلك ما اردنا ان نبين ۞

لز

كل عدد يعد عددا آخر فللمعدود جزء سمي للعدد العاد ۞

فليكن عدد آ يعده ب فاقول ان لآ المعدود جزء سمي لب الذي يعد آ برهانه ليكن يعد عدد ج بعدة ما يعد ب آ فالواحد يعد ب بعدة بما يعد ج آ بالشكل الخامس عشر والواحد من ب الجزء السمي لب فج من آ جزءه السمي لب وذلك ما اردنا ان نبين ۞

لح

كل عدد له جزء فسمي ذلك الجزء من الاعداد يعد ذلك العدد ۞

ليكن ب جزءا من آ فاقول ان العدد الذي هو سمي جزء ب من آ يعد آ برهانه فليكن الواحد يعد عدد ج بعدة ما يعد ب آ فج سمي جزء ب من آ فبالابدال يعد الواحد ب بعدة ما يعد ج آ بالشكل الخامس عشر فج سمي جزء ب من آ يعد آ وذلك ما اردنا ان نبين ۞

لط

نريد ان نبين كيف نجد اقل عدد له اجزا مفروضة

وليكن تلك الاجزاء آ ب ج واسمها د ه ز فنجد اقل عدد يعده اعداد د ه ز بالشكل السادس والثلثين وليكن هو عدد ح فله الاجزاء السمية لاعداد د ه ز وهي آ ب ج بالشكل السابع والثلثين فاقول ان ح اقل عدد له تلك الاجزاء المفروضة برهانه فلانه لو لم يكن ح اقل عدد له تلك الاجزاء لكان عدد آخر اقل منه له تلك الاجزاء وليكن هو ط فد ه ز يعد ط بالشكل المتقدم وط اقل من ح فط هو اقل عدد يعده د ه ز وكان ح اقل عدد يعده د ه ز هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

تمت المقالة السابعة والحمد لله وحده

المقالة الثامنة وهي خمسة وعشرون شكلا

آ

كل اعداد متوالية على نسبة واحدة فان كان طرفاها متباينين فهي اقل الاعداد على تلك النسبة ۞

ليكن آ ب ج د على نسبة واحدة وآ د متباينان فاقول انها اقل الاعداد على نسبتها برهانه فلانه لو لم يكن هي اقل الاعداد على تلك النسبة ليكن ه ز ح ط اقل الاعداد على تلك النسبة وبعدتها فنسبة آ الي ب كنسبة ه الي ز ونسبة ب الي ج كنسبة ز الي ح ونسبة ج الي د كنسبة ح الي ط فبالمساواة نسبة آ الي د كنسبة ه الي ط بالشكل الرابع عشر من السابعة وآ د متباينان فهما اقل الاعداد علي نسبتهما بالشكل الثاني والعشرين من السابعة فيعدان كل عددين علي نسبتهما بالشكل العشرين منها فآ الاكثر يعده ه الاقل منه فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

ب

نريد ان نبين كيف نجد اقل اعداد متوالية على نسبة كم كانت الاعداد ۞

وليكن آ ب عددين متباينين فهما اقل العددين علي نسبتهما بالشكل الثاني والعشرين من السابعة ولتكن النسبة المفروضة هي نسبة آ الي ب وعدة الاعداد المطلوبة اربعا فليكن ج حاصلا من ضرب آ في نفسه وه من ضرب ب في نفسه ود من ضرب آ في ب وليكن ز حاصلا من ضرب آ في ج وك حاصلا من ضرب ب في ه وح ط حاصلين من ضرب آ ب في د فيكون ج مربع آ وز مكعبه وه مربع ب وك مكعبه فاقول ان اعداد ز ح ط ك هي اقل الاعداد علي نسبة آ الي ب برهانه فلان كلا من آ ب

ضرب في نفسه وفي صاحبه حصل منه ج د ه والحاصل من ضرب ا في ب كالحاصل من ضرب ب في ا بالشكل السابع عشر من السابعة فنسبة ج الي د كنسبة ا الي ب ونسبة د الي ه كنسبة ا الي ب بالشكل السابع عشر من السابعة فنسبة ج الي د كنسبة د الي ه باستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة ولان ا ضرب في ج د حصل منه ز ح وب في د ه حصل منه ط ك فنسبة ز الي ح كنسبة ج الي د ونسبة ط الي ك كنسبة د الي ه بالشكل الثامن عشر من السابعة

١٦ ٢٧ ٣٦ ٤٨ ٦٤

ا ب ج د ه ز ح ط ك

فباستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة نسبة ز الي ح كنسبة ا الي ب ونسبة ط الي ك كنسبة ا الي ب لان كلا من نسبتي ج الي د ود الي ه كانت كنسبة ا الي ب ولان كلا من ا ب ضرب في د وحصل منه ح ط فنسبة ح الي ط كنسبة ا الي ب بالشكل السابع عشر من السابعة فكل من نسبة ز الي ح وح الي ط وط الي ك كنسبة ا الي ب فباستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة نسبة ز الي ح كنسبة ح الي ط ونسبة ط الي ك وز ك تباين بالشكل السابع والعشرين من السابعة لان ضلعيهما متباينان فز ح ط ك هي اقل اربعة الاعداد علي نسبة ا الي ب وج د ه اقل ثلثة اعداد علي نسبة ا الي ب بالشكل المتقدم وبمثله تبين اذا زاد الاعداد علي اربعه وذلك ما اردنا ان نبين ۞

وقد استبان منه ان طرفي كل اقل ثلثة اعداد متوالية علي نسبة مربعان وان طرفي كل اقل اربعة اعداد متوالية علي نسبة مكعبان ۞

ج

كل اقل اعداد متوالية علي نسبة كم كانت الاعداد فان طرفيها متباينان ۞

ليكن ا ب ج د اقل الاعداد علي نسبتها وهي اربعة اعداد فاقول ان ا د متباينان برهانه نجد اقل عددين علي نسبة ا الي ب بالشكل الثالث والثلثين من السابعة وليكن هما ه ز ونادر اقل ثلثة اعداد علي تلك النسبة وهي ح ط ك ولانزال نفعل الي ان نجد اقل الاعداد علي نسبة ه ز وعدتها مثل عدة ا ب ج د بالشكل المتقدم ولتكن هي ل م ن س فطرفاهما وهما ل س متباينان باستبانة الشكل المتقدم فل يساوي ا وس يساوي د لان ل م ن س علي عدة ا ب ج د وكل واحدة من تلبك الجملتين

الجملتين علي نسبة ه الي ز واقل الاعداد علي تلك النسبة فا د متباينان وذلك ما اردنا ان نبين ۞

٢٧ ٣٦ ٤٨ ٦٤ ٣ ٤ ٩ ١٢ ١٦ ٢٧ ٣٦ ٤٨ ٦٤

ا ب ج د ه ز ح ط ك ل م ن س

د

نريد ان نبين كيف نجد اقل الاعداد علي نسبة اعداد مفروضة ۞

لتكن الاعداد المفروضة علي نسبة هي اعداد ا ب ج د ه ز وليكن كل واحد منها اقل عددين علي نسبتهما ولناخذ اقل عدد يعده ب ج بالشكل الرابع والثلثين من السابعة وليكن هو ط وليكن ا يعد ح

ا ب ج د ه ز ح ط ك ل م ن س ص

بعدة ما يعد ب ط ود ك بعدة ما يعد ج ط فاما ه يعد ك اولا اما الاول فنجعل ز يعد ل بعدة ما يعد ه ك فلان ا يعد ح بعدة ما يعد ب ط فنسبة ا الي ب كنسبة ح الي ط بالشكل السابع عشر من السابعة وكذلك نسبة ج الي د كنسبة ط الي ك ونسبة ه الي ز كنسبة ك الي ل فاقول ان ح ط ك ل اقل الاعداد علي نسب ا ب ج د ه ز برهانه والا فليكن م ن س ص اقل الاعداد علي تلك النسب فلان نسبة ا الي ب كنسبة م الي ن وهما ا ب اقل عددين علي نسبتهما فا يعد م وب ن بالشكل العشرين من السابعة ولذلك ايضا ج يعد ن فلان ب ج يعدان ن فط الذي هو اقل يعدانه ب ج يعد ن بالشكل الخامس والثلثين من السابعة فالاكثر يعد الاقل هذا خلف فالحكم ثابت واما الثاني وهو ان ه لا يعد ك ولناخذ اقل عدد يعده ه ك بالشكل الرابع والثلثين من

السابعة ولبكن هول ونجعل ط يعد م وح ن بعدة ما يعد ك ل وز يعد س بعدة ما يعد ه ل فلان ط يعد م بعدة ما يعد ح ن فنسبة ح

أ ب ج د ه ز ح ط ك ن م ل س ع ص ف ق

الي ط كنسبة ن الي م بالشكل السابع عشر من السابعة ونسبة ح الي ط كنسبة آ الي ب فنسبة آ الي ب كنسبة ن الي م ولذلك ايضا نسبة ج الي د كنسبة م الي ل ولان ه يعد ل بعدة ما يعد ز س فنسبة ه الي ز كنسبة ل الي س بالشكل السابع عشر من السابعة فاذن الاعداد ن م ل س علي نسبة الاعداد المفروضة آ الي ب وج الي د وه الي ز فاقول ان ن م ل س هي اقل الاعداد علي النسب المفروضة والا فلتكن اقل الاعداد علي تلك النسب هي اعداد ع ص ف ق فلان نسبة ع الي ص كنسبة آ الي ب وآ ب اقل الاعداد علي نسبتهما فب يعد ص ولذلك ايضا ج يعد ص فب ج يعد ان ص فاقل يعدانه ب ج يعد ص لكن اقل من الاعداد الذي يعدانه ب ج هو ط فط يعد ص فالاكثر يعد الاقل هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❁

ه

نسبة كل عدد مسطح الي عدد مسطح آخر اي مسطح كان مولفة من نسبتي اضلاعهما ❁

لبكن آ ب عددين مسطحين وضلعا آ ج د وضلعا ب ه ز والنسبتان هما نسبة ج الي ه ونسبة د الي ز فاقول ان نسبة آ الي ب مولفة من نسبة ج الي ه ومن نسبة د الي ز برهانه ناخذ اقل اعداد علي نسبة ج الي ه

١٨ ٢٤ ٣٢ ٣ ٦ ٤ ٨ ٩ ١٢ ١٦
أ ل ب ج د ه ز ح ط ك

ونسبة د الي ز بالشكل المتقدم وهي ح ط ك ولتكن نسبة ح الي ط كنسبة ج الي ه ونسبة ط الي ك كنسبة د الي ز ونسبة ح الي ك مولفة من نسبة ح الي ط

الي ط ونسبة ط الي ك كما نبين في صدر المقالة السادسة لكن نسبة ح الي ط كنسبة ج الي ه ونسبة ط الي ك كنسبة د الي ز فنسبة ح الي ك مولفة من نسبة ج الي ه ومن نسبة د الي ز ونضرب د في ه فليكن الحاصل منه ل فكل يساوي حاصل ضرب ه في د بالشكل السادس عشر من السابعة فج ه ضربا في د حصل منه آ ل فنسبة آ الي ل كنسبة ج الي ه بالشكل السابع عشر من السابعة ود ز ضربا في ه حصل منه ل ب فنسبة ل الي ب كنسبة د الي ز بالشكل المذكور فنسبة آ الي ل كنسبة ح الي ط ونسبة ل الي ب كنسبة ط الي ك باستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة فبالمساواة نسبة آ الي ب كنسبة ح الي ك بالشكل الرابع عشر من السابعة ونسبة ح الي ك مولفة من نسبة ج الي ه ومن نسبة د الي ز فنسبة آ الي ب مولفة من نسبة ج الي ه ومن نسبة د الي ز وذلك ما اردنا ان نبين ❁

و

كل اعداد متوالية علي نسبة واحدة كم كانت والاول منها لا يعد الثاني فليس منها عدد يعد الاعداد منها بعدة ❁

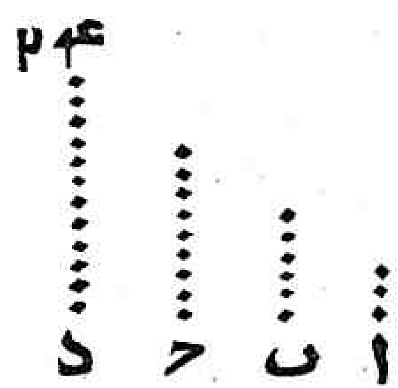
١٦ ٢٤ ٣٦ ٥٤ ٨١ ٤ ٦ ٩
أ ب ج د ه ز ح ط

لبكن آ ب ج د ه اعداد متوالية علي نسبة واحدة وآ لا يعد ب فاقول لبس في هذه الاعداد عدد يعد عددا بعدة برهانه ولان نسبة كل عدد من هذه الاعداد الي مايليه كنسبة آ الي ب وآ لا يعد ب فلبس منها عدد يعد العدد الذي يليه ولا يعد ايضا منها عدد عددا من الاعداد التي يعده في الرتبة لان ج ه اما متباينان او لا فان كانا متباينين فلا يعد ج ه والا لكانا مشتركين هذا خلف وان كانا مشتركين فناخذ اقل الاعداد علي نسبة ج د ه بالشكل الثاني وهي ز ح ط فز يباين ط بالشكل الثالث فلا يعد ز ط والا لكانا مشتركين وهما متباينان هذا خلف ونسبة ج الي ه كنسبة ز الي ط بالشكل الرابع عشر من السابعة وز لا يعد ط فج لا يعد ه فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ❁

ز

كل اعداد متوالية علي نسبة واحدة كم كانت

والاول منها يعد اخيرها فهو يعد الثـــــاني ۞

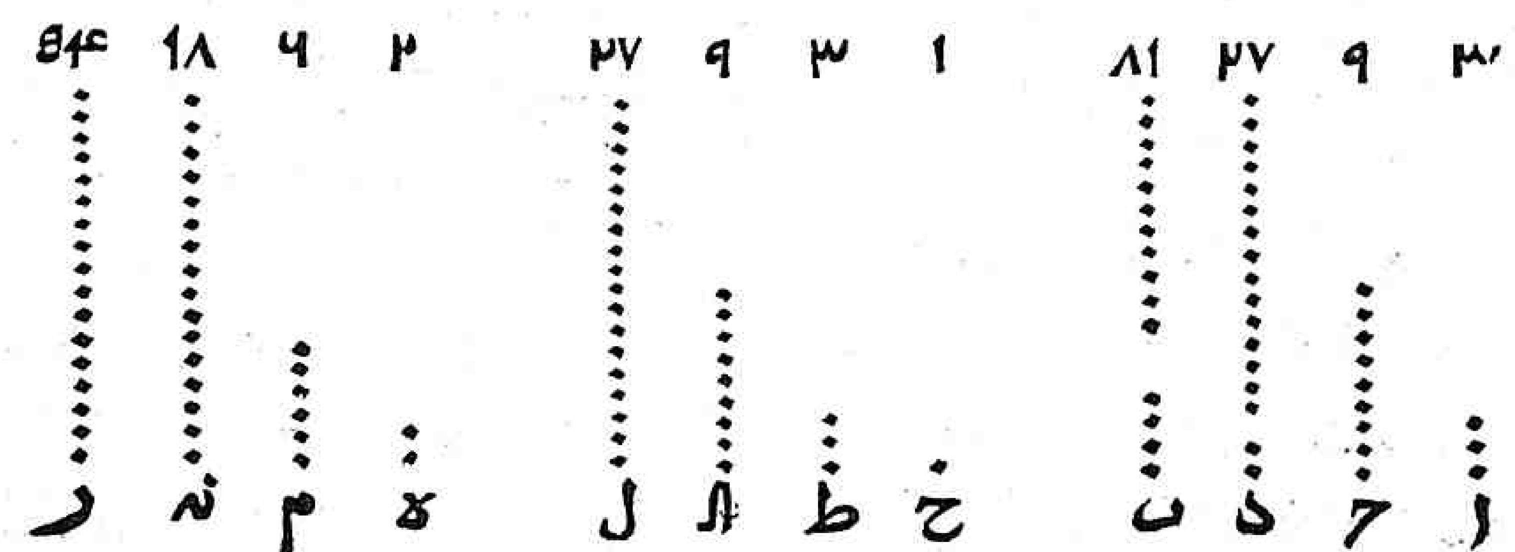


لبكن آ ب ج د اعدادا متوالية علي نسبة واحدة وآ يعد د فاقول ان آ يعد ب ايضـا برهانه فلان آ ولم يعد ب فلا يعد د بالشكل المتقدم وهو يعد د هذا خلف فالحكم ثابت وذلك مـا اردنـا ان نبـــين ۞

ح

كل عددين يقع بينهما اعداد ويصير الكل متوالية علي نسبة واحدة فكل عددين علي نسبتها فانه يقع بينهما اعداد بتلك العدة ويصير الكل علي تلك النســــــــــبة ۞

ليقع بين آ ب عددا ج د ويصيران مع آ ب متوالية علي نسبة واحدة ونسبة ه الي ز كنسبة آ الي ب فاقول انه يقع بين ه ز عددان ايضـا ويصيران مع ه ز علي تلك النسبة برهانه فلناخذ اقل اعداد علي نسبة اعداد آ ج د ب ونعد بهـا بالشكل الثاني وهي ح ط ك ل فنسبة ح الي ل

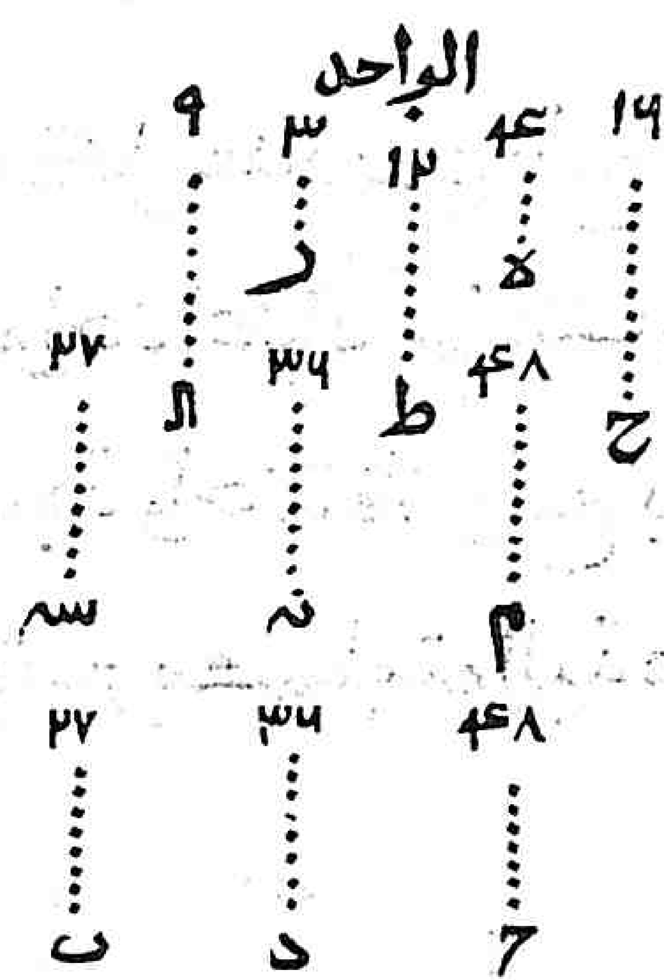


كنسبة آ الي ب بالشكل الرابع عشر من السابعة وكانت نسبة ه الي ز كنسبة آ الي ب فنسبة ح الي ل كنسبة ه الي ز باستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة و ح يباين ل بالشكل الثالث فهمـا اقل عددين علي نسبتهما عدا واحدا بالشكل الثاني والعشرين من السابعة ويعدان كل عددين علي نسبتهما عدا واحدا بالشكل العشرين من السابعة فيعد ح ه و ل ز عدا واحدا وليعد ط م و ك نه بتلك العدة فنسبة ح الي ه كنسبة ط الي م وكنسبة ك الي نه وكنسبة ل الي ز فبالابدال نسبة ه الي م كنسبة

كنسبة ح الي ط ونسبة م الي نه كنسبة ط الي ك ونسبة نه الي ز كنسبة ك الي ل بالشكل الثالث عشر من السابعة وكانت آ ج د ب علي نسبة ح ط ك ل فاعداد ه م نه ز علي نسبة آ ج د ب باستبانة الشكل السابع عشر من السابعة وبعدتها وبمثله تبين الحكم في كل عددين هما علي نسبة آ الي ب فالحكم ثابت وذلك مـا اردنـا ان نبـــــين ۞

ط

كل عددين متباينين يقع بينهما اعداد كم كانت وتصير معهما متوالية علي نسبة واحدة فانه يقع بين الواحد وبين كل واحد من العددين المتباينين اعداد بعدة ما وقع بين المتبـاينين وتصير مع الواحد وكل منهما متواليـة علي نسبة واحــــــــدة ۞



لبكن آ ب العددين المتباينين و وقع بينهما عددا ج د وصارا معهما متوالية علي نسبــــة واحدة فاقول انه يقع بـــين الواحد وبين كل واحد من آ ب عددان و يصير الكل متوالية علي نسبة واحــــدة برهـــانه نجد اقل عددين علي نسبة آ الي ج بالشكل الثالث والثلثين من السابعة وهما ه ز ونجد اقل ثلثة اعداد متوالية علي تلك النسبة و هي ح ط ك ولانزال نسلك هذه الطريقة حتي نجد اعدادا متوالية علي نسبــــة واحدة عدتها عدة آ ج د ب بالشكل الثاني ولتكن هي اعداد ل م نه سه فل سه متباينان بالشكل الثالث وكل واحد من اعداد ل م نه سه آ ج د ب اقل الاعداد علي نسبتها بالشكل الاول فل يساوي آ وسه يســاوي ب فلان ه ضرب في نفسه وحصل منه ح ففي ح من امثال ه بعدة احاد ه والواحد يعد ه باحاد ه فنسبة الواحد الي ه كنسبة ه الي ح و ه ضرب

في ح حصل منه ل فالواحد يعد ح بعدة ما يعد ه ل فنسبة الواحد الي ح كنسبة ه الي ل فبالابدال بالشكل الثالث عشر من السابعة نسبة الواحد الي ه كنسبة ح الي ل فح يعد ل بعدة احاد ه وكان ه يعد ح بعدة احاد ه فنسبة الواحد الي ه كنسبة ه الي ح وكنسبة ح الي ل فقد وقع بين الواحد و ا اعداد متوالية علي نسبة واحدة وعدتها عدة ما وقع بين عددي ا ب وبمثله تبين انه يقع بين الواحد و ب اعداد عدتها عدة ما وقع بين عددي ا ب وصار الجميع متوالية علي نسبة واحدة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

ي

كل عددين يقع بين كل واحد منهما وبين الواحد اعداد كم كانت وتصير معهما متوالية علي نسبة واحدة فانه يقع بينهما اعداد بتلك العدة وتصير معهما متوالية علي نسبة واحدة ۞

ليكن العددان ا ب والواحد ل والواقع بين ل و ا ح د وبينه بين ب ه ز ونسبة ل الي ح كنسبة ح الي د وكنسبة د الي ا ونسبة ل الي ه كنسبة ه الي ز ونسبة ز الي ب فاقول انه يقع بين ا ب عددان ويصيران معهما متوالية علي نسبة واحدة برهانه فلان نسبة الواحد الي ح كنسبة ح الي د والواحد

الي د والواحد يعد ح بعدة احاد ح فضرب ح في نفسه هو د فد مربع ح ولان نسبة الواحد الي ح كنسبة د الي ا والواحد يعد ح بعدة احاد ح فد يعد ا بعدة احاد ح فضرب ح في د هو ا وبمثله تبين ان ز مربع ه وان الحاصل من ضرب ه في ز هو ب ونضرب ح في ه فيحصل منه ح ونضربهما في ح فيحصل منه ط ك وتبين بمثل ما مر في الشكل الثاني ان نسبة ا الي ط كنسبة ط الي ك وكنسبة ك الي ب فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

يا

بين كل مربعين عدد يتوالى الثلثه على نسبة واحدة ونسبة المربع الى المربع كنسبة ضلع احدهما الي ضلع آخر مثناة ۞

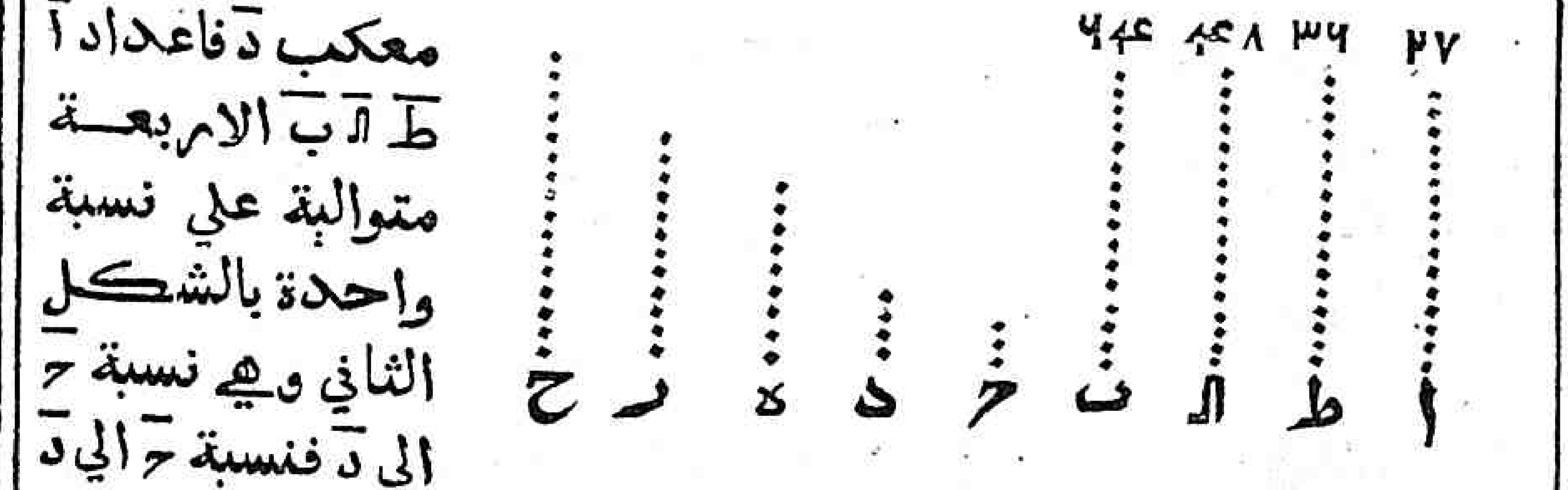
ليكن ا ب مربعين وضلع ا ح وضلع ب د ونضرب ح في د فيحصل منه ه فاقول ان نسبة ا الي ه كنسبة ه الي ب ونسبة ا الي ب كنسبة ح الي د مثناة برهانه فلان الحاصل من ضرب ح في د كالحاصل من ضرب د في ح بالشكل السادس عشر من السابعة فلان ح د ضربا في ح وحصل منه ا ه فنسبة ا الي ه كنسبة ح الي د بالشكل السابع عشر من السابعة وبمثله تبين ان نسبة ه الي ب كنسبة ح الي د فنسبة ا الي ه كنسبة ه الي ب باستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة ونسبة ح الي د كنسبة ا الي ه فنسبة ح الي د مثناة كنسبة ا الي ه مثناة ونسبة ا الي ب كنسبة ا الي ه مثناة فنسبة ا الي ب كنسبة ح الي د مثناة باستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

يب

بين كل مكعبين عددان يتوالي الاربعة علي نسبة واحدة ونسبة المكعب الي المكعب كنسبة ضلعه الي ضلع آخر مثلثة بالتكرير ۞

ليكن المكعبان ا ب و ح ضلع ا و د ضلع ب فيحصل اقل ثلثة اعداد

علي نسبة ج الي د بالشكل الثاني وهي ه ز ح فه مربع ج وح مربع د
باستبانة الشكل الثاني ونضرب كل واحد من ج د في ز فيحصل منه ط
ك وا مكعب ج وب معكب د فاعداد ا ط ك ب الاربعة متوالية علي نسبة واحدة بالشكل الثاني وهي نسبة ج الي د فنسبة ج الي د

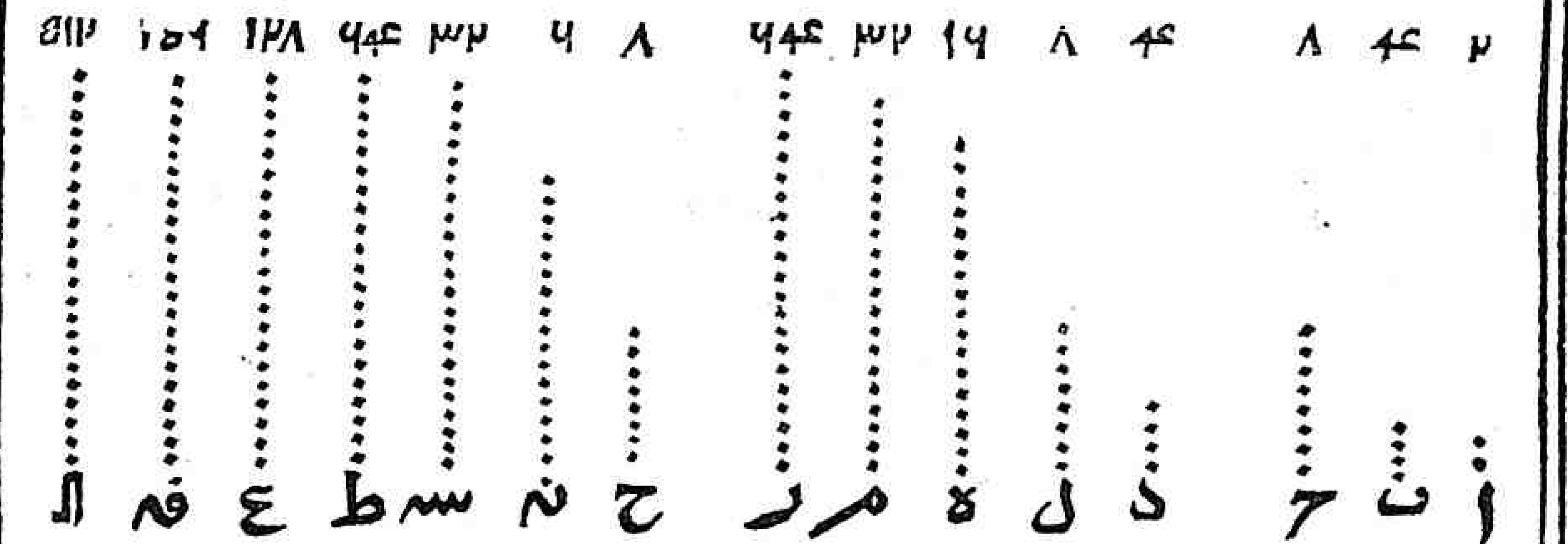


مثلثة كنسبة ا الي ط مثلثة ونسبة ا الي ب كنسبة ا الي ط مثلثة فنسبة
ا الي ب كنسبة ج الي د مثلثة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

يح

كل اعداد متوالية علي نسبة واحدة فمربعاتها متوالية علي نسبة واحدة وكذلك مكعباتها وما يتلوها من المراتب الغير المتناهية ۞

ليكن ا ب ج متوالية علي نسبة واحدة ود مربع ا وه مربع ب وز
مربع ج وح مكعب ا وط مكعب ب وك مكعب ج فاقول ان نسبة د الي

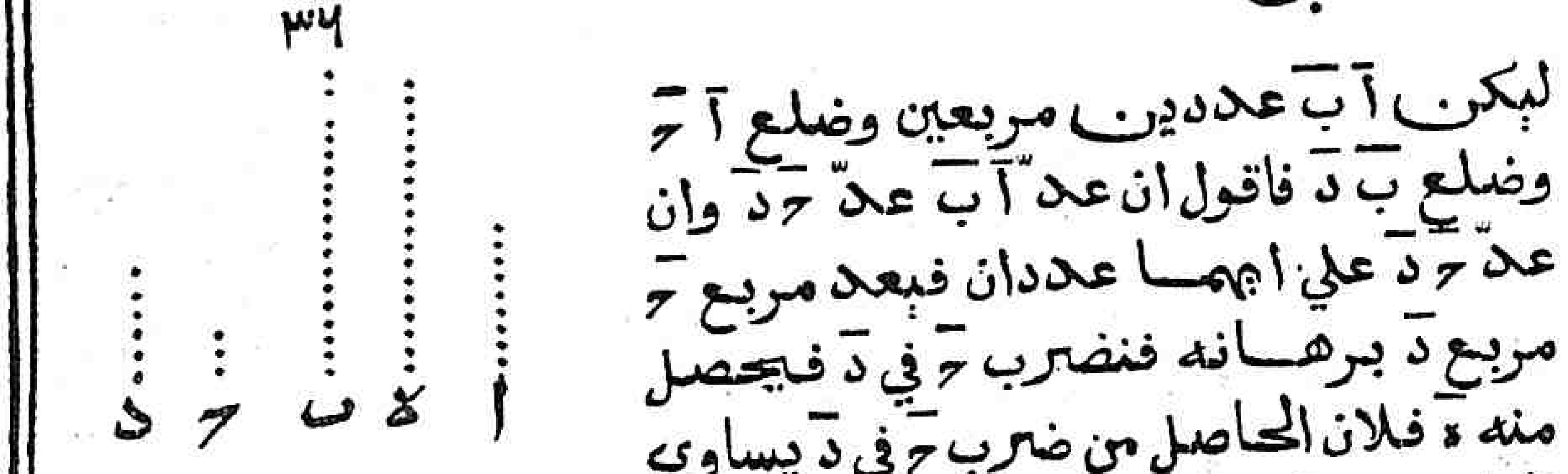


ه كنسبة ه الي ز وان نسبة ح الي ط كنسبة ط الي ك وكذلك ما يتلوه من
المراتب برهانه ليكن ل حاصل من ضرب ا في ب وم حاصل من
ضرب ب في ج ون س حاصلي ضرب ا ب في ل وع ف حاصلي ضرب ب ج
في م فلان نسبة ب الي ج كنسبة ا الي ب وبالشكل الحادي عشر نسبة د الي
ل كنسبة ل الي ه ونسبة ه الي م كنسبة م الي ز وكل واحدة من نسبتي د
الي ل ول الي ه كنسبة ا الي ب فكل من نسبتي د الي ل ول الي ه كنسبة ب
الي ج فنسبة د الي ل كنسبة ه الي م ونسبة ل الي ه كنسبة م الي ز فنسبة
د الي ه

د الي ه كنسبة ه الي ز بالشكل الرابع عشر من السابعة وايضا فلان ح ط
ك مكعبات لاعداد ا ب ج وقد ضرب ا ب في ل حصل منه ن س وب ج
ضرب في م حصل منه ع ف فبالشكل المتقدم نسبة ح الي ن ون الي س
وس الي ط كنسبة ا الي ب ونسبة ط الي ع وع الي ف وف الي ك كنسبة ب الي
ج فباستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة كل واحدة من نسبة ح الي
ن ون الي س وس الي ط كنسبة ب الي ج فبهذه الاستبانة نسبة ح الي ن
كنسبة ط الي ع ونسبة ن الي س كنسبة ع الي ف ونسبة س الي ط
كنسبة ف الي ك فبالمساواة نسبة ح الي ط كنسبة ط الي ك بالشكل
الرابع عشر من السابعة وبمثله تبين ما وراء لك من المراتب فالحكم ثابت
وذلك ما اردنا ان نبين ۞

يد

كل مربعين يعد احدهما الآخر فضلع العاد يعد ضلع المعدود وكل عدد يعد عددا فمربع العاد يعد مربع المعدود ۞



ليكن ا ب عددين مربعين وضلع ا ج
وضلع ب د فاقول ان عدّ ا ب عدّ ج د وان
عدّ ج د علي انهما عددان فيعد مربع ج
مربع د برهانه فنضرب ج في د فيحصل
منه ه فلان الحاصل من ضرب ج في د يساوي
الحاصل من ضرب د في ج بالشكل السادس عشر من السابعة وج د ضربا
في ج حصل منه ا ه وفي د حصل منه ه ب فنسبة ا الي ه كنسبة ج الي د
ونسبة ه الي ب كنسبة ج الي د بالشكل السابع عشر من السابعة فنسبة ا
الي ه كنسبة ه الي ب باستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة وا يعدّ ب فا
يعدّ ه بالشكل السابع ونسبة ج الي د كنسبة ا الي ه فج يعدّ د وايضا ان
ج يعدّ د وا يعدّ ب وليكن ا مربع ج وب مربع د وه الحاصل من ضرب
ج في د فتبين بمثل ما بينا ان نسبة ا الي ه كنسبة ه الي ب ونسبة ج الي د
كنسبة ا الي ه وج يعدّ د فا يعدّ ه فا يعدّ ب لان عاد العاد يعدّ
معدوده وذلك ما اردنا ان نبين ۞
واستبان منه انه اذا لم يعدّ عدد عددا لم يعدّ مربعه مربعه واذا لم
يعدّ مربع مربعا لم يعدّ ضلعه ضلعه ۞

يه

كل مكعبين يعدّ احدهما الاخر فضلع العاد يعدّ ضلع المعدود وكل عدد يعدّ عددًا فمكعب العاد يعدّ مكعب المعدود

٨ ١٦ ٣٢ ٦٤ ٢ ٤ ٤ ٨ ١٦

ا ط ك ب ج د ه ح ز

ليكن آ ب عددين مكعبين وضلع آ ج وضلع ب د فاقول ان عدّ آ ب يعدّ ج د وان عدّ ج د علي ايهما عددان فيعد مكعب ج مكعب د برهانه فنضرب ج في نفسه فيحصل منه ه ونضرب ج في د فيحصل منه ح ونضرب د في نفسه فيحصل منه ز ونضرب ج د في ح فيحصلا منه ط ك فظاهر ان ه ح ز متوالية وآ ط ك ب متوالية علي نسبة ج الي د بالشكل السابع عشر وبالشكل الثامن عشر من السابعة وبالشكل الثاني عشر من الثامنة ولان آ ط ك ب متوالية علي نسبة واحدة ويعدّ آ ب فآ يعدّ ط بالشكل السابع ونسبة آ الي ط كنسبة ج الي د فج يعدّ د وايضا ان عدّ ج د فيعد آ ب وليكن آ مكعب ج وب مكعب د وه الحاصل من ضرب ج في نفسه وح الحاصل من ضرب ج في د وز الحاصل من ضرب د في نفسه وط ك الحاصلان من ضرب ج د في ح فتبين بمثل ما بينا ان آ ط ك ب متوالية علي نسبة ج الي د وايضا ان ه ح ز متوالية علي نسبة ج الي د ولان ج يعدّ د ونسبة ج الي د كنسبة آ الي ط فآ يعدّ ط وبهذا الدليل ط يعدّ ك وك ب ولان آ يعدّ ط وط يعدّ ك فآ يعدّ ك لكن ك يعدّ ب فآ يعدّ ب وذلك ما اردنا ان نبـــــــــين ۞

واستبان منه انه اذا لم يعدّ عدد عددا لم يعدّ مكعبه مكعبه واذا لم يعدّ مكعب مكعبا لم يعدّ ضلعه ضلعـــــــــه ۞

يو

كل عددين مسطحين متشابهين فانه يقع بينهما عدد ويتوالي الثلثة علي نسبة واحدة ونسبة المسطح الي المسطح كنسبة ضلع من المنسوب الي نظيره من ضلعي المنسوب اليه مثناة بالتكـــــــرير ۞

ليكن

ليكن آ ب مسطحين متشابهين وضلعا آ ج د وضلعا ب ه ز ونسبة ج الي ه كنسبة د الي ز فاقول انه يقع بين آ ب عدد ويصير الثلثة متوالية علي نسبة واحدة وان نسبة آ الي ب كنسبة ج الي ه مثناة برهانه وليكن ح حاصل من ضرب د في ه فلان د ضرب في ه وحصل منه ح والحاصل من ضرب د في ه وعكسه متساويان بالشكل السادس عشر من السابعة فح يساوي مسطح كل من د ه في الآخر فد ضرب في ج ه حصل منه آ ح فنسبة آ الي ح كنسبة ج الي ه بالشكل الثامن عشر من السابعة وكانت نسبة د الي ز كنسبة ج الي ه فباستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة نسبة آ الي ح كنسبة ح الي ب ولان ه ضرب في د ز وحصل منه ح ب فنسبة ح الي ب كنسبة د الي ز بالشكل الثامن عشر من السابعة فباستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة نسبة آ الي ح كنسبة ح الي ب ولان نسبة ج الي ه كنسبة آ الي ح فنسبة ج الي ه مثناة كنسبة آ الي ح مثناة لان نسبة آ الي ح كنسبة ح الي ب فنسبة آ الي ب كنسبة آ الي ح مثناة فباستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة نسبة آ الي ب كنسبة ج الي ه مثناة وبمثله تبين ان نسبة آ الي ب كنسبة د الي ز مثناة وذلك ما اردنا ان نبـــــــــين ۞

١٢ ١٨ ٢٧ ٢ ٦ ٣ ٩

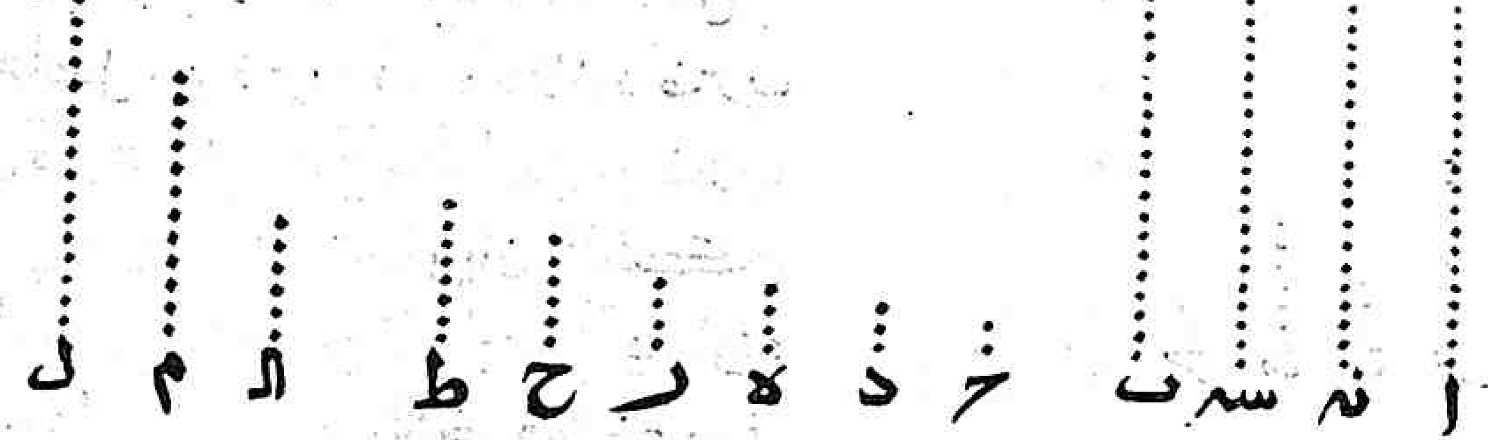
ا ح ب ج د ه ز

يز

كل عددين مجسمين متشابهين فانه يقع بينهما عددان ويتوالي الاربعة علي نسبة واحدة ونسبة المجسم الي المجسم كنسبة ضلع من اضلاع احدهما اي ضلع كان الي نظيره من اضلاع الآخر مثلثة بالتكـــــــرير ۞

ليكن آ ب المجسمين المتشابهين وج د ه اضلاع آ وز ح ط اضلاع ب وليكن نسبة ج الي ز كنسبة د الي ح وكنسبة ه الي ط وليكن ك حاصلا من ضرب ج في د ول حاصلا من ضرب ز في ح وك ل مسطحان متشابهان فيقع بينهما عدد وليكن م ويتوالي الثلثة علي نسبة ج الي ز بالشكل المتقدم وليكن ن س حاصلين من ضرب ه ط في م فاقول ان آ ن س ب

الاربعة متوالية علي نسبة واحدة وان نسبة آ الي ب كنسبة ح الي ر مثلثة بالتكرير برهانه فلان آ نه حاصلان من ضرب ة في ك م فنسبة آ



الي نه كنسبة ك الي م بالشكل الثامن عشر من السابعة ونسبة ح الي ر كنسبة ك الي م بالشكل المتقدم فنسبة آ الي نه كنسبة ح الي ر باستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة ولان نه سه حاصلان من ضرب ة ط في م فنسبة نه الي سه كنسبة ة الي ط بالشكل السابع عشر من السابعة وكانت نسبة ح الي ر كنسبة ة الي ط فباستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة نسبة نه الي سه كنسبة ح الي ر ولان سه ب حاصلان من ضرب ط في م ل فنسبة سه الي ب كنسبة م الي ل بالشكل الثامن عشر من السابعة ونسبة ح الي ر كنسبة م الي ل بالشكل المتقدم فنسبة سه الي ب كنسبة ح الي ر باستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة فنسبة آ الي نه كنسبة نه الي سه ونسبة سه الي ب باستبانة الشكل المذكور ولان نسبة ح الي ر كنسبة آ الي نه فنسبة ح الي ر مثلثة كنسبة آ الي نه مثلثة ونسبة آ الي ب كنسبة آ الي نه مثلثة فباستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة نسبة آ الي ب كنسبة ح الي ر مثلثة وبمثله تبين ان نسبة آ الي ب مثل كل واحدة من نسبتي د الي ح وة الي ط وذلك ما اردنا ان نبين ۞

يج

كل عددين يقع بينهما عدد ويصير الثلثة متوالية علي نسبة واحدة فهما مسطحان متشابهان

لبكن آ ب عددين وقع بينهما ح وصارت الثلثة متوالية علي نسبة واحدة فاقول ان آ ب مسطحان متشابهان برهانه فلنجد اقل عددين علي نسبة آ الي ح بالشكل الثالث والثلثين من السابعة

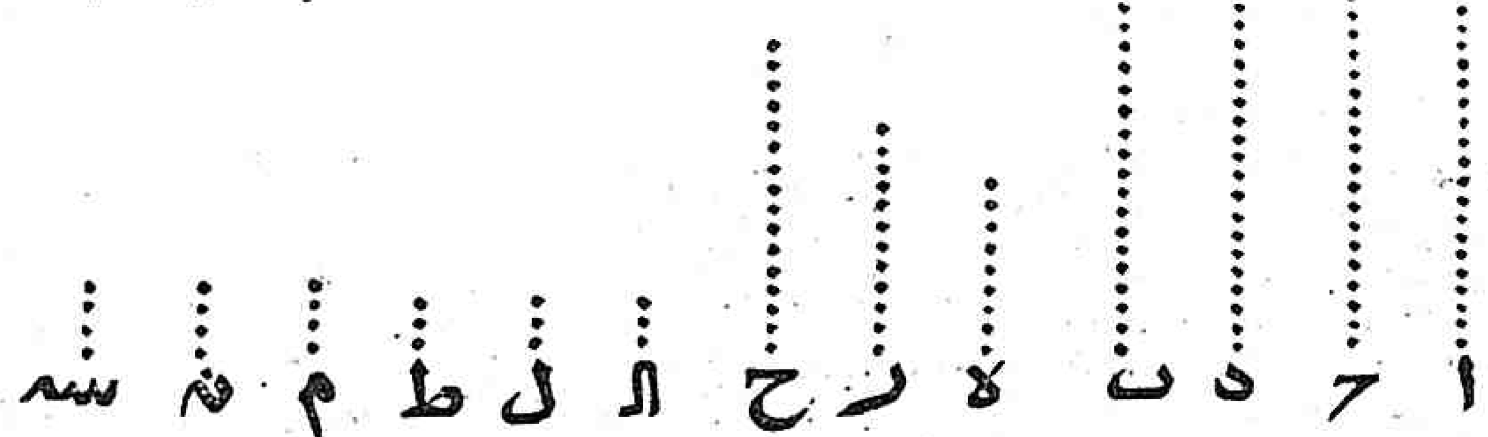
١٨ ٢٤ ٣٢ ٣ ٤ ٦ ٨
ا ح ب د ة ر ح

ولبكونا

ولبكونا د ة فهما يعدان كل عددين علي نسبتهما عدا واحدا بالشكل العشرين من السابعة فد يعد آ وة ح فليعدا باحاد ر ويعدان ح ب ايضا عدا واحدا فليعدا بعدة احاد ح فلان د يعد آ باحاد ر فنسبة الواحد الي ر كنسبة د الي آ فضرب د في ر هو آ بالشكل التاسع عشر من السابعة وبمثله تبين ان الحاصل من ضرب ة في ح هو ب فآ ب مسطحان ولان ة يعد ح باحاد ر ود يعد ح باحاد ح فنسبة الواحد الي ر كنسبة ة الي ح ونسبة الواحد الي ح كنسبة د الي ح فضرب كل واحد من ة في ر ود في ح هو ح بالشكل التاسع عشر من السابعة فهذا الشكل بعينه نسبة د الي ة كنسبة ر الي خ فآ ب مسطحان متشابهان وذلك ما اردنا ان نبين ۞

يط

كل عددين يقع بينهما عددان ويصير الاربعة متناسبة علي نسبة واحدة فهما مجسمان متشابهان ۞



لبكن آ ب عددين وقع بينهما عددا ح د وصارت الاربعة اليه علي نسبة واحدة فاقول ان آ ب مجسمان متشابهان برهانه فلان نسبة آ الي ح كنسبة ح الي د وكنسبة د الي ب فلنجد اقل ثلثة اعداد علي نسبة آ الي ح ونسبة ح الي د بالشكل الثالث والثلثين من السابعة ولبكن هي ة ر ح فة ح مسطحان متشابهان بالشكل المتقدم ولبكن ك ل ضلعي ة وم نه ضلعي ح ونسبة ك الي م كنسبة ل الي نه ولان ة ر ح يعد آ ح د ح د ب عدا واحدا فليعد ة آ باحاد ط وح ب باحاد سه وفنسبة الواحد الي ط كنسبة ة الي آ فضرب ط في ة هو آ بالشكل التاسع عشر من السابعة فآ مجسم وبمثله تبين ان ب مجسم ولان ح عد عدد د باحاد ط وب باحاد سه فنسبة الواحد الي ط كنسبة ح الي د فد هو الحاصل من ضرب ط في ح بالشكل التاسع عشر من السابعة وبمثله تبين ان ب هو الحاصل من ضرب

سه في ح فنسبة ط الي سه كنسبة د الي ب بالشكل التاسع عشر من السابعة وكانت نسبة ر الي ج كنسبة د الي ب فنسبة ط الي سه كنسبة ر الي ح باستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة ونسبة ا الي م او ل الي نه كنسبة ر الي ح لما تبين في الشكل المتقدم فنسبة ط الي سه كنسبة ا الي م ف ل الي نه باستبانة الشكل الرابع من السابعة فا ب مجسمان متشابهان وذلك ما اردنا ان نبين

كـ

كل ثلثة اعداد متوالية علي نسبة واحدة اوّلها مربع فثالثها مربع

ليكن ا ب ج متوالية علي نسبة واحدة وا منها مربع فاقول ان ج مربع برهانه ناخذ اقل ثلثة اعداد متوالية علي نسبة ا ب ج بالشكل الثالث والثلثين من السابعة وهي د ه ر فكل من د ر مربع باستبانة الشكل الثاني فد ر متباينان بالشكل

٤ ٨ ١٦ ١ ٢ ٤ ١ ٢ ٢ ٤

ا ب ج د ه ر ح ط ك ل

الثالث فهما اقول عددين علي نسبتهما بالشكل الثاني والعشرين من السابعة ونسبة د الي ه كنسبة ا الي ب ونسبة ه الي د كنسبة ر الي ج فبالمساواة بالشكل الرابع عشر من السابعة نسبة د الي ر كنسبة ا الي ج فد يعدّ ا بعدة ما يعدّ ر ج بالشكل العشرين من السابعة وليكن ط ضلع د و ح ضلع ا و ك ضلع ر وان عدّ مربع مربعا عدّ ضلع العاد ضلع المعدود بالشكل الرابع عشر فط يعدّ ح وليعدّ ك ل بعدة ما يعدّ ط ح فنسبة ك الي ل كنسبة ط الي ح فنسبة ك الي ل مثناة كنسبة ط الي ح مثناة ونسبة المربع الي المربع كنسبة ضلع المربع المنسوب الي ضلع المربع المنسوب اليه مثناة بالشكل الحادي عشر فنسبة مربع ك الي مربع ل كنسبة مربع ط الي مربع ح ود مربع ط وا مربع ح ور مربع ك وكانت نسبة د الي ر كنسبة ا الي ج فبالابدال نسبة ر الي ج كنسبة د الي ا بالشكل الثالث عشر من السابعة فباستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة نسبة ر الي ج كنسبة ر بعينه الي مربع ل فج مربع ل فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

كا

كل

كل اربعة اعداد متوالية علي نسبة واحدة اوّلها مكعب فرابعها مكعب

ليكن ا ب ج د متوالية علي نسبة واحدة وا مكعب فاقول ان د مكعب برهانه ناخذ اربعة اعداد متوالية علي نسبة ا الي ب بالشكل الثالث الثلثين وهي ه ر ح ط فباستبانة الشكل الثاني ه ط مكعبان وهما متباينان

٨ ١٦ ٣٢ ٦٤ ٨ ١٦ ١ ٢ ٤ ٨ ١ ٢ ٢ ٤

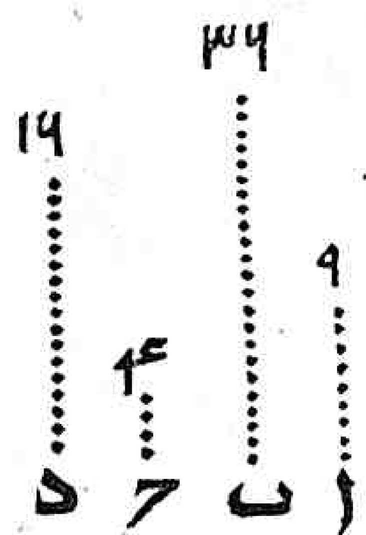
ا ب ج د ه ز ح ط ك ل م ن سه

بالشكل الثالث فهما اقل عددين علي نسبتهما بالشكل الثاني والعشرين من السابعة فلان نسبة ا الي ب كنسبة ه الي ر ونسبة ب الي ج كنسبة ر الي ح ونسبة ج الي د كنسبة ح الي ط فبالمساواة نسبة ه الي ط كنسبة ا الي د بالشكل الرابع عشر من السابعة فه يعدّ ا بعدة مايعدّ ط د بالشكل العشرين من السابعة وليكن ك ضلع ه ول ضلع ا ونه ضلع ط واذا عدّ مكعب عدّ ضلع العاد ضلع المعدود بالشكل الخامس عشر فليعدّ ك ل بعدة ما يعدّ نه سه فنسبة نه الي سه كنسبة ك الي ل فنسبة نه الي سه مثلثة كنسبة ك الي ل مثلثة فنسبة مكعب نه الي مكعب سه كنسبة مكعب ك الي مكعب ل بالشكل الثاني عشر وكانت نسبة ه الي ط كنسبة ا الي د فبالابدال بالشكل الثالث عشر من السابعة نسبة ط الي د كنسبة ه الي ا فباستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة نسبة ط الي د كنسبة ط بعينه الي مكعب سه فمكعب سه يساوي د فد مكعب سه فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

الب

كل عددين علي نسبة مربعين واحدهما مربع فالاخر مربع

ليكن ج د مربعين ونسبة ا الي ب كنسبة ج الي د وا مربع فاقول ان ب مربع برهانه فلان ج د مربعان فيقع بينهما عدد ويصير الثلثة متوالية علي نسبة واحدة بالشكل الحادي عشر وا ب علي نسبة ج د فيقع بينهما



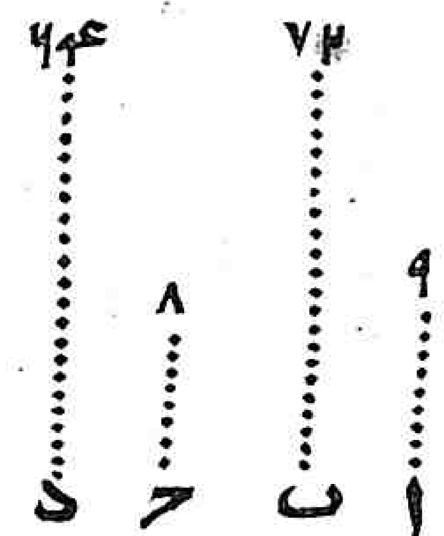
عدد ويصير الثلثة متوالية علي نسبة واحدة بالشكل الثامن وكل ثلثة اعداد متوالية علي نسبة واحدة واولها مربع فثالثها مربع بالشكل العشرين فب مربع وذلك ما اردنا ان نبين ۞

واستبان منه ان كل عددين علي نسبة مربعين فهما مسطحان متشابهان ۞

لان تبين من هذا الشكل ان كل عددين علي نسبة مربعين وليس احدهما مربعا فهما مسطحان متشابهان لانا بينا في برهانه ان كل عددين علي نسبة مربعين فانه يقع بينهما عدد ويصير الثلثة متوالية علي نسبة وقد بين في الشكل الثامن عشر ان كل عددين يقع بينهما عدد ويصير الثلثة متوالية علي نسبة فهما مسطحان متشابهان وكل مربعين فهما مسطحان متشابهان وكل عددين علي نسبة مربعين فهما مسطحان متشابهان ۞

كج

كل عددين علي نسبة مكعبين واحدهما مكعب فالاخر مكعب ۞



ليكن ج د مكعبين ونسبة ا الي ب كنسبة ج الي د وا مكعب فاقول ان ب ايضا مكعب برهانه فلان ج د مكعبان فيقع بينهما عددان ويصير الاربعة متوالية علي نسبة بالشكل الثاني عشر فيقع بين ا ب عددان ويصير الاربعة متوالية علي نسبة بالشكل الثامن وكل عددين يقع بينهما عددان ويصير الاربعة متوالية علي نسبة واحدهما مكعب فالاخر مكعب بالشكل الواحد والعشرين فب مكعب وذلك ما اردنا ان نبين ۞

واستبان منه ان كل عددين علي نسبة مكعبين فهما مجسمان متشابهان وذلك لانا بينا في برهان هذا الشكل ان كل عددين علي نسبة مكعبين فانه يقع بينهما عددان ويصير الاربعة متواليه علي نسبة وقد بين في الشكل التاسع عشر ان كل عددين يقع بينهما عددان ويتوالي الاربعة علي نسبة فهما مجسمان متشابهان وكل مكعبين فهما مجسمان متشابهان فكل عددين علي نسبة مكعبين فهما مجسمان متشابهان ۞

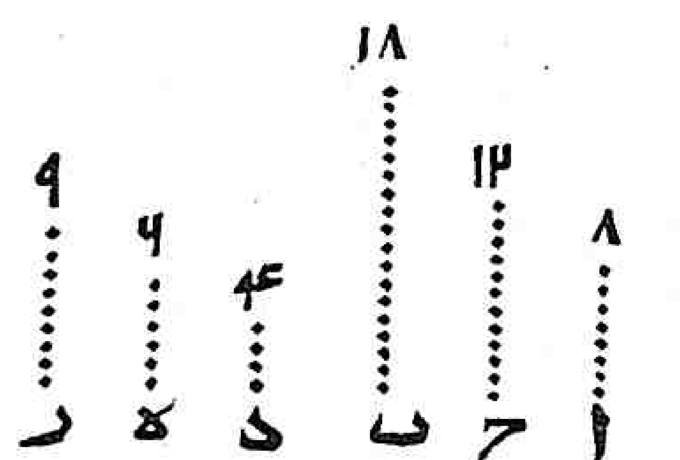
اقول ان الشكلين اللذين ذكرناهما الاستبانة في هذا الشكل والشكل الذي قبله جعلهما ثابت بن قره الشكل الرابع والعشرين والخامس والعشرين

من كتابه ولم يجعلهما الحجاج شكلا من كتابه والا يقف بطريقه اقليدس في كتابه هذا ان كل ما يعلم بطريق الاستبانه او من الاشكال المتقدمه لم يجعله شكلا من كتابه فلذلك لم يجعلهما من اصل الكتاب ۞

كد

كل مسطحين متشابهين فهما علي نسبة مربعين

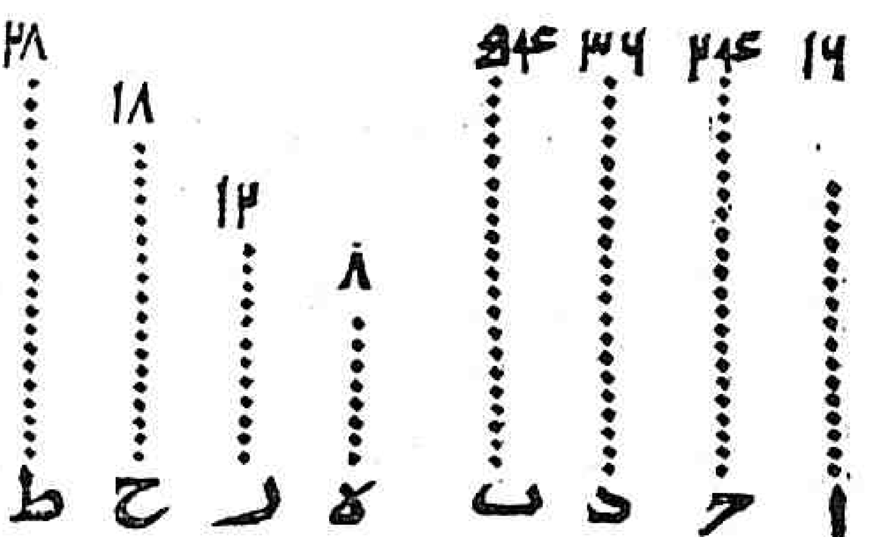
ليكن ا ب مسطحين متشابهين فاقول انهما علي نسبة مربعين برهانه فلان ا ب مسطحان متشابهان يقع بينهما عدد ويتوالي الثلثة علي نسبة واحدة بالشكل السادس عشر وليكن ذلك العدد ج وناخذ اقل ثلثة اعداد علي نسبة ا ج ب بالشكل الثالث والثلثين من السابعة وهي د ه ز فكل من د ز مربع باستبانة الشكل الثاني ونسبة ا الي ج كنسبة د الي ه ونسبة ج الي ب كنسبة ه الي ز فبالمساواة نسبة ا الي ب كنسبة ه الي ز بالشكل الرابع عشر من السابعة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞



كه

كل مجسمين متشابهين فهما علي نسبة مكعبين

ليكن ا ب مجسمين متشابهين فاقول انهما علي نسبة مكعبين برهانه فلان ا ب مجسمان متشابهان يقع بينهما عددان ويصير الكل متوالية علي نسبة بالشكل السابع عشر وليكن هما ج د وناخذ اقل اعداد علي نسبة ا ج د ب بالشكل الثالث والثلثين من السابعة وهي ه ز ح ط فه ط مكعبان باستبانة الشكل الثاني فلان نسبة ا الي ج كنسبة ه الي ز ونسبة ج الي د كنسبة ز الي ح ونسبة د الي ب كنسبة ح الي ط فبالمساواة بالشكل الرابع عشر نسبة ا الي ب كنسبة ه الي ط بالشكل الرابع عشر من السابعة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞



۞ تمت المقالة الثامنة والحمد لله علي التوفيق ۞

المقالة التاسعة وهي ثلثة وثلثون شكلا

الاشكال

آ

كل مسطحين متشابهين فان الحاصل من ضرب احدهما في الآخر مربع ✿

لبكن آ ب مسطحين متشابهين وضرب آ في ب حصل منه ح فاقول ان ح مربع برهانه نضرب آ في نفسه فيحصل منه د فلان آ ضرب في نفسه وفي ب حصل منه د ح فنسبة آ الي ب كنسبة د الي ح بالشكل الثامن عشر من السابعة و آ ب مسطحان متشابهان فيقع بينهما عدد ويتوالي الثلثة علي نسبة بالشكل السادس عشر من الثامنة فيقع بين د ح عدد ويصير معهما متوالية علي نسبة بالشكل الثامن من الثامنة وكل ثلثة اعداد يتوالية علي نسبة اوّلها مربع فالثالث مربع بالشكل العشرين من الثامنة و د مربع فح مربع وذلك ما اردنا ان نبين ✿

ب

كل عددين مسطح احدهما في الآخر مربع فهما مسطحان متشابهان ✿

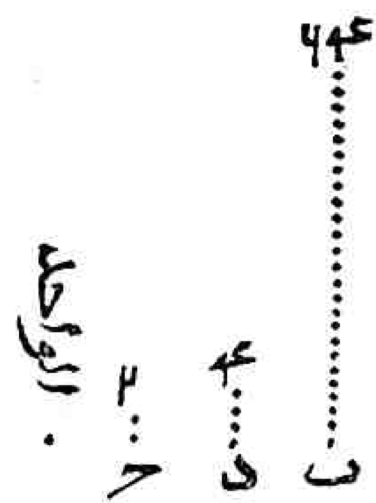
لبكن مسطح آ في ب ح وهو مربع فاقول ان عددي آ ب مسطحان متشابهان برهانه نضرب آ في نفسه فيحصل منه د مربعا فلان آ ضرب في نفسه وفي ب حصل منه د ح فنسبة آ الي ب كنسبة د الي ح بالشكل الثامن عشر من السابعة و د ح عددان مربعان وكل عددين علي نسبة مربعين فهما مسطحان متشابهان باستبانة الشكل الثاني والعشرين من الثامنة فآ ب عددان مسطحان متشابهان وذلك ما اردنا ان نبين ✿

واستبان منه ان الحاصل من ضرب المربع في المربع مربع وان الحاصل من ضرب

ضرب عدد في عدد اذا كان مربعا فالمضروب فيه مربع وان الحاصل من ضرب المربع في عدد اذا كان غير مربع فان المضروب فيه غير مربع وان الحاصل من ضرب مربع في غير مربع غير مربع ✿

ج

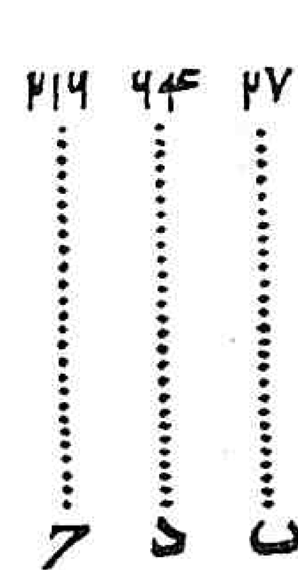
مربع كل مكعب مكعب ✿



لبكن آ مكعبا وضرب في نفسه حصل منه ب فاقول ان ب مكعب برهانه لبكن ح ضلع آ و د مربع ح فنسبة الواحد الي ح كنسبة ح الي د و ح ضرب في د حصل منه آ فنسبة ح الي آ كنسبة الواحد الي د و بالابدال بالشكل الثالث عشر من السابعة نسبة د الي آ كنسبة الواحد الي ح وكانت نسبة ح الي د كنسبة الواحد الي ح فباستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة نسبة ح الي د كنسبة د الي آ فقد وقع بين الواحد و آ عددان وتوالت الاربعة علي نسبة واحدة ولان آ ضرب في نفسه حصل منه ب فنسبة آ الي ب كنسبة الواحد الي آ فيقع بين آ و ب عددان وتصير الاربعة متوالية علي نسبة بالشكل الثامن من الثامنة وكل اربعة اعداد متوالية علي نسبة اوّلها مربع فالرابع مربع بالشكل الواحد والعشرين من الثامنة فب مربع وذلك ما اردنا ان نبين ✿

د

الحاصل من ضرب المكعب في المكعب مكعب ✿

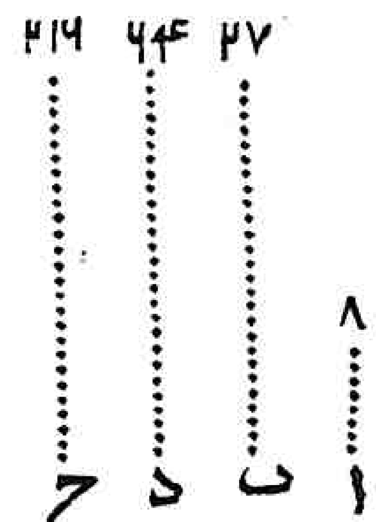


لبكن آ المكعب ضرب في ب المكعب فحصل ح فاقول ان ح مكعب برهانه نضرب آ في نفسه فحصل منه د فد مكعب بالشكل المتقدم فآ ضرب في نفسه و في ب حصل منه د ح فنسبة آ الي ب كنسبة د الي ح بالشكل الثامن عشر من السابعة فد ح علي نسبة مكعبين و د منهما مكعب فح مكعب بالشكل الثامن عشر من الثامنة وذلك ما اردنا ان نبين ✿

ه

كل عدد ضرب فيه مكعب فحصل منه مكعب فالمضروب فيه مكعب ✿

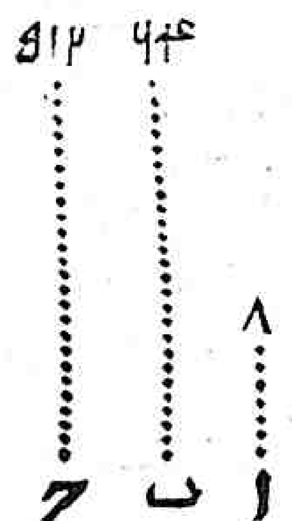
ليكن آ مكعبا وضرب في ب فحصل ج مكعبا فاقول ان ب مكعب برهانه



نضرب آ في نفسه فيحصل منه د مكعبا بالشكل الثالث ونسبة آ الي ب كنسبة د الي ج بالشكل الثامن عشر من السابعة فا ب علي نسبة المكعبين وآ مكعب فب مكعب بالشكل الثالث والعشرين من الثامنة وذلك ما اردنا ان نبين ۞ واستبان منه ان مسطح المكعب في غير المكعب غير مكعب وان كل عدد ضرب فيه مكعب وحصل غير المكعب فالمضروب فيه غير مكعب ۞

و

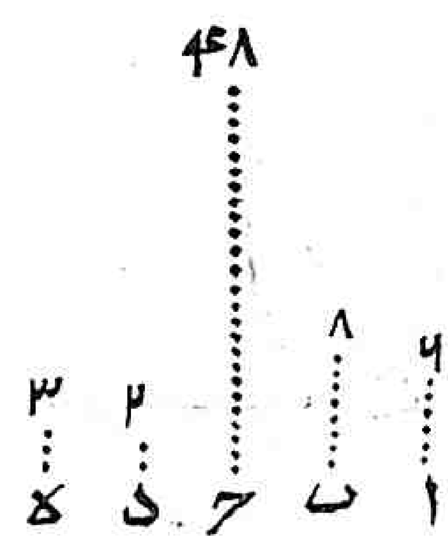
كل عدد ضرب في نفسه فحصل منه مكعب فهو مكعبا ۞



ليكن آ ضرب في نفسه فحصل منه ب مكعب فاقول ان آ مكعب برهانه نضرب آ في ب فيحصل ج فج مكعب فلان آ ضرب في نفسه حصل ب وآ ضرب في ب حصل ج فنسبة آ الي ب كنسبة ب الي ج بالشكل الثامن عشر من السابعة فا ب علي نسبة مكعبين وب مكعب فآ مكعب بالشكل الثالث والعشرين من الثامنة وذلك ما اردنا ان نبين ۞

ز

كل عدد مركب ضرب في عدد آخر فالحاصل منه عدد مجسم ۞



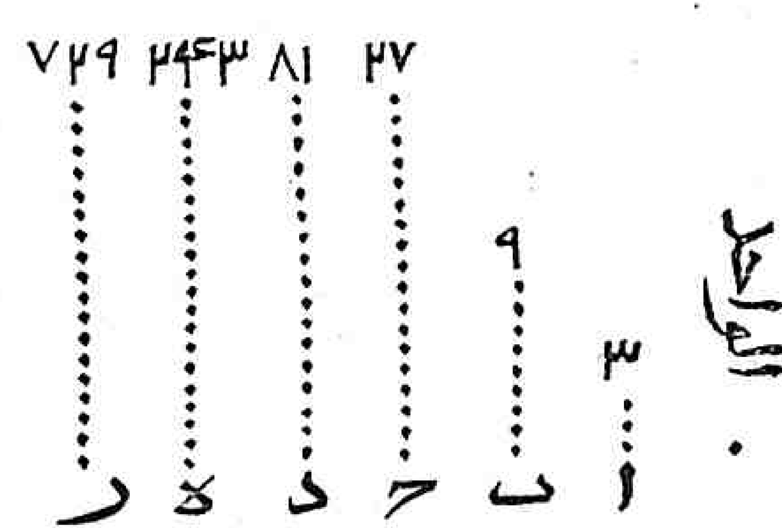
ليكن آ عددا مركبا وضرب في ب فحصل ج فاقول ان ج عدد مجسم برهانه فلان آ مركب فليعده عدد فليعده د باحاد ه فا حاصل من ضرب د في ه وضرب آ في ب وحصل ج فج مجسم وذلك ما اردنا ان نبين ۞

ح

كل اعداد مبتدئة من الواحد متوالية علي نسبة واحدة

واحدة كم كانت فان ثالث الواحد منها مربع ثم ثالث الثالث مربع علي الولاء بالغا ما بلغ ورابع الواحد مكعب ثم رابع الرابع مكعب علي الولاء بالغا ما بلغ وسابع الواحد مربع مكعب ثم سابع السابع علي الولاء بالغا ما بلغ مربع مكعب ۞

ليكن آ ب ج د ه ز اعداد متوالية علي نسبة من الواحد فاقول ان ب مربع وثالث وثالث ثالثة بالغا ما بلغ مربع ود مكعب ورابعة ورابع رابعة بالغا ما بلغ مكعب وز مربع مكعب وسابعة وسابع سابعة بالغا ما بلغ مربع مكعب برهانه فلان نسبة الواحد الي آ كنسبة آ الي ب فب مربع آ لان آ يعد ب باحاد آ فالحاصل من ضرب آ في

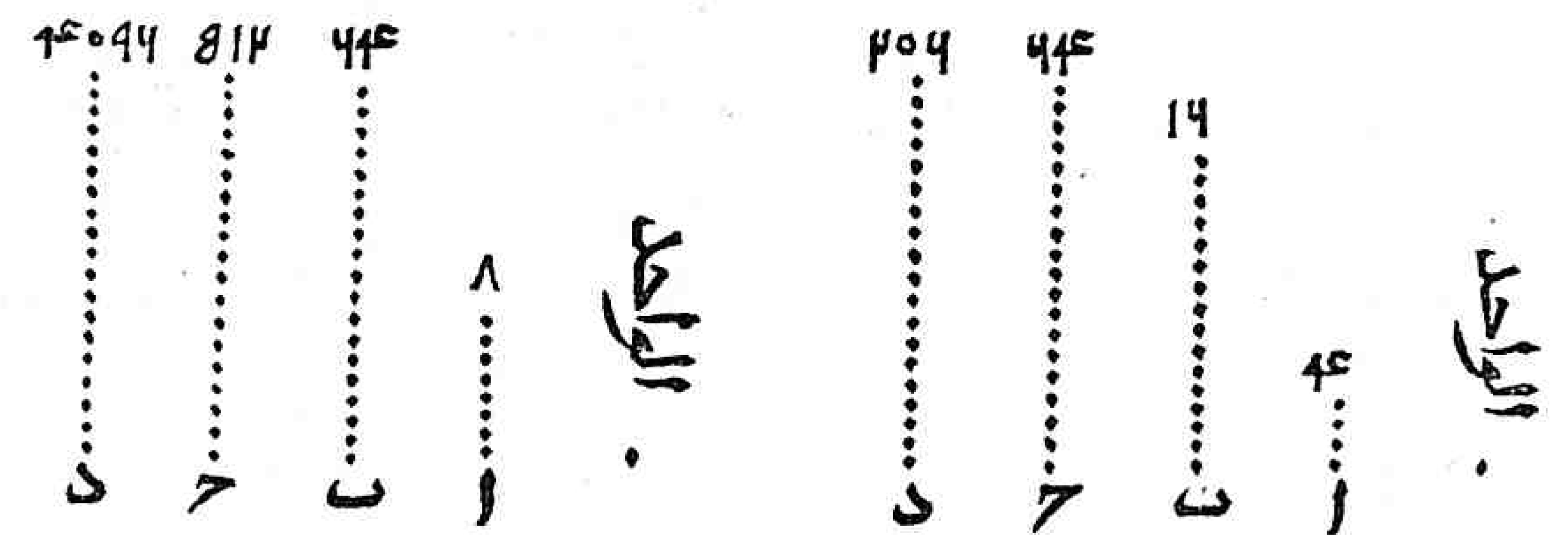


نفسه يكون بالمصادرة ولان نسبة الواحد الي ب كنسبة ب الي د وكنسبة د الي ز بالشكل الرابع عشر من السابعة فكل واحد من د وز مربع بالشكل العشرين من الثامنة ولو بيناه بالمصادرة لجاز وكان احسن ولان نسبة الواحد الي آ كنسبة ب الي ج فالحاصل من ضرب آ في ب ج فج مكعب ونسبة الواحد الي ج كنسبة ج الي ز بالشكل الرابع عشر من السابعة وج مكعب فز مكعب بالشكل العشرين من الثامنة فز مربع مكعب معا وبمثله نبين ان سابع ز مربع معا وهكذا تبين فيهما بعد من المراتب وذلك ما اردنا ان نبين ۞

ط

كل اعداد متوالية من الواحد علي نسبة واحدة كم كانت الاعداد فان كان الذي يلي الواحد مربعا فالكل مربع وان كان مكعبا فالكل مكعب ۞

لبكن الاعداد المتوالية من الواحد علي نسبة آ ب ح د فاقول ان كان آ مربعا فكل واحد من ب ح د مربع وان كان مكعبا فكل واحد من ب ح د مكعب برهـانه فان كان آ مربعا وب ثالث الواحد فهو مربع بالشكل



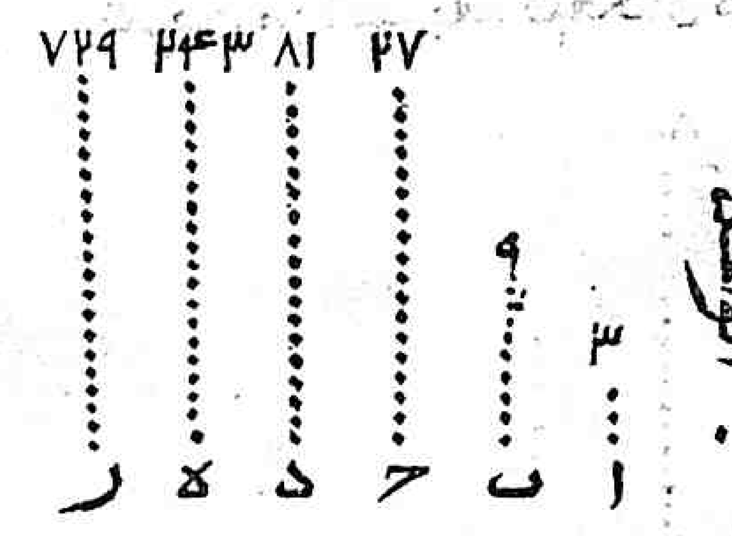
المتقدم ونسبة آ الي ب كنسبة ب الي ح وب ح علي نسبة مربعين وب مربع فح مربع بالشكل الثاني والعشرين من الثامنة وبمثله تبين ما بعده وان كان آ مكعبا فب مكعب لان نسبة الواحد الي آ كنسبة آ الي ب فب مربع آ باستبانة الشكل التاسع عشر من السابعة وآ مكعب فب مكعب بالشكل الثالث ولان نسبة آ الي ب كنسبة ب الي ح فب ح علي نسبة مكعبين وب مكعب فح مكعب بالشكل الثالث والعشرين من الثامنة وهذا تبين فيما بعد فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبـين ۞

ي

كل اعداد متوالية من الواحد علي نسبة كم كانت الاعداد وكان الذي يلي الواحد غير مربع فليس منها عدد مربع الا الثالث من الواحد وثالث الثالث علي الولاء علي هذا النسق بالغا ما بلغت وان كان الذي يلي الواحد غير مكعب فليس منها عدد مكعب الا الرابع الواحد ورابع الرابع علي الولاء علي هذا النسق بالغا مـــــــا بلغت ۞

لبكن آ ب ح د ه ر الاعداد المتوالية من الواحد علي نسبة واحدة وآ غير مربع فليس منها غير ب د ر وان كان آ غير مكعب فليس منها غير ح ر مكعب علي هذا النسق لوكانت الاعداد المتوالية المبتدئية من الواحد

الواحد اكثر من هذه برهـانه امّا ان كل واحد من ب د ر مربع وكل واحد من ح ر مكعب فبالشكل الثامن لذلک ما يتلوها من المراتب علي هذا النسق واما ان غير ب د ر لا يجوز ان يكون مربعا فلانه لوجاز



لبكن ح مربعا فلان نسبة آ الي ب كنسبة ب الي ح وب ح مربعان فآ مربع بالشكل الثاني والعشرين من الثامنة هذا خلف وبمثله تبين في الكل واما ان غير ح ر لا يجوز ان يكون مكعبا فلانه لوجاز لبكن ه مكعبا ونسبة آ الي ح كنسبة ح الي ه بالشكل الرابع عشر من السابعة وح ه مكعبان فنسبة آ الي ح كنسبة مكعبين وح مكعب فآ مكعب بالشكل الثالث والعشرين من الثامنة هذا خلف وبمثله تبين في الكل فالحكم ثابت وذلک ما اردنا ان نبـــــــين ۞

يا

كل اعداد متوالية من الواحد علي نسبة فان عدد الاقل منها يعد الاكثر منها بعدة احاد عدد منها

لبكن اعداد آ ب ح د ه متوالية من الواحد علي نسبة وح يعدّ ه فاقول انه يعده بعدة احـاد عدد منهـا

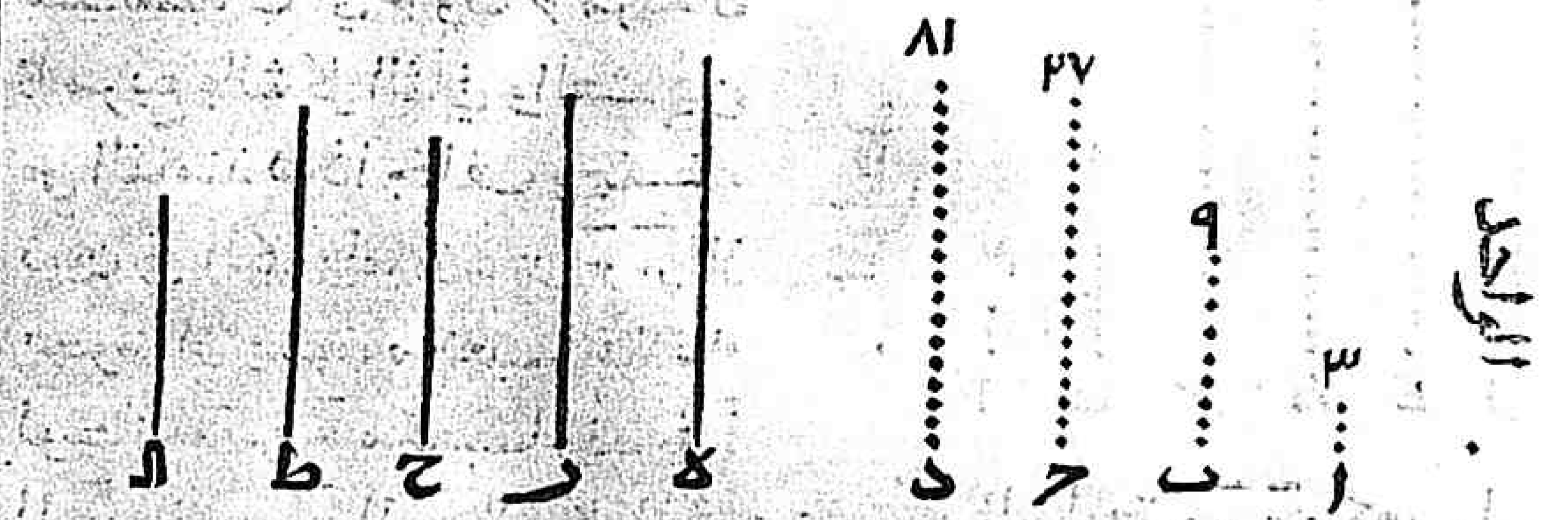


برهـانه فلان نسبة الواحد الي ب كنسبة ح الي ه بالشكل الرابع عشر من السابعة والواحد يعدّ ب بعدة احـاد ب فح يعدّ ه بعدة احـاد ب وبمثله تبين في كل اقل عدد يعدّ الاكثر منها فالحكم ثابت وذلک ما اردنا ان نبـــــــين ۞

يب

كل اعداد توالت من الواحد علي نسبة كم كانت الاعداد وكل عدد اوّل يعدّ الاخير منهـا فانه يعدّ العدد الذي يلي الواحـــــــد ۞

لبكن آ ب ج د متوالية من الواحد علي نسبة وه عدد اول يعدّ د فاقول انه يعدّ آ برهـانه لانه لو لم يعدّ ه آ فيكونان متباينين بالشكل الواحد والثلثين من السابعة فهما اقل عددين علي نسبتهمـا بالشكل الثاني والعشرين من السابعة فيعدان كل عددين علي نسبتهمـا عدا واحدا



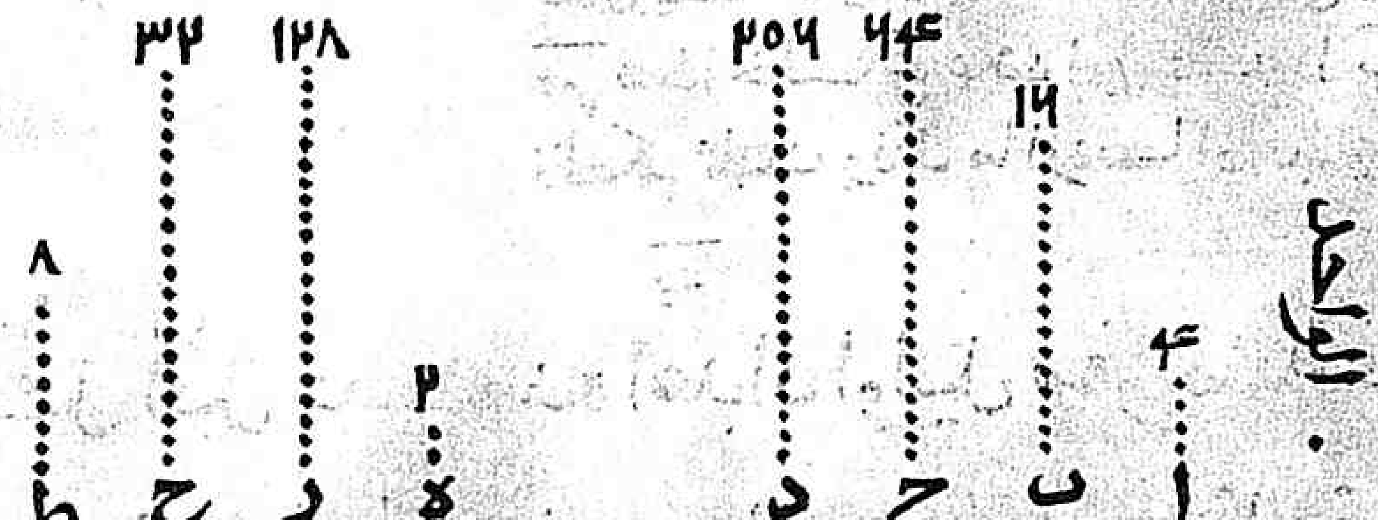
بالشكل العشرين من السابعة وليكن ه يعدّ د بز فنسبة الواحد الي ز كنسبة ه الي د فد هو الحاصل من ضرب ز في ه بالشكل التاسع عشر من السابعة ولان الواحد يعدّ آ بعدة ما يعدّ ج د فنسبة الواحد الي آ كنسبة ج الي د فالحاصل من ضرب آ في ج د بالشكل التاسع عشر من السابعة فنسبة ه الي آ كنسبة ج الي ز بالشكل التاسع عشر من السـابعة فه يعدّ ج بالشكل العشرين من السابعة ولبعده بح فه في ح ج وبمثله ما بينا تبين ان آ في ب ج ونسبة ه الي آ كنسبة ب الي ح فه يعدّ ب ولبعده بط فه في ط ب فآ في مثله ب فنسبة ه الي آ كنسبة آ الي ط فه يعدّ آ وكان لا يعده هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبـــين ۞

يح

كل اعداد توالت علي نسبة مبتداة من الواحد كم كانت و كان العداد الذي يلي الواحد منهـا عداد اول فلا يعدّ العدد الاكثر منها عدد غير تلك الاعـــــــــــداد ۞

لبكن الاعداد المتوالية من الواحد علي نسبة اعداد آ ب ج د وآ الذي يلي الواحد اول فاقول لا يعدّ د غير اعداد آ ب ج برهـانه والا فليعد د عدد ه وهو غير آ ب ج فه لا يجوز ان يكون عددا اوّل والا فليعد آ بالشكل المتقدم وآ عدد اول هذا خلف فه عدد مركب وكل عدد مركب يعد عدد اوّل بالشكل التاسع والعشرين من السابعة وذلك الاوّل لا يمكن ان يكون غير عدد آ والا فليكن عدد آ وآ يعدّ د فيعد آ بالشكل

بالشكل المتقدم هذا خلف فالعدد الاوّل الذي يعدّ عدده ه هو آ لا غير وليعدّ ه د بعدة احاد ز فنسبة الواحد الي ز كنسبة ه الي د فد مسطح ز في ه بالشكل التاسع عشر من السابعة فنسبة آ الي ز كنسبة ه الي ج بالشكل التاسع عشر من السابعة وآ يعدّ ه فز يعدّ ج ولان ه يعدّ د



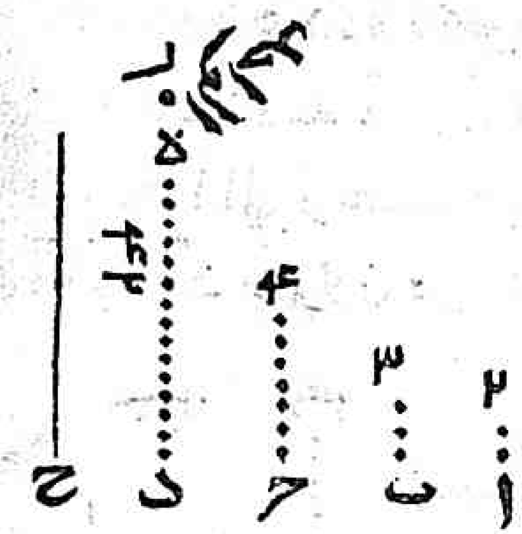
بعدد ليس هو آ ب ج فز ليس هو آ ولا ب فهو غيرهما وليس ز اوّل والا لعدّ آ الاوّل بالشكل المتقدم هذا خلف فهو مركب وكل مركب يعده عدد اوّل بالشكل التاسع والعشرين من السابعة وذلك الاوّل لا يمكن ان يكون غير آ والا لكان آ فك يعدّ ج فيعد آ بالشكل المتقدم هذا خلف فذلك الاوّل هو آ لا غير فآ يعدّ ز ولبـــعدّ ز ج بح فز في ح ج بالشكل التاسع عشر من السابعة لان نسبة الواحد الي ح كنسبة ز الي ج ولان نسبة الواحد الي آ كنسبة ب الي ج فج مسطح آ في ب بالشكل التاسع عشر من السابعة فنسبة آ الي ز كنسبة ح الي ب بالشكل التاسع عشر من السابعة وآ يعدّ ز فح يعدّ ب وليس ح آ لان ز عدّ ج بعدد ليس هو آ ولا ب وليس ح عددا اوّل والا لعدّ آ بالشكل المتقدم فهو مركب ولا يعدّ ح غير آ كما بينا فليعد ح ب بط فنسبة الواحد الي ط كنسبة ح الي ب فب مسطح ط في ح بالشكل التاسع عشر من السابعة ولان نسبة الواحد الي آ كنسبة آ الي ب فآ في نفسه هو ب باستبانة الشكل التاسع عشر من السابعة فنسبة آ الي ج كنسبة ط الي آ وآ يعدّ ح فط يعدّ آ وهو عدد اوّل هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبـــــين ۞

يه

كل اعداد اوّايل تفرض معلومة العدة فلا بد ان يوجد عدد اوّل لا يكون واحدا منهـــا ۞

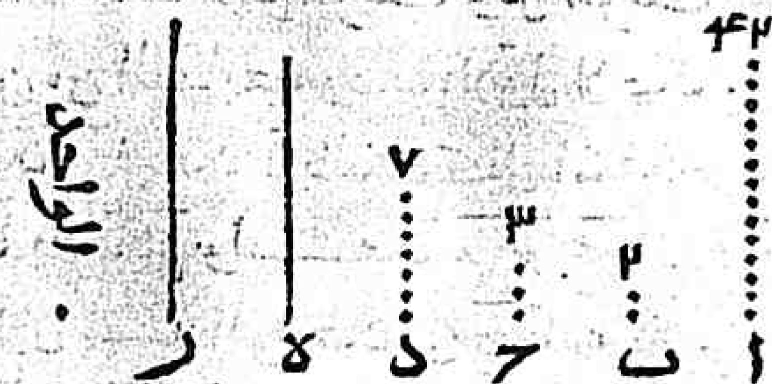
لبكن الاعداد الاوّايل المفروضة آ ب ج فاقول لنا ان نجد عددا اول غير هذه الثلثة برهـانه فلنجد اوّل عدد يعدّه اعداد آ ب ج بالشكل السادس والثلثين من السابعة وليكن ده ونزيد عليه واحدا وهو ه ز فدز ان كان اوّل فقد وجدنا عددا اوّل غير آ ب ج وان لم يكن دز عددا

اوّل فيعده عدد اوّل بالشكل الثلثين من السابعة وليكن الاوّل الذي يعدّ دز هو ح وهو ليس واحدا من ا ب ج لان كل واحد منها يعدّ ده فلو كان ح واحدا من ا ب ج لكان يعدّ ده وكان يعدّ دز فعدد ح يعدّ ه ز هذا خلف فح عدد اوّل غير ا ب ج فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞



يه

كل اقل عدد يعده اعداد اوايل مفروضة فلا يمكن ان يعدّ ذلك العدد المعدود عدد اوّل غير المفروضة ۞



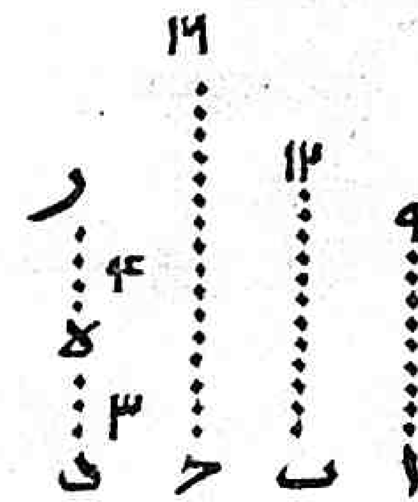
ليكن ا اقل عدد يعده اعداد ب ج د الاوايل فاقول لا يمكن ان يعدّ ا عدد اوّل غير ب ج د برهانه فان امكن فليعدّ ا عدد اوّل غير ب ج د وليكن هو عدد ه وليعده بز فنسبة الواحد الي ز كنسبة ه الي ا فا مسطح ز في ه بالشكل التاسع عشر من السابعة واذا عدّ الاوّل مسطحا عداد اضلاعه بالشكل الثاني والثلثين من السابعة وكل واحد من ب ج د عدّ ا فيعد احد اضلاعه ولا يمكن ان يعدّ ه لانه اوّل فكل منها يعدّ ز فز اقل من ا فاقل عدد يعده ب ج د هو ز الاقل من ا وكان هو ا هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

يو

مجموع اي عددين من كل اقل ثلثة اعداد توالت علي نسبة واحدة يباين الثالث منهـــا ۞

ليكن ا ب ج اقل ثلثة اعداد توالت علي نسبتها فاقول ان مجموع ا ب يباين ج ومجموع ب ج يباين ا ومجموع ا ج يباين ب برهانه نجد اقل عددين علي نسبة ا ب ج بالشكل الثالث والثلثين من السابعة وهما ده ه ز فهما متباينان بالشكل الواحد والعشرين من السابعة ونجد اقل ثلثة اعداد علي نسبة ده ه ز بالشكل الثاني من الثامنة فيكون طرفاها متباينين ويكون اقل عدد علي نسبة ا ب ج باستبانة الشكل الرابع عشر من

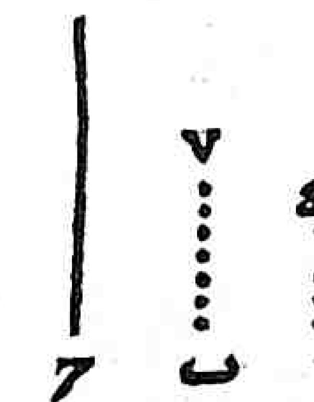
من السابعة فتكون هي ا ب ج بعينها فا مربع ده وج مربع ه ز وب مسطح ده في ه ز فلان ده يباين ه ز فكل منهما يباين دز بالشكل الثامن والعشرين من السابعة ولان ضرب ده في دز هو تضعيف ده باحاد دز واحاد دز هي احاد ده ه ز فضرب ده في دز هو تضعيف ده باحاد ده وهو مربع ده اعني ا و تضعيف ده باحاد ه ز هو مسطح ده في ه ز اعني ب فالحاصل من ضرب ده في دز هو مجموع ا ب فهو مباين لزه بالشكل الرابع والعشرين من السابعة فمجموع ا ب يباين ج بالشكل الخامس والعشرين من السابعة لان مربع المباين وبمثله تبين ان الحاصل من ضرب ه ز في زد يساوي مجموع ج ب وهو يباين ا ولان ده ه ز متباينان فدز يباين كل واحد منهما فيباين مسطح احدهما في الاخر اعني دز يباين ب بالشكل الرابع والعشرين من السابعة فمربع دز يباين ب بالشكل الخامس والعشرين من السابعة ومربع دز هو تضعيف دز باحاده اعني احاد ده ه ز وتضعيف دز باحاد ده يساوي مربع ده ومسطح ده في ه ز وتضعيف دز باحاد ه ز يساوي مربع ه ز ومسطح ه ز في ده فمربع دز يساوي مجموع مربعي ده ه ز اعني مجموع ا ج وضعف مسطح دز في ه د اعني ضعف ب وكان مربع دز يباين ب فا ج مع ضعف ب يباين ب فبالشكل الثامن والعشرين ا ج مع ب يباين ب فبهذا الشكل بعينه ا ج معا يباين ب فالحكم ثابت وذلك ما ادرنا ان نبيـــــين ۞



ير

كل عددين متباينين فلا ثالث لهما في النسبة

ليكن ا يباين ب فاقول ليس يمكن ان يكون نسبة ا الي ب كنسبة ب الي عدد آخر برهانه فان امكن فلتكن نسبة ا الي ب كنسبة ب الي ج وا ب اقل عددين علي نسبتهما بالشكل الثاني والعشرين من السابعة فيعدان كل عددين علي نسبتهما بالشكل العشرين من السابعة فا يعدّ ب وهو يعدّ نفسه فا ب ليسا متباينين هذا خلف فالحكم ثابث وذلك ما اردنا ان نبيين ۞



واستبان منه انا اذا اطلقنا اسم العدد علي الواحد فان كل عددين احدهما واحد فان لهما ثالثا في النسبـــــة ۞

يح

كل اعداد متوالية علي نسبة كم كانت وتباين طرفاها فنسبة الاوّل الي الثاني لا يمكن ان تكون كنسبة الاخر منها الي عدد اخر غيرها ۞

ليكن آ ب ج متوالية علي نسبة وآ يباين ج فلا يمكن ان تكون نسبة آ الي ب كنسبة ج الي عدد آخر برهانه فان امكن فلتكن نسبة آ الي ب كنسبة ج الي د فبالمساواة نسبة آ الي ج كنسبة ب الي د بالشكل الرابع عشر من السابعة وآ ج اقل عددين علي نسبتهما بالشكل الثاني والعشرين من السابعة فيعدان كل عددين علي نسبتهما بالشكل العشرين منهما فآ يعدّ ب ونسبة آ الي ب كنسبة ب الي ج فب يعدّ ج فآ يعدّ ج وهو يعدّ نفسه فآ ج متشاركان وكانا متباينين هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞ واستبان منه انا اذا اطلقنا اسم العدد علي الواحد ما كان اعداد متوالية علي نسبة كم كانت وكان احد طرفيها واحدا فان نسبة الاول منها الي الثاني كنسبة الاخر منها الي عدد اخر ۞

يط

كل عددين مفروضين لنا ان نعلم انه هل يمكن ان يكون لهما ثالث في النسبة اولا يمكن ۞

فليكن آ ب عددين مفروضين فان كانا متباينين فلا ثالث لهما في النسبة بالشكل السابع عشر وان لم يكونا متباينين فانا نضرب احدهما في نسبة وليكن ب ومربعه ج فاقول ان آ ان عدّ ج فيمكن ان يكون لعددي آ ب ثالث في النسبة والا فلا برهانه فآ ان عدّ ج فليعدّه بدَ فنسبة

فنسبة الواحد الي د كنسبة آ الي ج فج هو مسطح د في آ وهو مربع ب فنسبة آ الي ب كنسبة ب الي د باستبانة الشكل التاسع عشر من السابعة وان لم يعدّ آ ج فلا ثالث لآ ب في النسبة والا فليكن د ثالثهما فالحاصل من ضرب آ في د ج الذي هو مربع باستبانة الشكل التاسع عشر من السابعة فنسبة الواحد الي د كنسبة آ الي ج والواحد يعد د فآ يعدّ ج وكان لا يعدّه هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞ واستبان منه انا اذا أطلقنا اسم العدد علي الواحد فكل عددين أحدهما واحد فان لهما ثالث في النسبة بالضرورة لان العدد الذي هو غير الواحد منهما يعدّ عددا ما باحاد نفسه فتكون نسبة الواحد اليه كنسبة العدد العاد الي العدد المعدود ۞

ك

كل ثلثة اعداد مفروضة متوالية علي نسبة لنا ان نعلم انه هل يمكن ان يكون لها رابع في النسبة اولا ۞

ليكن آ ب ج ثلثة اعداد متوالية علي نسبة فان كان آ يباين ج فلا يمكن ان يوجد لها رابع في النسبة بالشكل الثامن عشر وان لم يكونا متباينين فيمكن فنضرب ب في ج فيحصل د فان عدّ آ د فليعدّ بهَ فنسبة الواحد الي ه كنسبة آ الي د فالحاصل من ضرب ه في آ هو د بالشكل التاسع



عشر من السابعة فنسبة آ الي ب كنسبة ج الي ه بالشكل التاسع عشر من السابعة وان لم يعدّ آ د فلا رابع لاعداد آ ب ج في النسبة والا فليكن ه رابعا لها في النسبة فنسبة آ الي ب كنسبة ج الي ه فسطح آ في ه كسطح ب في ج بالشكل التاسع عشر من السابعة فد مسطح آ في ه فنسبة الواحد الي ه كنسبة آ الي د فآ يعدّ د وكان لا يعدّه هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

واستبان منه انا اذا اطلقنا اسم العدد علي الواحد فكل ثلثة اعداد احد طرفيها واحد فان لها رابع في النسبة بالضرورة لان الواحد يعدّ الثاني كما يعدّ الثالث عددا ما فتكون نسبة الاول الي الثاني كنسبة الثالث الي الرابع ❊

كا

مجموع كل اعداد كل واحد منها زوج فهو زوج ❊

ا ٤ ب ٦ ج ٨ د

ليكن كل واحد من اعداد آب بج جد زوجا فاقول ان آد زوج برهانه فلان لكل واحد من آب بج جد نصفا اذ كل منها زوج ومجموع انصاف آب بج جد نصف مجموع آد فلآد نصف فآد زوج وذلك ما اردنا ان نبين ❊

كب

مجموع كل اعداد عدتها زوج وكل واحد منها فرد هو عدد زوج ❊

ا ٣ ب ٥ ج ٧ د ٩ ه

ليكن آب بج جد ده كل واحد منها فرد وعدتها زوج فاقول ان آه زوج برهانه فلان كل واحد من اعداد آب بج جد ده فرد وكل فرد يزد علي عدد زوج بواحد ولو فصل من كل واحد من هذه الافراد واحد صار كل واحد منها زوجا ومجموع الاحاد المفصولة زوج ومجموع الازواج زوج بالشكل المتقدم فآه زوج وذلك ما اردنا ان نبين ❊

كج

مجموع كل اعداد كل واحد منها فرد وعدتها فرد فهو فرد ❊

ا ٣ ب ٥ ج ٦ ه الواحد د

ليكن كل واحد من آب بج جد فردا فاقول ان آد فرد لان آج مجموع افراد عدتها زوج فهو زوج بالشكل المتقدم واذا نقص من جد ده الواحد بقي جه زوجا وهو مع آج زوج بالشكل الواحد والعشرين فآد فرد وذلك ما اردنا ان نبين ❊

كد

كل

كل عدد زوج فصل منه عدد زوج فالباقي زوج ❊

ا ١٢ ج ٨ ب

ليكن آب عددا زوجا وفصل جب من آب وهو عدد زوج فاقول ان آج عدد زوج برهانه فلانا اذا نقصنا نصف عدد جب الزوج من نصف آب بقي آج فلآج نصف فهو عدد زوج وذلك ما اردنا ان نبين ❊

كه

كل عدد زوج فصل منه عدد فرد فالباقي عدد فرد ❊

ا ١٣ ج الواحد د ٩ ب

ليكن آب عددا زوجا وفصل منه جب فردا فاقول ان آج فرد برهانه فلان بج فرد نفصل منه واحدا وهو جد يبقي دب عددا زوجا فآد زوج بالشكل المتقدم فاذا نقصنا جد الواحد من آد الزوج يبقي آج عددا فردا وذلك ما اردنا ان نبين

كو

كل عدد فرد فصل منه عدد زوج فالباقي فرد ❊

ا ١٣ ج ٦ ب الواحد د

ليكن آب فردا وفصل منه جب زوجا فاقول ان آج فرد برهانه نزيد واحدا وهو بد علي جب صار آد زوجا وجد فردا فآج فرد بالشكل المتقدم وذلك ما اردنا ان نبين ❊

كز

كل عدد فرد فصل منه عدد فرد فالباقي زوج ❊

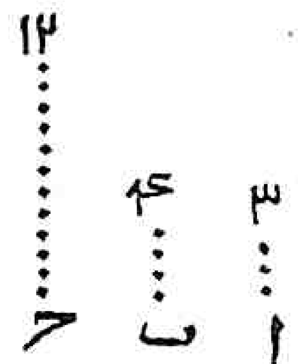
ا ٨ ج ٩ د الواحد ب

ليكن آب عددا فردا وفصل منه بج عدد فرد فاقول ان آج زوج برهانه نفصل من بج دب واحدا فيصير كل واحد من آد جد عددا زوجا فآج زوج بالشكل الرابع والعشرين وذلك ما اردنا ان نبين ❊

كح

مسطح كل عدد فرد في اي عدد زوج عدد زوج ✿

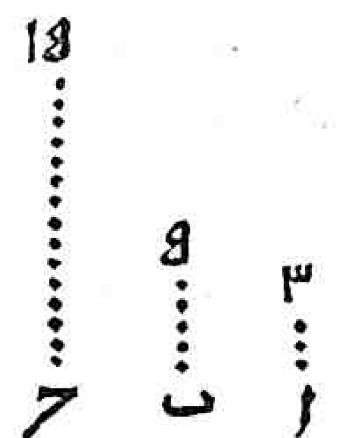
ليكن آ عددا فردا و ب عدد زوجا و ج مسطح آ في ب فاقول ان ج عدد زوج برهانه فلان في ج من امثال عدد آ الفرد بعدة احاد ب الزوج فج عدد زوج بالشكل الثاني والعشرين وذلك ما اردنا ان نبين ✿

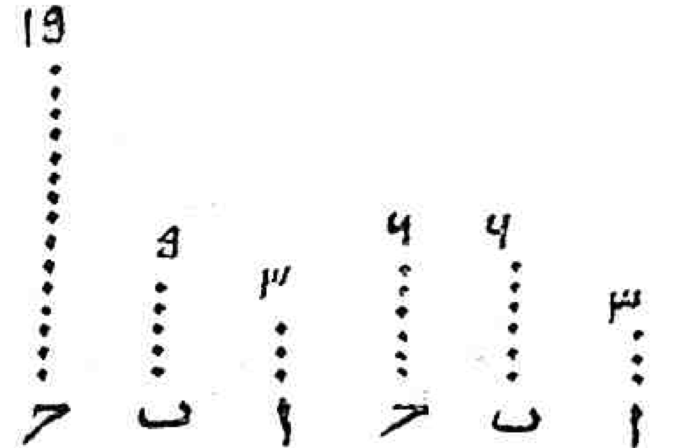


كط

مسطح كل عدد فرد في اي عدد فرد عدد فرد ✿

ليكن ج مسطح آ في ب الفردين فاقول ان ج عدد فرد برهانه فلان في ج من امثال الفرد بعدة احاد ب الفرد يكون ج عددا فردا بالشكل الثالث والعشرين وذلك ما اردنا ان نبين ✿ واستبان من هذين الشكلين ان كل عدد فرد عدّ عددا زوجا فانه انما يعدّه بعدة زوج وان كل عدد فرد عدّ عددا فردا فانما يعده بعدد فرد ✿ اما الاوّل فليكن آ عددا فردا عدّ عدد ج الزوج فلابد وان يعده بعدد وليكن ذلك العدد هو ب فاقول انه زوج لانه لوكان فردا لكان ج عددا فردا بالشكل التاسع والعشرين لان ج حينئذ حاصل من ضرب آ في ب الفرد هذا خلف واما الثاني فليكن آ عددا فردا عدّ عدد ج الفرد فلابد وان يعده بعدد وليكن ذلك هو ب فاقول انه فرد لانه لوكان زوجا لكان ج عددا زوجا بالشكل الثامن والعشرين لان عدد ج حينئذ حاصل من ضرب آ في ب الزوج هذا خلف

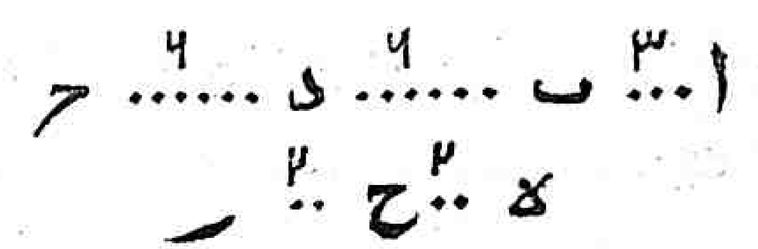




ل

كل عدد فرد عدّ عددا زوجا فهو انما يعدّ نصفه

ليكن آب عددا فردا وعدّ عدد ب ج الزوج فاقول انه انما يعدّ نصف ب ج برهانه فلان آ الفرد عدّ عدد ب ج الزوج فهو انما يعدّه بعدد زوج



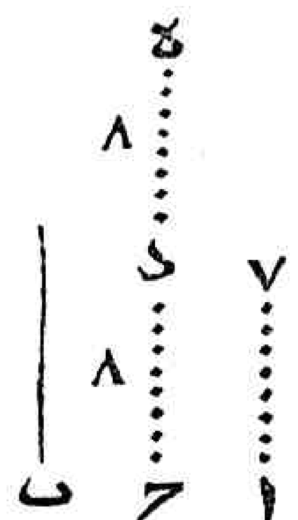
زوج

زوج باستبانة احد شكلي الثامن والعشرين والتاسع والعشرين وليكن ذلك العدد الزوج ه ز ولبكن نصف ب ج ب د ونصف ه ز ه ح ولان في ب ج من اضعاف آ بعدة احاد ه ز ففي ب د نصف ب ج من اضعاف آ بعدة احاد ه ح نصف ه ز فآ يعدّ ب د بعدة احاد ه ح فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✿

لا

كل عدد فرد يباين عددا فهو يباين ضعفه ✿

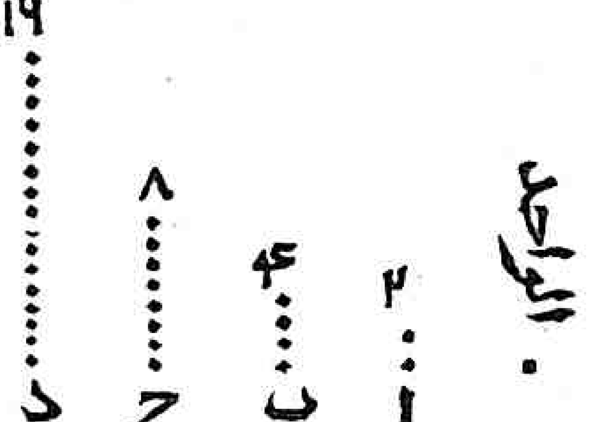
ليكن آ عددا فردا ويباين ج د و ج ه ضعف ج د فاقول ان آ يباين ج ه برهانه فلانه لولم يتباينا لعدّهما عدد وليكن العدد ب فلان ب يعدّ آ الفرد فهو عدد فرد لانه لوكان زوجا وقد عدّ العدد الفرد لكان آ عددا زوجا بالشكل الواحد والعشرين هذا خلف فب عدد فرد وعدّ ج ه ضعف ج د فهو يعدّ د ج بالشكل المتقدم فقد عدّ عددي آ و ج د فهما مشتركان وكانا متباينين هذا خلف فآ يباين ج ه وذلك ما اردنا ان نبين ✿



لب

جميع الاعداد الحاصلة من تضعيف الاثنين فان كلّا منها زوج الزوج فقط ✿

ليكن اعداد ب ج د هي الحاصلة من تضعيف الاثنين الذي هو آ فاقول ان كل واحد من ب ج د زوج الزوج فقط برهانه ليكن الواحد مقدما على آ فآ ضعف الواحد و ب ضعف آ و ج ضعف ب و د ضعف ج فكل منها زوج واعداد آ ب ج د متوالية من الواحد على نسبة فاقلها يعدّ اكثرها بعدد منها بالشكل الحادي عشر فكل واحد من اعداد ب ج د زوج الزوج ولان آ عدد اوّل فلا يعدّ د غير آ ب ج ولا يعدّ ج غير آ ب ولا يعدّ ب غير آ فكل واحد من اعداد ب ج د زوج الزوج فقط اذ لا يمكن ان يكون واحد منها زوج الزوج والفرد والّا لعدّ احدها غيرها هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✿



لج

كل عدد نصف فرد فهو زوج الفرد فقط ۞

ليكن عدد آب نصفه وهو آج فردا فاقول ان آب زوج الفرد فقط امّا انه زوج الفرد فلان له نصفا فردا

ا .... ج .... ب

وامّا انه لا يمكن ان يكون زوج الزوج لانه لو كان لكان نصفه زوجا وهو فرد هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

لد

كل عدد لا يكون حاصلا من تضعيف الاثنين وله نصف ليس بفرد فهو زوج الزوج وزوج الفرد ۞

ليكن آب عددا غير حاصل من تضعيف الاثنين ونصفه بج وليس بفرد فاقول ان آب زوج الزوج وزوج الفرد برهانه فلان بج الزوج هو نصف آب فاب زوج الزوج وهو زوج

ا .... ١٠ ج .... ١٠ ب

الفرد ايضا لان بج ينقسم لانه زوج فلا ينتهي بالقسمة الي الواحد والّا لكان آب حاصلا من تضعيف الاثنين هذا خلف فينتهي بالقسمة الي عدد فرد يعدّ بج ويعدّ آج ايضا المساوي لبج فيعدّ اب بالشكل الثامن والعشرين من السابعة فيعدّ ذلك المفرد عدد اب مرات عدتها زوج باستبانة احد شكلي الثامن والعشرين والتاسع والعشرين فاب زوج الفرد وكان زوج الزوج فهو زوج الزوج وزوج الفرد وذلك ما اردنا ان نبين

له

جميع الاعداد المتوالية علي نسبة كم كانت وفصل من كل واحد من الثاني فبا لاخير منها مثل الاوّل فان نسبة الباقي من الثاني الي الاوّل كنسبة الباقي من الاخير الي جميع الاعداد المتقدمة عليه اذا جعلت عددا واحدا ۞

ليكن نسبة اب الي جد كنسبة جد الي رح وكنسبة رح الي طن وفصل من جد ده مثل اب ومن طن نم مثل اب ايضا فاقول ان نسبة جه الي اب كنسبة

كنسبة طم الي جميع رح جد اب برهانه فلان طن اعظم من كل واحد من الاعداد المتقدمة عليه فنفصل منه كن مثل رح ولن مثل جد فيكون نسبة طا الي نا كنسبة ان الي نل وكنسبة لن الي نم فبالخلاف نسبة طن الي نا كنسبة ان الي نل وكنسبة لن الي نم فبالتفصيل نسبة طا الي ان كنسبة ال الي لن وكنسبة لم الي من باستبانة الحادي عشر والثاني عشر والثالث عشر من اشكال السابعة ونسبة مقدم الي تاليه كنسبة جميع المقدمات الي جميع التوالي بالشكل الثاني عشر من السابعة فنسبة لم الي من كنسبه طم الي جميع ان لن من لكن جميع ان لن من مساو لجميع رح جد اب ولم مساو لجه ومن مساو لاب ونسبة كل واحد من العددين المتساويين الي كل واحد من العددين المتساويين متساويين وبيانه بالجزء والاجزاء سهل فنسبة طم الي جميع رح جد اب كنسبة جه الي آب فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

ا .. ب

ج .. ه .. د

ر ...... ح
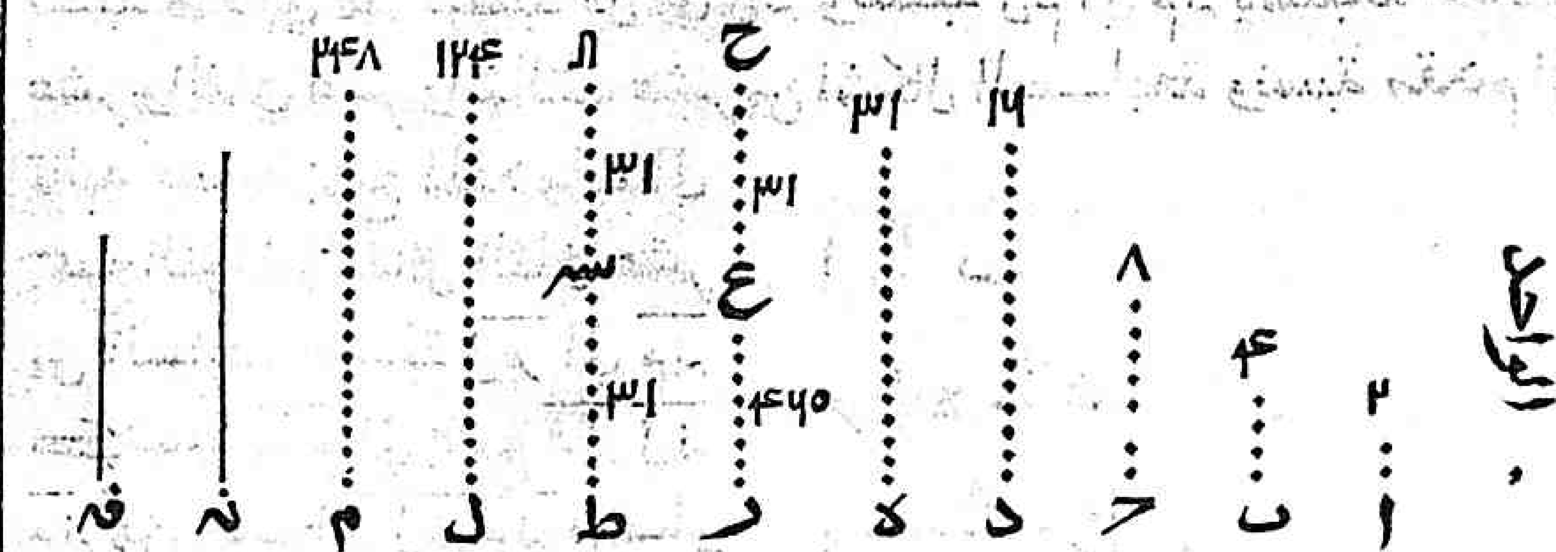
ط ...... ا .... ل .. م .. ن

لو

كل اعداد متوالية من الواحد علي نسبة الضعف اذا جمعت مع الواحد وكان المجموع عددًا اوّل كان الحاصل من ضرب المجموع في آخر الاعداد المتوالية عددا تاما ۞

ليكن آ ب ج د اعدادا متوالية من الواحد علي نسبة الضعف وكان مجموعها مع الواحد عددا اوّل وهو ه وضرب ه في د وكان الحاصل رح فاقول ان رح عدد تام برهانه نضعف ه ضعفه ثم ضعف ضعفه حتي يحصل اعداد مع ه علي عدة آ ب ج د وليكن هي اط لم فنسبة آ الي ب كنسبة ه الي اط ونسبة ب الي ج كنسبة اط الي ل ونسبة ج الي د كنسبة ل الي م فبالمساواة نسبة آ الي د كنسبة ه الي م بالشكل الرابع عشر من السابعة والحاصل من ضرب آ في م كالحاصل من ضرب ه في د بالشكل التاسع عشر من السابعة لبكن الحاصل من ضرب ه في د رح

فالحاصل من ضرب آ في م زح فلان آ اثنان فزح ضعف م فاعداد ه الط ل م زح متوالية علي نسبة الضعف فنفصل من كل واحد من الط زح عددا يساوي ه وهما لس عح فنسبة طس الي ه كنسبة زع الي مجموع م ل الط ه بالشكل المتقدم لكن طس مثل ه فزع مثل مجموع م ل ط ل ه وه



يساوي مجموع آ ب ح د مع الواحد وعح يساوي ه فزح يساوي مجموع آ ب ح د ه ط ل ل م مع الواحد وكل واحد منها يعدّ زح وكل واحد منها جزء فزح يساوي اجزاءه وليس لزح جزء آخر غير هذه الاجزاء والا لكان نه جزء زح غير هذه الاجزاء فليعدّ نه زح بف فنسبة الواحد الي ف كنسبة نه الي زح فزح هو الحاصل من ضرب فه في نه بالشكل التاسع عشر من السابعة وكان زح حاصل من ضرب ه في د فنسبة ه الي ف كنسبة نه الي د بالشكل التاسع عشر من السابعة وف ليس عددا من اعداد آ ب ح د وآ الذي يلي الواحد اوّل فلا يعدّ نه عدد د بالشكل الثالث عشر فه لا يعدّ ف وه عدد اوّل فهو يتباين ف بالشكل الواحد والثلثين من السابعة فه ف يعدّان كل عددين علي نسبتهما الاقل للاقل والاكثر للاكثر بالشكل العشرين من السابعة ففه يعدّ د فهو احد اعداد آ ب ح د بالشكل الحادي عشر وليكن هو ب ولان نسبة ب الي د كنسبة ه الي ل فالحاصل من ضرب ه في د كالحاصل من ضرب ب في ل بالشكل التاسع عشر من السابعة لكن الحاصل من ضرب ه في د هو زح فالحاصل من ضرب ب في ل هو زح وكان الحاصل من ضرب فه في نه هو زح فنه يساوي ل وكان نه غير هذه الاجزاء المذكورة هذا خلف فليس لزح جزء آخر غير هذه الاجزاء المذكورة فزح مساو لمجموع اجزاءه فهو عدد تام فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبـــــــين ۞

۞ تمت المقالة التاسع والحمد للمعين ۞

المقالة

المقالة العشرة وهي ماية وسبعة اشكال

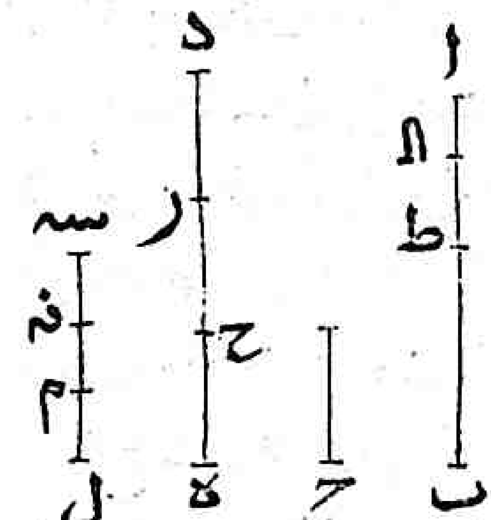
صدر اقسام الكم المتصل خمسة الخط والسطح والجسم التعليمي والمكان والزمان ويقال لها الاعظام فان نسب احد المتجانسين منها الي الآخر من جنسه اوقدر واحدهما بالاخر يقال له المدار ۞ والمقادير المشتركه خطوطا كانت اوسطوحا اوجساما وغيرها هي التي يمكن ان يقدرها مقدار واحد ۞ وغير المشتركه اي المتباينة هي التي لا يمكن ان يقدرها مقدار واحد ۞ والاشتراك في المقادير يخالف الاشتراك في الاعداد فان الاعداد المشتركة هي التي يعدّها عدد واحد لاان يعدها الواحد وذلك لان الواحد في المقادير مقدار والواحد في الاعداد ليس بعدد ۞ والخط طول بالعقل ومربع بالقوة اي يمكن ان يحدث منه مربع ۞ الخط المشتركه في القوة هي التي يمكن ان يقدر مربعاتها سطح واحد ۞ والمتباينة في القوة هي الخطوط التي لا يمكن ان يقدر مربعاتها سطح واحد ۞ واذا وضع مقدار محدود خطا كان اوسطحا اوجسما اوغيرها من المقادير لتقدير ساير المقادير التي من جنسه يصير بوحدته منطقا وكل مقدار قدر به او بجزئه او بجزء جزئه وقع عليه اسم العدد للتقدير به ويصير بذلك منطقا ۞ فكل مقدار نسب الي المقدار الموضوع نسبة عدد الي عدد فهو منطق وما نسب اليه من المقادير ۞ ولا تكون نسبته اليه نسبة عدد الي عدد فهو اصم اي لم يسمع كنسبته اليه اسم ينطق به بل ينطق بطريق الحدود لجذر ثلثه وجذر خمسة ومثل ما يقال جذر خمسة ثلث جذر خمسة واربعين وجذر واحد وربع نصف جذر خمسة وان صدق علي المنسوب النصف والثلث وعلي المنسوب اليه الواحد فان ذلك يخرجه عن حيز الاصم اذا ليس هذا بواسطة اضافته الي المقدار الموضوع الذي هذه الحدود بالنسبة اليه اصم ۞ فاذا وضع خط محدود لتقدير الخطوط به فهو منطق ۞ وكل خط قدر به او بجزئه او بجزء خرايه فهو منطق ايضا ۞ وكل خط لا يمكن ان يقدر به ولا بجزئه ولا بجزء جزئه فهو اصم ۞ . ومربع ذلك الخط المضوع ايضا منطق ۞ وكل سطح يقدر به او بجزئه او بجزء جزئه فهو منطق ۞ وكل سطح لا يمكن ان يقدر به ولا بجزئه ولا بجزء جزئه ۞ ومكعب ذلك الخط الموضوع منطق ايضا ۞ وكل جسم يقدر به او بجزئه او بجزء جزئه فهو منطق ۞ وكل جسم لا يمكن ان يقدر به ولا بجزئه ولا بجزء جزئه فهو اصم ۞ ويتبين في هذه المقالة انه اذا وضـــع خط محدود

لتقدير الخطوط فانه يمكن ان يوجد خطوط غير متناهية مباينة له في الطول فقط وخطوط غير متناهية مباينة له في الطول والقوة معـا وسنشير اليه فيما بعد انشـــــــا الله تعالى ❁

الاشكال

آ

كل مقدارين فصل من اعظمهـا اكبر من نصفه ومن الباقي اعظـم من نصفه وهكذا علي التوالي فيبقي من الاعظم مقدار اصغر من المقدار الاصـــــــغر ❁



ليكن آب ج مقدارين اعظمهما آب وفصل من آب اعظم من نصفه ومن باقيه اعظم من نصفه باقيه وهكذا علي التوالي فاقول انه يبقي من آب مقدار اصغر من ج برهانه نضعف ج مرة بعد اخري الي ان يصير اضعافه اعظم من آب وهو ده فكل واحد من اقسامه التي هي در زح حه يساوي ج ونفصل من آب اعظم من نصفه وهو بط ومن اط اعظم من نصفه وهو كط وهكذا الي ان يصير عدة اقسامه آب كعدة اقسام ده وهي بط طك كا ونضعف كا بعدة اقسام ده وهو لس واقسامه سف فم مل فلان كل واحد من اقسام سل يساوي اك وطك اعظم من اك وبط اعظم من طك فسل اصغر من اب واب اصغر من ده فسل اصغر من ده كثيرا ولان نسبة در الي سف كنسبة در الي فم بالشكل السابع من الخامسة وبهذا الشكل بعينه نسبة زح الي فم كنسبة در الي فم فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة در الي سف كنسبة زح الي فم وبمثله نبين ان نسبة حه الي مل كنسبة در الي سف فبالشكل الثالث عشر من الخامسة نسبة در الي سف كنسبة ده الي سل لكن ده اعظم من سل فدر اعظم من سف ودر يساوي ج وسف يساوي اك فج اعظم من اك فالحكم ثابت وذلك مـا اردنـا ان نبـــــين ❁

اقول انه قد يقع قولنا كل مقدارين محدودين مختلفين بالعظم والصغر اذا فصل من اعظمهما مقدار اعظم من نصفه ومن الباقي مقدار آخر اعظم من نصفه وهكذا دايما علي الولآء فانه يبقي من المقدار الاعظم ما هو اصغر

اصغر من المقدار الاصغر مقدمة لبعض براهين علوم الهندسة وقد يكون تلك المفصولات علي نسبة معينة كالنصف والثلث وقد لا يكون علي نسبة معينة اما الاول فكخطين محدودين مختلفين بالعظم والصغر فانه اذا نقص من الاعظم جزء ما ومن الباقي ذلك الجزء بعينه وهكذا دايما فانه يبقي من المقدار الاعظم اقل من الاول امّا الثاني فمثل ما اذا عملنا في الدايرة مربعا فيكون هو اعظم من نصف الدايرة واذا عملنا فيها مثمنا يكون فصل المثمن علي المربع اعظم من نصف فصل الدايرة علي المربع واذا عملنا في الدايرة شكلا ذا ست عشرة قاعدة فيكون فصله علي المثمن اعظم من نصف فصل الدايرة علي المثمن واذا سلكنا هكذا في اشكال عدد اضلاعها زوج الزوج فانه يبقي من الاعظم ما هو اصغر من الاصغر وقد تكون المفصولات علي نسبة معينة في نفس الامر وقد لا تكون فحصل مما ذكرنا ان المفصولات من المقدار الاعظم قد تكون علي نسبة معينة وقد لا تكون علي نسبة معينة بل تكون معيدة بنوع من التقييد فلما لاحظ اقليدس هذا المعني فارسل قولا شاملا للنوعين ليكون الدعوي كليه فقال اذا فصل من اعظم المقدارين ما هو اعظم من نصفه ومن الباقي اعظم من نصفه وهكذا دايما فانه يبقي من الاعظم مقدار اصغر من الاصغر فقوله ما هو اعظم من نصفه ومن الباقي اعظم قد يمكن ان يكون علي نسبة معينه ويمكن ان يكون علي نسبة معينه والشيخ ابو علي بن القسم البصري لما راي ان اقليدس استعمل هذا الدعوي في الشكل الثاني والتاسع والعاشر والحادي عشر من المقالة الثانية من هذا الكتاب ظن ان هذا الدعوي جزئي اورده في الشكل الاول من المقالة العاشرة استعمله في الاشكال المذكورة وصنف رسالة ذكر فيها ان هذا الدعوي جزئي قال فيها واني لما تاملته ظهر لي ان هذا الحكم كلي علي اي نسبة كانت المفصول من المفصول منه اذا كانت النسبة محفوظة وان تقييد الدعوي بما هو اعظم من النصف ونحوه يجعل الدعوي جزئيا والشيخ احمد بن السري البغدادي قال هذا الدعوي كلي كما اشرنا اليه وعمل فيه رساله رد علي ابي علي فيها وهو حق وانا ذكرت هذا القول ليتنبه المتعلم علي ان قول اقليدس كلي يشمل قول ابي علي بن الهيثم من غير عكس وعلي قول ابي علي بن الهيثم لا يتم البرهان علي الاشكال المذكورة في المقالة الثانية عشر فهو جزئي والله اعلم بالصـــواب ❁

ب

كل مقدارين مختلفين نفصل من اعظمهـا مرة بعد اخري مثل اصغرهما حتي يبقي منه اصغر

من الاصغر ثم نفصل من الباقي الاصغر من الاصغر حتى يبقى اصغر من الاصغر الباقي ولم نزل نفعل هكذا ولم ينتهيا الي مقدار يقدر الذي يليه قبله فهما متباينان ✿

ليكن اب جد مقدارين مختلفين اعظمهما اب وفصل من اعظمهما مرة بعد آخري مثل اصغرهما ولم نزل نفصل هكذا ولم ينتهيا الي مقدار يقدر الذي قبله فهما متباينان برهانه فلانه لولم يتباينا لكانا مشتركين فيقدرهما مقدار وليكن هو ط فنفصل جد من اب مرة بعد آخري حتى يبقى اه اقل من جد ونفصل منه اه مرة بعد آخري حتى يبقى جر اقل من اه ونفصل منه جر مرة بعد آخري حتى يبقى اح اقل من جر فلان هب اعظم من نصف اب وجه اعظم من نصف اه فيصل التفصيل الي مقدار هو اصغر من ط بالشكل المتقدم وليكن هو اح فلان ط يقدر جد وهو يقدر هب فط يقدر هب وكان يقدر اب فط يقدر اه وهو يقدر در فط يقدر در وكان يقدر جر فط يقدر جر وهو يقدر جه فط يقدر جه وكان يقدر اه فط يقدر اح وهو اصغر من ط هذا خلف والحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✿

ج

لنا ان نجد اعظم مقدار يقدر مقدارين مختلفين مشتركين ✿

فليكن المقداران اب جد واب اعظمهما فان كان جد يقدر اب وهو يقدر نفسه فهو اعظم مقدار يقدرهما وان لم يكن جد يقدر اب فلنقدر به منه وليبق اه منه اقل من جد ويقدر اه در من جد فلا بد من الانتهاء الي مقدار يقدر الذي يليه قبله لاشترك المقدارين وليكن جر يقدر اه فاقول ان جر اعظم مقدار يقدر اب جد برهانه اما انه يقدرهما فلان جر يقدر اه وهو يقدر در وجر يقدر نفسه فيقدر جد وهو يقدر به فجر يقدر به وكان يقدر اه فجر يقدر كل واحد من مقداري اب جد فهو اعظم مقدار يقدرهما والا فليكن ح اعظم مقدار يقدرهما فهو يقدر جد الذي

الذي يقدر به فح يقدر به وكان يقدر اب فهو يقدر اه وهو يقدر در فح يقدر در وكان يقدر جد فح الاعظم يقدر جر الذي هو اصغر منه هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✿ واستبان منه ان كل مقدار يقدر مقدارين مشتركين فهو يقدر اعظم مقدار يقدرهما ✿

د

لنا ان نجد اعظم مقدار يقدر مقادير مشتركة اكثر من اثنين ✿

فنجد اعظم مقدار يقدر اب وليكن هو د بالشكل المتقدم فان عدّ دج فهو اعظم مقدار يقدر اب ج والّا فليكن اعظم مقدار يقدرها ه فه يقدر اب فيقدر اعظم مقدار يقدر اب وهو د فه يقدر د وهو اعظم منه هذا خلف ✿ وان لم يعدّ دج فنجد اعظم مقدار يقدر جد بالشكل المتقدم وليكن هو ه فلانه يقدر ج ود ود يقدر اب فه يقدر اب ج فاقول هو اعظم مقدار يقدرها والا فليكن ر اعظم مقدار يقدرها فيقدر اب فيقدر اعظم مقدار يقدرها باستبانة الشكل المتقدم فيقدر د وهو يقدر ج فيقدر اعظم مقدار يقدر دج باستبانة الشكل المتقدم فر يقدر ه وهو اعظم منه هذا خلف فه اعظم مقدار يقدر اب ج وذلك ما اردنا ان نبين ✿

ه

كل مقدارين مشتركين نسبة احدهما الي الآخر كنسبة عدد الي عدد

فليكن المقداران المشتركان اب ومقدارهما ه فليقدر ا باحاد عدد ج وب باحاد عدد د فنسبة ه الي ا كنسبة الواحد الي ج وبالخلاف نسبة ا الي ه كنسبة ج الي الواحد ونسبة ه الي ب كنسبة الواحد الي د فبالمساواة نسبة ا الي ب كنسبة ج الي د بالشكل الرابع عشر من السابعة وذلك ما اردنا ان نبين ✿

و

كل مقدارين نسبة احدهما الي الآخر كنسبة عدد الي عدد فهما متشاركان ۞

لبكن نسبة مقدار آ الي مقدار ب كنسبة عدد ج الي عدد د فاقول ان آ ب مشتركان برهانه نقسم آ بعدة احاد ج بالشكل الثالث عشر من السادسة ولبكن احد اقسام آ ه فنسبته الي آ كنسبة الواحد الي ج وبالخلاف نسبة آ الي ه كنسبة ج الي الواحد ولناجد له اضعافا بعدة احاد د ولبكن هو ز فنسبة ه الي ز كنسبة الواحد الي د فبالمساواة نسبة آ الي ز كنسبة ج الي د بالشكل الرابع عشر من السابعة وكانت نسبة آ الي ب كنسبة ج الي د فنسبة آ الي ز كنسبته الي ب باستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة فب يساوي ز بالشكل السابع من الخامسة وكان آ مشاركا لز فهو مشارك لب وذلك ما اردنا ان نبين ۞

ط

كل خطين مستقيمين هما ضلعا مربعين فان كانا مشتركين في الطول كانت نسبة مربعيهما كنسبة عددين مربعين وان كانت نسبة مربعيهما كنسبة عددين مربعين فالخطان مشتركان في الطول وان لم تكن نسبة مربعيهما كنسبة عدد مربع الي عدد مربع فالخطان ليسا مشتركين في الطول ۞

لبكن آ ب مشتركين في الطول فاقول ان نسبة مربعيهما كنسبة عددين مربعين وان كانت نسبة مربعيهما كنسبة عددين مربعين فهما مشتركان في الطول وان لم تكن نسبة مربعيهما كنسبة عددين مربعين فهما متباينان في الطول برهانه فلان آ ب مشتركين في الطول فنسبة احدهما الي الآخر كنسبة عدد الي عدد بالشكل الخامس ولبكن

وليكن العددان ج د فنسبة آ الي ب مثناة كنسبة ج الي د مثناة ونسبة مربع آ الي مربع ب كنسبة آ الي ب مثناة بالشكل العاشر والتاسع عشر من السادسة فنسبة مربع آ الي مربع ب كنسبة ج الي د مثناة بالشكل الحادي عشر من الخامسة او باستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة ونسبة مربع ج الي مربع د كنسبة ج الي د مثناة بالشكل الحادي عشر من الثامنة فنسبة مربع آ الي مربع ب كنسبة مربع ج الي مربع د بالشكل الحادي عشر من الخامسة او باستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة ۞ وايضا ولبكن نسبة مربع آ الي مربع ب كنسبة عدد مربع الي عدد مربع وهما ج د وضلع ج ه وضلع د ز ونسبة ه الي ز مثناة كنسبة ج الي د بالشكل الحادي عشر من الثامنة فنسبة مربع آ الي مربع ب كنسبة ه الي ز مثناة بالشكل الحادي عشر من الخامسة او باستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة ونسبة آ الي ب مثناة كنسبة مربع آ الي مربع ب بالشكل العاشر والتاسع عشر من السادسة وكانت نسبة ه الي ز مثناة كنسبة مربع آ الي مربع ب فنسبة آ الي ب مثناة كنسبة ه الي ز مثناة بالشكل الحادي عشر من الخامسة او باستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة فنسبة آ الي ب كنسبة ه الي ز فا يشرك ب بالشكل المتقدم وايضا ان لم تكن نسبة مربع آ الي مربع ب كنسبة عددين مربعين فا يباين ب في الطول والا لكانا مشتركين في الطول فتكون نسبة مربع آ الي مربع ب كنسبة عددين مربعين بالقسم الاول من هذا الشكل والمفروض خلافه هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

واستبان منه ان كل خطين مشتركين في الطول فهما مشتركان في القوة وكل خطين متباينين في القوة فهما متباينان في الطول ولا يجب العكس ۞

ح

كل اربعة مقادير متناسبة فان كان الاول يشارك الثاني كان الثالث يشارك الرابع وان كان يباينه كان يباينه ۞

لبكن آ ب ج د اربعه مقادير نسبة آ الي ب كنسبة ج الي د فاقول ان كان آ يشارك ب فج يشارك د وان كان آ يباين ب فج يباين د برهانه فان كان آ يشارك ب يكون نسبة آ الي ب كنسبة عدد الي عدد بالشكل

الخامس ونسبة ح الي د كنسبة ا الي ب ونقسم كل واحد من ح د بعدة احاد العددين اللذين علي نسبة ا الي ب بالشكل الثالث والعشرين من السادس ونبين ان نسبة ح الي د كنسبة العددين بمثل ما بينا في الشكل السادس فح يشارك د بالشكل الخامس وان كان ا يباين ب فح يباين د والا فيكونا مشتركين فتكون نسبة ح الي د كنسبة عدد الي عدد بالشكل الخامس فيكون نسبة ا الي ب كنسبة العددين فا يشارك ب وكان يباينه هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبيـــــــن ۞

فان كانت المقادير الاربعة خطوطا كان الحكم المذكور منسحبا علي مربعاتها لانها مناسبة ايضـــــــا ۞

ط

كل خط مستقيم محدود مفروض لنا ان نجد خطين احدهما يباينه في الطول فقط والآخر يباينه في الطول والقـــــــوة ۞

مقدمة اولي

كل عددين كل واحد منهما اول فلا يمكن ان يكون نسبتهما كنسبة عددين مربعـــــــين ۞

فليكن اب حد عددين كل منهما اول فاقول لا يمكن ان يكون نسبة اب الي حد كنسبة عدد مربع الي عدد مربع برهـــانه فان امكن فلتكن نسبة اب الي حد كنسبة عددين مربعين فيقع بينهما عدد وتوالت الثلثة علي نسبة بالشكل الثامن والحادي عشر الثامنة وليكن ذلك العدد ه فيمكن ان يوجد اقل ثلثة اعداد علي نسبتها بالشكل الثالث والثلثين من السابعة وليكن هي ز ح ط فطرفاها متباينان بالشكل الثالث من الثامنة وكل متباينين فهما اقل عددين علي نسبتهما بالشكل الثاني والعشرين من السابعة فيعدان كل عددين علي نسبتهما بالشكل العشرين من السابعة فليعد ز ط عددي اب حد باحاد ك فنسبة الواحد الي ك كنسبة ز الي ب وبالابدال نسبة الواحد الي ز كنسبة ك الي اب وبمثله تبين ان نسبة ك الي حد كنسبة الواحد الي ط وكل واحد من العددين

العددين الاولين يعده عدد يغايرهما هذا خلف فكل عددين كل منهما اول فليست نسبتهما كنسبة عددين مربعـــــــين ۞

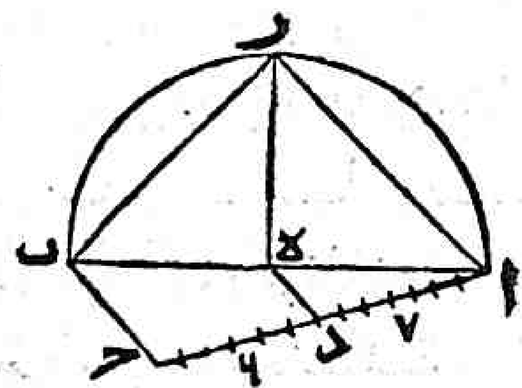
المقدمة الثانية

قد بين في الشكل الرابع عشر من التاسعة ان كل اعداد اوايل يفرض فلنا ان نجد عددا اول غيرها فلنا ان نجد اعدادا اوايل غير متناهية ۞

المقدمة الثالثة

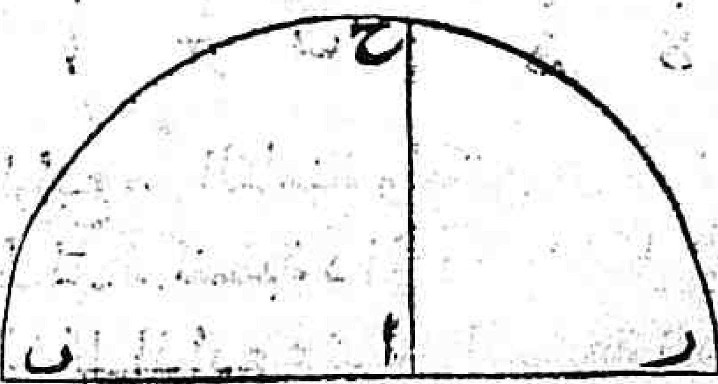
لنا ان نجد خطين مستقيمين محدودين نسبة مربع احدهما الي الآخر كنسبة عدد الي عـــــــدد ۞

ليكن اح اد عددين كل منهما اول وينطبق احدهما علي الآخر وعدد اح اكبرهما ونجعل خط اب المستقيم المحدود محيطا مع اح بزاوية كيف كانت الزاوية ونقسم اب باقسام اح بالشكل الثالث عشر من السادس وننصف اب بالشكل العاشر من الاولي ونرسم



نصف دايرة ارب ونصل بح بخط مستقيم ونخرج من د خط ده يوازي خط بح بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فينتهي الي خط اب فلينته علي نقطة ه ونخرج منها عمود هر علي اب بالشكل الحادي عشر من الاولي فلينته الي المحيط علي نقطة ر فنصل بينهما وبين نقطة ا بخط مستقيم ولان خـــط ده يوازي بح فزاويتا ه د من مثلث اهد يساويان زاويتي ب ح من مثلث ابح بالشكل التاسع والعشرين من الاولي وزاوية ا مشتركة بين المثلثين فنسبة حا الي اد كنسبة با الي اه بالشكل الرابع من السادس لكن نسبة اب الي ار كنسبة ار الي اه باستبانة الشكل الثامنة من السادس فنسبة مربع اب الي مربع ار كنسبة عدد حا الي عدد اد باستبانة الشكل السابع عشر من السادس وبالشكل الحادي عشر من الخامسة او باستبانة الشكل الرابع عشر من الســـابعـــــــة ۞

ليكن الخط المستقيم المفروض المحدود خط اب فاقول لنا ان نجد خطين مستقيمين محدودين احدهما يباينه في الطول فقط والآخر يباينه في الطول والقوة معا برهـــانه فلانا



بينا في المقدمة الثالثة ان نسبة مربع اب الي مربع ار كنسبة عدد اح الي عدد اد وليست كنسبة عددين مربعين بالمقدمة الاولي لان كل واحد من عددي اح اد اول فخط اب يباين خط ار في الطول بالشكل السابع ويشاركه في القوة بالشكل السادس لان نسبة مربع اب الي مربع ار كانت كنسبة عدد اح

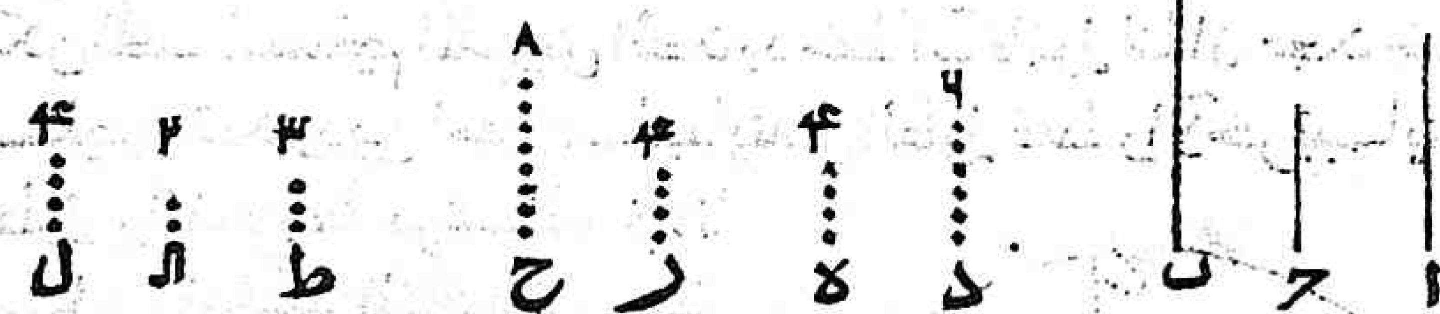
الي عدد آد وهذا هو احد الخطين المطلوبين ونجعل خط ار علي استقامة خط اب وليكن ايضا لهما علي نقطة آ وننصف رب بالشكل العاشر من الاولي ونرسم علي رب نصف دايرة بحر ونخرج من نقطة آ علي خط بر عمود اح فلينته الي المحيط علي نقطة ح ونصل حر حب بخطين مستقيمين فلان نسبة با الي اح كنسبة حا الي ار باستبانة الشكل الثامن من السادسة فنسبة مربع اب الي مربع اح كنسبة اب الي ار باستبانة الشكل الثامن عشر من السادسة واب يباين ار فمربع اب يباين مربع اح بالشكل المتقدم وكل مباين في القوة من الخطوط يباين في الطول فالشكل السابع فخط اح يباين خط اب في الطول والقوة معا وهذا هو الخط الثاني من الخطين المطلوبين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

فاستبان مما ذكرنا ان خط مستقيم محدود مفروض يمكن ان يوجد له خطوط غير متناهية تباينه في الطول فقط وخطوط غير متناهية تباينه في الطول والقوة معا ۞

ي

كل مقادير يشارك مقدارا واحدا فهي متشاركة ۞

ليكن آ ب يشاركان ج فاقول انهما متشاركان برهانه فلان آ يشارك ج فنسبة آ الي ج كنسبة عدد الي عدد بالشكل الخامس وليكن كنسبة عدد د الي عدد ه وب يشارك ج فلتكن نسبة ج الي ب كنسبة عدد ر الي عدد ح بمثل ما بينا ونجد اقل اعداد علي نسبتي عددي ده رح بالشكل



الرابع من الثامنة وليكن هي ط ك ل ونسبة آ الي ج كنسبة د الي ه ونسبة ط الي ك كنسبة د الي ه فبالشكل الحادي عشر من الخامسة او باستبانة الشكل الرابع عشر من السابعة نسبة آ الي ج كنسبة ط الي ك وبمثله تبين ان نسبة ج الي ب كنسبة ك الي ل فبالشكل الثاني والعشرين من الخامس او الرابع عشر من السابعة نسبة آ الي ب كنسبة ط الي ل فا يشارك ب بالشكل السادس وذلك ما اردنا ان نبين ۞

واستبان

واستبان منه ان المشارك للمنطق منطق ۞

يا

كل مقدارين فان كانا مشتركين كان مجموعهما بعد التركيب يشارك كلا منهما وان كان مجموعهما يشارك احدهما فهما متشاركان ۞

ليكن اب جب مقدارين مشتركين ويقدرهما د فد يقدر مجموعهما وان كان د يقدر مجموعهما اذا جعلا مقدارا واحدا و يقدر احدهما فد يقدر كل واحد منهما فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

واستبان منه ان اب بج اذا كانا متباينين كان المجموع يباين كل واحد منهما والا يشارك كل واحد منهما او احدهما فيكونا مشتركين وان كان المجموع يباين كل واحد منهما فهما متباينان والا لكانا مشتركين فيشارك المجموع كل واحد منهما هذا خلف ۞

مقدمة

كل خطين مستقيمين محدودين احدهما اعظم من الآخر فان الاعظم يقوي علي الاصغر بقوة خط آخر مستقيم محدود ۞

ليكن اب اج خطين مستقيمين محدودين واب اعظمهما فاقول ان اب يقوي علي اج بقوة خط آخر مستقيم محدود فننصف اب بالشكل العاشر من الاولي ونرسم عليه نصف دايرة ادب ونرسم فيه وتر اد يساوي خط اج بالشكل الاول من الرابعة ونصل بد بخط مستقيم فلان زاوية ادب قايمة بالشكل الثلثين من الثالثة فمربع وتر اب يساوي مربعي وتري اد دب بالشكل السابع والاربعين من الاولي فمربع اب يقوي علي مربع اج بمربع در وذلك ما اردنا ان نبين ۞

يب

كل اربعة خطوط مستقيمة متناسبة فان كان الاوّل يقوي علي الثاني بزيادة قوة خط مستقيم

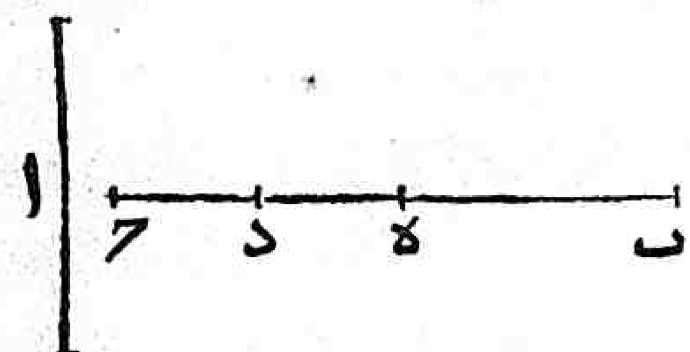
يشارك الاوّل في الطول فالثالث يقوي على الرابع بقوة خط مستقيم يشارك الثالث في الطول وان كان الاوّل يقوي على الثاني بزيادة قوة خط مستقيم يباين الاوّل في الطول فالثالث يقوي على الرابع بزيادة قوة خط مستقيم يباين الثالث في الطول ۞

لتكن نسبة ا الي ب كنسبة ج الي د وا اعظم من ب وج من د فا يقوي علي ب بقوة خط مستقيم بالمقدمة وليكن هو ه ولذلك ج يقوي علي د بقوة خط مستقيم بالمقدمة وليكن هو ز فاقول ان كان ا يشارك ه في الطول فز يشارك ز في الطول وان كان ا يباين ه في الطول فز يباين ز في الطول برهـانه فلان نسبة ا الي ب كنسبة ج الي د فنسبة ا الي ب مثناة كنسبة ج الي د مثناة ومربع ج كمربعي د ز معا فنسبة مربعي د ز معـا الي مربع ب كنسبة ج الي د مثناة باستبانة الشكل التاسع عشر من السادس فنسبة ا الي ب مثناة كنسبة مربعي ج ز معـا الي مربع ج بالشكل الحادي عشر من الخامسة ومربع ا كمربعي ب ه فنسبة مربعي ب ه معا الي مربع ب كنسبة ا الي ب مثناة بالشكل التاسع عشر من الخامسة فنسبة مربعي ب ه معا الي مربع ب كنسبة مربعي د ز معـا الي مربع د بالشكل الحادي عشر من الخـامسة وبالتفصيل نسبة مربع ه الي مربع ب كنسبة مربع ز الي مربع د بالشكل السابع عشر من الخامسة وبالخلاف نسبة مربع ب الي مربع ه كنسبة مربع د الي مربع ز ونبين بمثل ما بينا ان نسبة ب الي ه مثناة كنسبة د الي ز مثناة فنسبة ب الي ه كنسبة د الي ز وكانت نسبة ا الي ب كنسبة ج الي د فبالمساواة المنتظمة نسبة ا الي ه كنسبة ج الي ز بالشكل الثاني والعشرين من الخامسة فان كان ا يشارك ه في الطول فز يشارك ز في الطول وان كان ا يباين ه في الطول فز يباين ز في الطول بالشكل المتقدم فالحكم ثابت وذلك مـا اردنـا ان نبـــــــــين ۞

يح

كل

كل خطين مستقيمين مختلفين اضيف الي اطولهما سطح يساوي ربع مربع الاقصر ينقص عن تمامه مربعا فالسطح المضاف ان قسم الاطول بقسمين مشتركين في الطول فالاطول يقوي علي الاقصر بزيادة قوة خط يشارك الاطول في الطول وان قوي الاطول علي الاقصر بزيادة قوة خط يشارك الاطـــول فـي الاطول فالسطح المضاف يقسم الاطول بقسمـــين مشتركين في الطول ۞



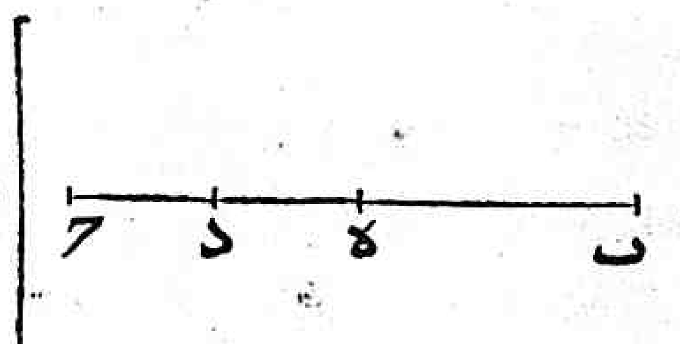
ليكن الخطان ا وب ج وا اقصرهما واضيف الي ب ج سطح ب د في د ج المتوازي الاضلاع المسـاوي لربع مربع ا بالشكل الثامن والعشرين من السادسة فاقول ان كان ب د يشـارك د ج فب ج يقوي علي ا بزيادة قوة خط يشارك ب ج في الطول وان كان ب ج يقوي على ا بزيادة قوة خط يشارك ب ج في الطول فب د يشـارك د ج في الطول برهـانه فلان سطح ب د في د ج يساوي ربع مربع ا المسـاوي لمربع نصف ا باستبانة الشكل التاسع عشر من السادسة وب ج اطول من ا فب د اطول من نصف ب ج فنفصل من ب د د ه مثل د ج بالشكل الثالث من الاولي فاربعة امثال لسطح ب ج في د ه المساوي لد ج كمربع ومع مربع ب ه يساوي مربع ب ج بالشكل الثامن من الثانية فمربع ب ج يساوي مربعي ا ب ه معا فمربع ب ج بقوي علي مربعي ا بقوة ب ه فب د ان شارك د ج في الطول فب ج يشارك كل واحد من د ج د ه فيشارك ج ه فيشارك ب ه بالشكل الحادي عشر وان يشارك ب ج ب ه في الطول فيشـارك ه ج ود ج يشارك ه ج فب ج يشارك د ج بالشكل العاشر فب د يشارك د ج بالشكل الحادي عشر فالحكم ثابت وذلك مـا اردنـا ان نبـــــين ۞

يد

كل خطين مستقيمين مختلفين يضـاف الي

اطولهما سطح يساوي ربع مربع الاقصر ينقص عن تمامه مربعا فالسطح المضاف ان قسم الخط الاطول بمتباينين قوي الاطول على الاقصر بزيادة قوة خط يباينه الاطول في الطول وان قوي الاطول علي الاقصر بزيادة قوة خط يباين الاطول في الطول فالسطح يقسم الاطول بقسمين متباينين في الطـــــول ۞

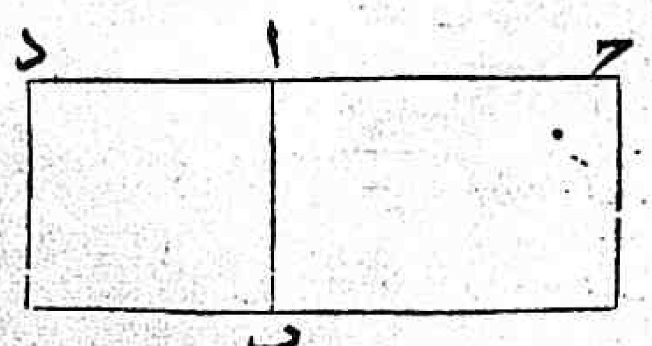
ليكن آ بح الخطين المستقيمين واقصرهما آ واضيف الي بح سطح بد في دح يساوي ربع مربع ا ينقص عن تمام بمربع بد بالشكل الثامن والعشرين من السادسة فاقول ان كان بد يباين دح فبح يقوي علي آ بقوة خط يباين بح في



الطول وان كان بح يقوي علي آ بزيادة قوة خط يباين بح في الطول فبد يباين دح في الطول برهانه تبين بمثل ما بينا في الشكل المتقدم ان بح يقوي علي آ بمربع به فان تباين بد دح تباين بح به يباين بد دح والا لشاركه فيشارك بح به بالشكل المتقدم وهو يباينه هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبـــــين ۞

يه

كل سطح قايم الزوايا يحيط به خطان مستقيمان منطقان في الطول منطق

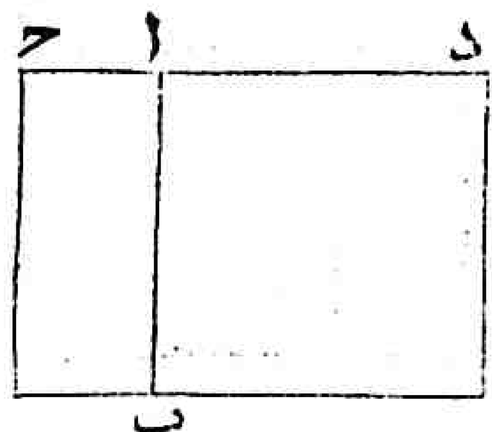


ليكن السطح بح والخطان اب اح فنرسم علي خط اب مربع بد بالشكل السادس والاربعين من الاولي فلان كل واحده من الزاويتين اللتين عند نقطتي آ ب قايمة فخط حد خط واحد مستقيم وكذلك ما يقابله بالشكل الرابع عشر من الاولي وهما متوازيان بالشكل السابع عشر من الاولي فنسبة سطح بح الي سطح بد كنسبة خط اح الي خط اد بالشكل الاول من السادس واح يشارك اد لانه

يساوي خط اب فسطح بح يشارك سطح بد بالشكل الثامن وسطح بد منطق فسطح بح منطق وذلك ما اردنا ان نبـــــين ۞

يو

كل سطح منطق اضيف الي خط منطق في الطول فالضلع الحادث منه ايضا منطق في الطول

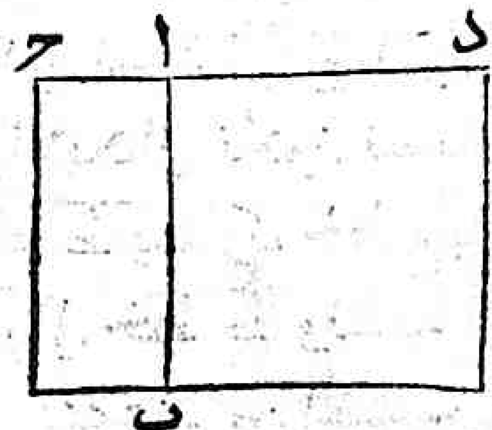


ليكن الخط المنطق اب والسطح المنطق المضاف اليه بح فاقول ان ضلع اح منطق في الطول برهانه نرسم علي اب مربع بد بالشكل السادس والاربعين من الاولي ولان كل واحد من الزوايا التي عدد نقطتي آ ب قايمة فكل من خطي حد وما يقابله خط مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاولي فهما متوازيان بالشكل الرابع عشر من الاولي فنسبة سطح بح الي سطح بد كنسبة خط آح الي خط اد بالشكل الاول من السادس لكن سطح بح يشارك سطح بد لكونهما منطقين فاح يشارك اد في الطول بالشكل العاشر واد منطق فاح منطق وذلك ما اردنا ان نبـــــين ۞

ير

كل سطح قايم الزوايا يحيط به خطان مستقيمان منطقان ومشتركان في القوة فقط اصم ويسمي الموسط والخط القوي عليه اصم ويسمي الخط الموســط ۞

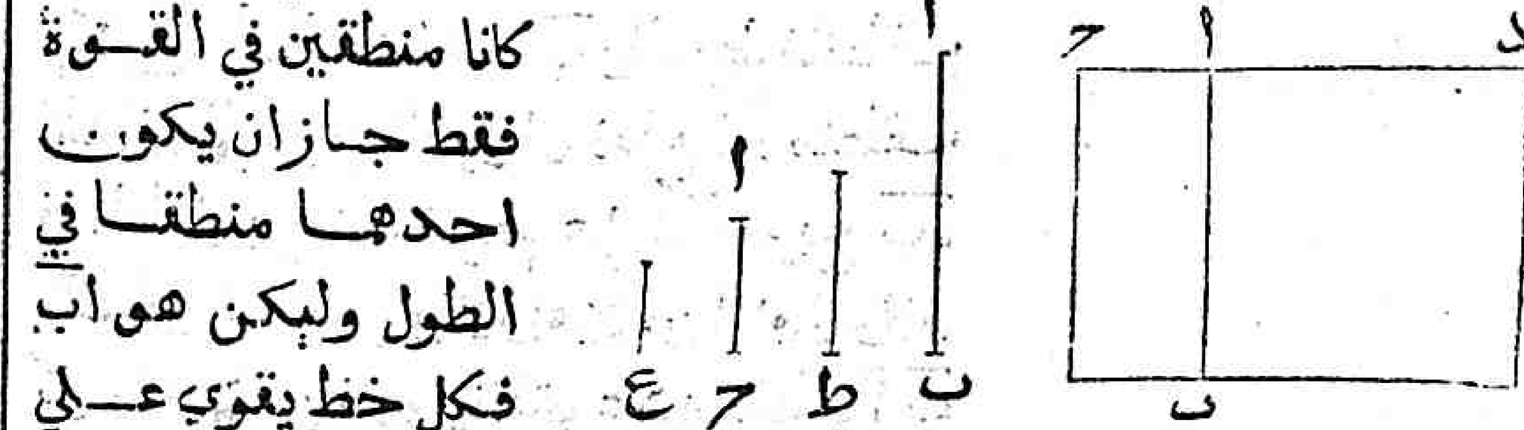
لبكن خطا اب اح منطقين في القوة ومشتركين في القوة فقط والسطح الذي يحيطان به سطح بح فاقول انه اصم برهانه نرسم علي خط اب مربع بد بالشكل السادس والاربعين ولان كل واحد من الزوايا التي عند نقطتي آ ب قايمة وكل من خطي اح اد وما يقابله خط مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاولي وهما متوازيان بالشكل السابع عشر من الاولي فنسبة سطح بح الي



سطح بد كنسبة اح الي اد بالشكل الاول من السادسة واح يباين اد في الطول لان اد يساوي اب فسطح بد يباين سطح بح بالشكل الثامن وسطح

بد منطق فسطح بح اصم وكل خط يقوي عليه اصم وانما يسمي السطح بالسطح الموسط والخط بالخط الموسط لان السطح يقع وسطا في النسبة بين مربعي اب اح والخط يقع وسطا في النسبة بين خطي اب اح وذلك ما اردنا ان نبـــــــــين ۞

اقول الخطوط الموسطة قد يكون مشتركة في الطول والقوة وقد يكون مشتركة في القوة فقط وقد يكون غير مشتركة في الطول والقوة معا ولان خطي اب اح لما كانا منطقين في القوة فقط جاز ان يكون احدهما منطقا في الطول وليكن هو اب فكل خط يقوي علي سطح يحيط به خط اح



وربع اب يشارك الخط الذي يقوي علي سطح بح بالشكل السابع لان نسبة مربعيهما كنسبة الواحد الي الرابعة بالشكل الاول من السادسة ونسبة الواحد الي الاربعة كنسبة عددين مربعين وكل خط يقوي علي سطح يحيط به خط اح ونصف خط اب يشارك خطا قويا علي سطح يحيط به خطا اب اح في القوة لان نسبة السطحين يكون كنسبه الواحد الي الاثنين بالشكل الاول من السادسة ونسبة الواحد الي الاثنين كنسبة عددين فالخطان مشتركان في القوة بالشكل السادس ومتباينان في الطول بالشكل السابع لان نسبة مربعيهما كنسبة مربعين وانما سمي سطح بح موسطا لانه وسط في النسبة بين مربعي اب اح يتبين ذلك بالشكل الاول من السادسة وسمي الخط القوي علي سطح بح موسطا لانه وسط في النسبة بين خطي اب اح بالشكل السادس عشر من السادســـــــــة ۞

واستبان من هذا الشكل انه اذا خذ لخطوط اب اح الخط الموسط وليكن هو خط ط ورابعا في النسبة بالشكل الحادي عشر من السادسة بحيث تكون نسبة اب الي الموسط كنسبة اح الي الخط الرابع وليكن هو خط ع فبالابدال تكون نسبة اب الي اح كنسبة خط ط الي ع واب يشارك اح فخط ط يشارك خط ع بالشكل الثامن وكانت نسبة خط ط الي اح كنسبة اب الي خط ط ونسبة اح الي خط ع كنسبة اب الي خط ط فبالشكل الحادي عشر من الخامس نسبة خط ط الي اح كنسبة اح الي خط ع فسطح خط ط في خط ع كمربع اح بالشكل السادس من السادسة فسطح خط ط في خط ع منطق واذا جعلنا نسبة خط ط الي خط اب كنسبة خط

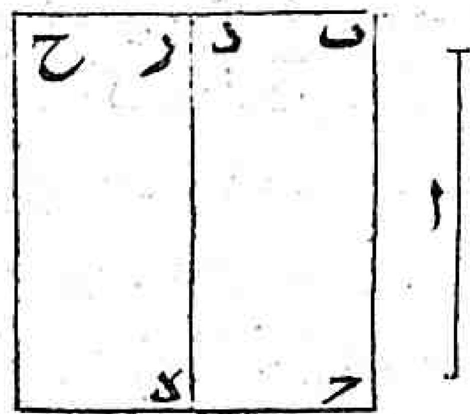
اح

اح الي خط ع بالشكل الحادي عشر من السادس واب يشارك اح في القوة فخط ط يشارك خط ع في القوة بالشكل الثامن فسطح اب في اح كسطح خط ط في خط ع بالشكل الخامس عشر من السادسة فسطح خط ط في خط ع موسط وهذه صورتـــــــــــه ۞

وكل خط يقوي علي سطح قايم الزوايا يحيط به خط اب وخط منطق في القوة فقط غير مشارك لخط اح في الطول فهو مباين لكل خط يقوي علي سطح بح في القوة والطول بالشكل السابع لتباين مربعهما والسطوح الثلثة موســـــــــطة ۞

ح

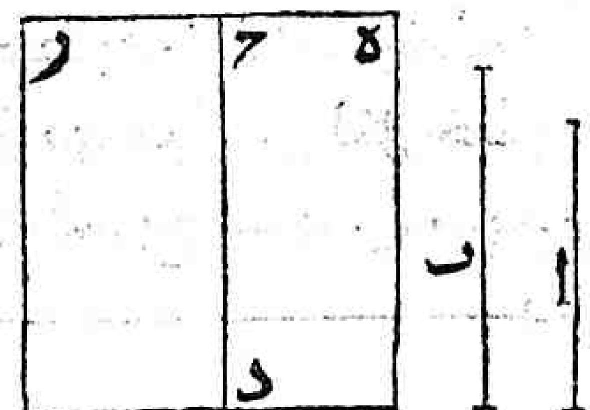
كل سطح يساوي مربع اي خط موسط اذا اضيف الي خط منطق في الطول فالضلع الحادث منه منطق في القوة فقط غير مشارك للخــــط المنطق في الطـــــول ۞



لبكن الخط الموسط ا والخط المنطق بح ونضيف الي خط بح سطحا متوازي الاضلاع يساوي مربع ا بالشكل الخامس والاربعين من الاولي فهو حبد فاقول ان ضلع بد منطق في القوة فقط غير مشارك لخط بح في الطول برهانه ولان خط ا موسط فلابد من سطح يحيط به خطان منطقان في القوة مشتركان فيها فقط يساوي مربع ا الموسط بالشكل المتقدم وليكن هو سطح حره فكل من سطحي حد هح يساوي مربع ا فهما متساويان وزاوية حبد كزاوية هرح فنسبة هر الي بح كنسبة بح الي رح علي التكافوء بالشكل الرابع عشر من السادسة وهر يشارك بح في القوة فمربع بد يشارك مربع رح بالشكل الثامن ومربع رح منطق فمربع بد منطق باستبانة الشكل العاشر وسطح هح يباين مربع رح بالشكل المتقدم فسطح حد المساوي لسطح هح يباين مربع رح فمربع بد يباين سطح حد لانه لو شاركه يشارك مربع رح لسطح حد بالشكل العاشر وهو يباينه هذا خلف ونسبة مربع بح الي سطح حد كنسبة ضلع بح الي ضلع بد ومربع بح يباين سطح حد فضلع بح يباين ضلع بد بالشكل الثامن فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبـــــــــين ۞

يط

كل خط يشارك الخط الموسط في الطول اوفي القوة فهو موسـط ۞



لبكن خط آ موسطا وخط ب يشاركه اما في الطول اوفي القوة فاقول ان خط ب موسط برهانه لبكن حد خطا مستقيما محدودا منطقا في الطول فيعمل عليه سطح ده متوازي الاضلاع زاوية دحه منه قايمة يساوي مربع آ بالشكل الخامس والاربعين من الاولي فخط حه منطق في القوة يباين لخط حد في الطول بالشكل المتقدم ونعمل علي حد ايضا سطح در متوازي الاضلاع زاوية دحر منه قايمة يساوي مربع ب بالشكل المذكور فخط هر خط واحد مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاولي ولذلك ما يقابله لان كل واحدة من الزاويتين اللتين عند نقطة د قايمة بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فنسبة سطح ده الي سطح در كنسبة حه الي حر بالشكل الاول من السادسة وسطح ده يشارك سطح در فخط حه يشارك خط حر في الطول بالشكل الثامن فحر يشارك حه في القوة بالشكل السابع وحه منطق في القوة فحر منطق في القوة وحه غير مشارك لحد في الطول فحر غير مشارك له في الطول لانه لو شاركه في الطول لشاركه حه في الطول بالشكل العاشر وهو يباينه هذا خلف فسطح در سطح قايم الزوايا يحيط خطا حد حر المنطقان في القوة المشتركان فيهما فقط فهو موسط بالشكل السابع عشر فخط ب موسط وذلك ما اردنا ان نبـــــين ۞

واستبان منه ان الخط الرابع في النسبة المذكور في استبانة الشكل الرابع عشر موســـــط ۞

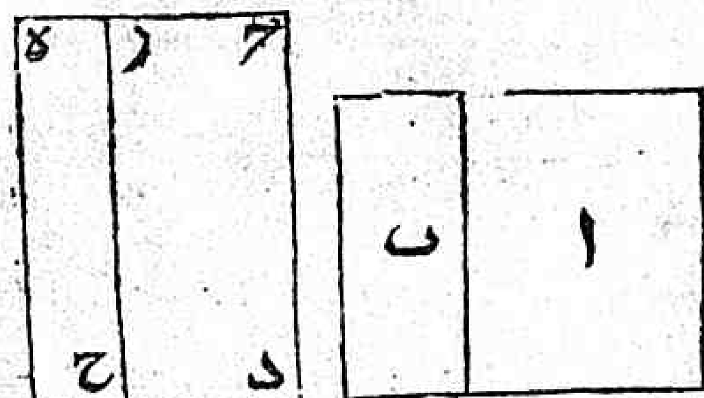
لانه يشارك الموسط وقد تبين هاهنا ان لنا ان نجد خطين موسطين مشتركين في القوة يحيطان بسطح منطق وان نجد خطين موسطين يحيطان بموسط بالشكل الواحد والعشرين والثاني والعشرين اللذان اتي بهما ثابت بن قرة في نسخته ولم يذكرهما الحجاج اذ لم يكونا موجودين في النسخ القديمة ونحن لم نعدهما من اشكال الكتاب اذهما معلومان باستبانة الشكل السابع والتاسع عشـــــر ۞

ك

فضل اي سطح موسط على اي سطح موســـط اصم

لبكن

لبكن سطح اب الموسط اعظم من سطح آ الموسط بسطح ب فاقول ان سطح ب اصم برهانه فلان سطح ب لو لم يكن اصم لكان منطقا فنضيف الي خط دح المنطق في الطول سطحا متوازي الاضلاع يساوي سطح اب وهو ده وسطحا يساوي آ وهو سطح در بالشكل الخامس والاربعين من الاولي وكل واحد



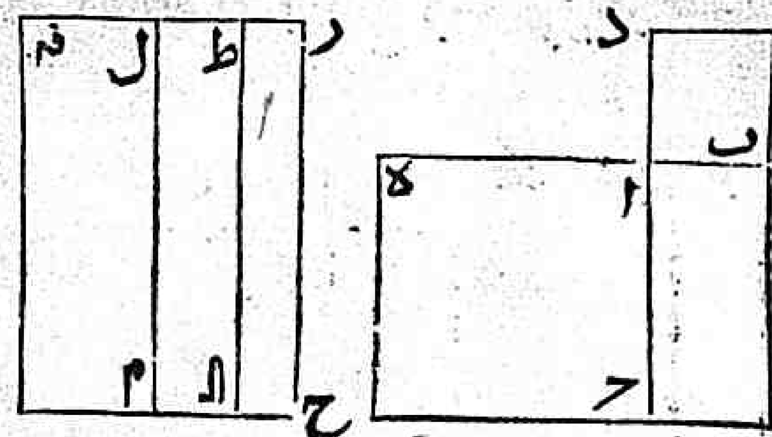
من ضلعي حه حر منطق في القوة ومباين لخط حد في الطول بالشكل الثامن عشر فسطح حه لو كان منطقا لكان عرض ره منطقا في الطول بالشكل السادس عشر فيشارك حد فيباين حر والا لشارك حر حد بالشكل العاشر وهو يباينه هذا خلف فحر ره منطقان في القوة ومتباينان في الطول فسطح حر في ره القايم الزوايا يباين مربعي حر ره بالشكل الاول من السادسة والثامن من هذه المقالة فضعف سطح حر في ره يباين مربعي حر ره فمربع حه يباين مربعي حر ره بالشكل الحادي عشر وهما منطقان فمربع حه اصم وهو منطق هذا خلف فسطح حه اصم وذلك ما اردنا ان نبـــــين ۞

واقول ان خط حه ان كان مشاركا لحر كان حر مشاركا لره بالشكل الحادي عشر فان شاركه كان مربعاهما متشاركين بالشكل الرابع فره منطق في القوة ومباين لرح في الطول والا يشاركه فيه فيشاركه حر بالشكل العاشر وهو يباينه هذا خلف فسطح حه موسط بالشكل السابع عشر وان كان حه يباين حر فسطح حر في حه بل ضعفه يباين مربعيهما المنطقين بالشكل الاول من السادسة والثامن من هذه المقالة والسطحان مع مربع ره يساوي مربعي حر حه بالشكل السابع من الثانية فمربعاهما المنطقان يباين مربع ره فهو غير منطق في الطول والقـــوة ۞

كا

كل سطح قايم الزوايا يحيط به خطان موسطان مشتركان في القوة فقط فهو امّا منطق وامّا موسط ۞

لبكن الموسطان اب اح مشتركان في القوة فقط والسطح بح قايم الزوايا الذي يحيط به خطان اب اح فاقول امّا منطق وامّا موسط برهانه نرسم علي خطي اب اح مربعي بد حه بالشكل السادس والاربعين من الاولي فكل واحد من خطي اح اه علي استقامة صاحبه بالشكل الرابع عشر من الاولي ولان كل واحد من خطي اب اد واح اه متساويان فنسبة



اد الي اح كنسبة اب الي اح بالشكل السابع من الخامسة وبهذا الشكل ايضا نسبة اب الي اه كنسبة اب الي اح فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة اد الي اح كنسبة اب الي اه ونسبه سطح بد الي سطح بح كنسبة اد الي اح بالشكل الاول من السادسة وكانت نسبة اب الي اه كنسبة اد الي اح فنسبة سطح بد الي بح كنسبة اب الي اه بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة سطح بح الي سطح حه كنسبة اب الي اه بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر نسبة سطح بد الي سطح بح كنسبة سطح بح الي سطح حه فسطح حب وسط في النسبة بين سطحي بد حه لان خطي اب اح مشتركين في القوة يكون سطح رد مشاركا لسطح حه ويضيف سطوحا متوازية الاضلاع كسطوح بد بح حه الي خط رح المستقيم المنطق بالشكل الخامس والاربعين من الاولي وهي سطوح حط ال من وسطح حط كسطح بد وسطح كل كسطح بح وسطح من كسطح حه ولان سطحي بد حه موسطان بالشكل السابع عشر فيكون كل من عرضي رط لن منطقا في القوة غير مشارك لخط رح بالشكل الثامن عشر ولان كل واحده من الزوايا التي عند نقط ط ل م قايمة وكل من خطي رن حم خط مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاولي فهما متوازيان بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فنسبه سطح حط الي سطح ال كنسبة سطح ال الي سطح من ونسبة السطوح المذكورة كنسب قواعدها بالشكل الاول من السادسة فنسبة رط الي طل كنسبة طل الي لن فطل وسط في النسبة بين خطي رط لن وتكون ايضا نسبة رط الي لن كنسبة سطح حط الي من بالشكل الثالث والعشرين من الخامسة وسطح حط مشارك لسطح من فخط رط مشارك لخط لن بالشكل الثامن ويكون سطح رط في لن كمربع طل بالشكل السابع عشر من السابعة ولان نسبة سطح رط في لن الي مربع لن كنسبة رط الي لن بالشكل الاول من السادسة ورط يشارك لن فالسطح يشارك مربع لن بالشكل الثامن ومربع لن منطق فسطح رط في لن المساوي لمربع طل منطق باستبانة الشكل العاشر فخط طل منطق في القوة فان كان منطقا في الطول ايضا فسطح ال منطق بالشكل الخامس عشر وان كان منطقا في القوة فقط فسطح ال موسط بالشكل السابع عشر فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

مقدمة

كل عدد فرد اول ينقص منه واحد ويزاد علي نصف باقيه فمربع نصف باقيه

باقيه مع الواحد ومربع نصف باقيه وحده عدد يفضل احدهما علي الآخر بعدد غير مربع وهو العدد الفرد الاول الذي فرضناه اولا ۞ ليكن اب عددا اوّل وفصل منهما الواحد وهو اح ونصّف الباقي علي د فمربع اد يزيد علي مربع حد بعدد اب برهانه فلان مربع اد يساوي مربعي اح حد وضعف العدد الحاصل من ضرب اح في حد كما يبين في الشكل السادس عشر من التاسعة

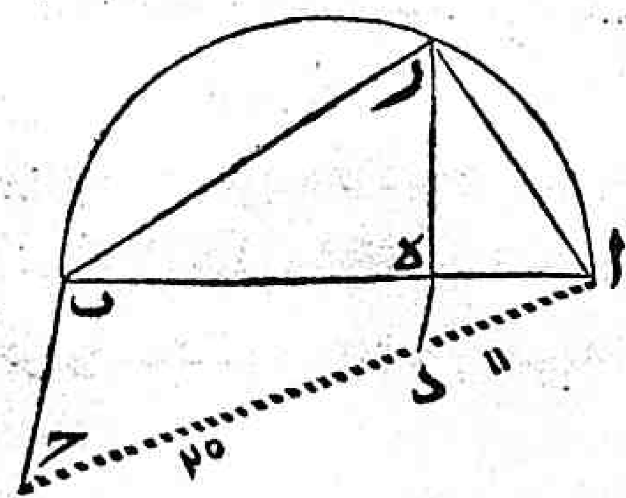
ا ٠ ح .... د .... ب

ليكن مربع اح هو الواحد نفسه والحاصل من ضرب اح في حد مرتين هو حب فمربع اب يفضل علي مربع حد بعدد اب الفرد الاوّل وهو غير مربع فهذا طريق تحصيل عددين مربعين يفضل احدهما علي الاخر بعدد غير مربع ۞

الب

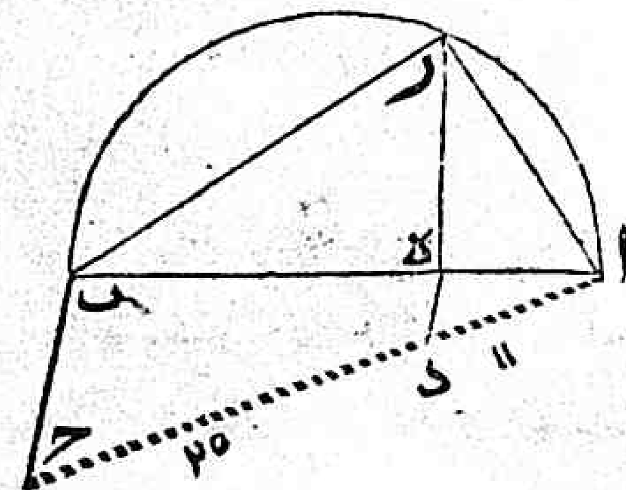
لنا ان نجد خطين منطقين في القوة مشتركين فيها فقط يقوي الاطول علی الاقصر بزيادة مربع خط يشاركه في الطول ۞

فليكن اح حد عددين مربعين ونزيد اح علي حد بعدد اح الغير المربع وليكن اب خطا منطقا في الطول وهو الخط الموضوع اوما يشاركه ولنجعل اح اب يحيطان بزاوية باح وننصف اب بالشكل العاشر من الاولي ونصل بح بخط مستقيم ونخرج من د خط ده موازيا لخط بح بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فلينته الي اب علي نقطة ه ونخرج منها هر عمود علي اب بالشكل الحادي عشر من الاولي فلينته الي المحيط علي نقطة ر ونصل بينها وبين كل من نقطتي اب بخط مستقيم فلان زاويتي د ه من مثلث اهد كزاويتي ح ب من مثلث ابح بالشكل



التاسع والعشرين من الاولي وزاوية ا مشتركة بين المثلثين فنسبة اح الي اد كنسبة اب الي اه بالشكل الرابع من السادسة ونسبة اب الي ار كنسبة ار الي اه باستبانة الشكل الثامن من السادسة فنسبة مربع اب الي مربع ار كنسبة اب الي اه باستبانة الشكل التاسع عشر من السادسة فنسبة مربع اب الي مربع ار كنسبة اح الي اد بالشكل الحادي عشر من الخامسة فخط اب يباين خط ار في الطول بالشكل السابع لان اح اد عددان غير

مربعين ويشاركه في القوة بالشكل السادس لان نسبة مربعيهما كنسبة عددي اج اد واب منطق في القوة فار منطق في القوة باستبانة الشكل العاشر وبمثل ما بينا تبين ان نسبة مربع اب الي مربع ار كنسبة اب الي به بالقلب ونسبة اج الي دج العددين المربعين كنسبة اب الي به فنسبة مربع اب الي مربع ار كنسبة عدد اج الي عدد دج العددين المربعين بالشكل الحادي عشر من الخامسة فخط اب يشارك خط بر في الطول والقوة بالشكل السابع وزاوية ارب قايمة بالشكل الثلثين من المقالة الثالثة ومربع اب كمربعي ار رب بالشكل السابع



والاربعين من الاولي فخط اب يقوي علي خط ار بمربع خط يشاركه في الطول وهو بر مع ان خطي اب ار منطقان في القوة مشتركان فيهما فقط فالحكم ثابت وذلك مـا اردنـا ان نبـــين ۞

مقدمة

كل عددين مربعين مجموعهما غير مربع اذا ضرب في عدد مربع كان الحاصل عددان مربعـان مجموعهمـا غير مربـــع ۞

ليكن اب بج عددين مربعين واج المولف منهما غير مربع ود عدد مربع فاقول ان الحاصل من ضرب اج في د عددان مربعان مجموعهما غير مربع برهـانه ليكن هر هو الحاصل من ضرب اب في د ورج هو الحاصل من ضرب بج في د ايضا فكل من هر رج مربع باستبانة الشكل الثاني من التاسعة

ا ..... ٢٥ ..... ب ..... ٩ ..... ج

..... ١٦ ..... د

ه ..... ٤٠٠ ..... ر ..... ١٤٤ ..... ح

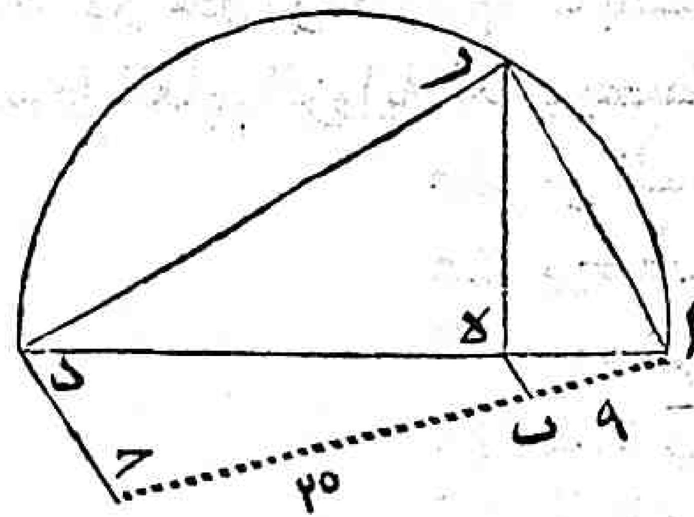
وهح غير مربع لانه حاصل من ضرب اج غير المربع في د المربع باستبانة الشكل المذكور ايضا في هذا الطريق يمكن ان نجد اعداد غير متناهيه كل واحد منها عددان مربعان مجموعهما غير مربع وذلك ما اردنا ان نبين

كج

لنا ان نجد خطين منطقين في القوة مشتركين فيهما فقط يقوي الاطول علي الاقصر بزيادة مربع خط يباينه في الطـــول ۞

لنجد

لنجد اب بج عددين مربعين مجموعهما وهو اج غير مربع بالمقدمة وليكن خط اد الخط الموضوع او خطا يشاركه منطقا في الطول وننصفه بالشكل العاشر من الاولي ونرسم عليه نصـــف دايرة ارد ونجعل اد اج محيطين بزاوية داج ونصل بين نقطتي د ج بخط مستقيم ونخرج من نقطة ب خط به موازيا لخط دج بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فلبنته الي خط اد علي نقطة ه ونخرج منها عمود هر علي خط اد بالشكل الحادي عشر من الاولي فلبنته الي المحيط علي نقطة ر ونصل بينها وبين كل واحدة من نقطتي ا د بخط مستقيم وزاويـا ب ه من مثلث ابه كزاويتي ج د من مثلث اجد بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فنسبة اج الي ب كنسبة اد الي اه بالشكل الرابع من السادسة ونسبة اد الي ار كنسبة ار الي اه باستبانة الشكل الثامن من السادسة ونسبة مربع اد الي مربع ار كنسبة اد الي اه باستبانة الشكل التاسع عشر من السادسة فنسبة مربع اد الي مربع ار كنسبة عدد اج الي عدد اب بالشكل الحادي عشر من الخامسة فخط اد يشارك خط ار في القوة فقط بالشكل السابع ولان زاوية ارج قايمة بالشكل الثلثين من الثالثة فمربع اد كمربعي ار رد بالشكل السابع والاربعين من الاولي فمربع اد يقوي علي مربع ار بقوة خط رد ولان نسبة مربع اد الي مربع در كنسبة اد الي ده باستبانة الشكل الثامن والتاسع عشر من السادسة وبالقلب نسبة اج الي اب كنسبة اد الي ده فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع اد الي مربع در كنسبة عدد اج الي عدد بج وهما عددان غير مربعين فخط اد يشارك خط در في القوة ويباينه في الطول بالشكل السابع فخطا اد ار مشتركان في القوة فقط ويقوي اد علي ار بقوة خط در الذي يبـاينه في الطول فالحكم ثابت وذلك مـا اردنـا ان نبـــين ۞

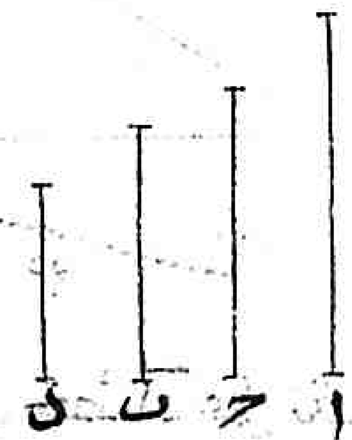


الد

لنا ان نجد خطين موسطين مشتركين في القوة فقط يحيطان بمنطق يقوي الاطول علي الاقصر منهما بزيادة مربع خط يشاركه في الطـــول ۞

يحصل خطين منطقين في القوة مشتركين فيهما فقط يقوي الاطول علي

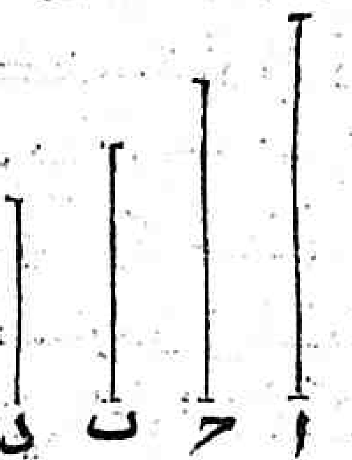
الاقصر يقوى خط يشاركه في الطول بالشكل الثاني والعشرين وليكونا آ ب
ويحصّل خطا وسطا بينهما بالشكل التاسع من السادسة وهو خط ج
فالسطح القايم الزوايا الذي يحيط به خطا آ ب كمربع ج بالشكل السابع
عشر من السادسة فخط ج موسط بالشكل السابع
عشر ويحصّل خطا رابعا لها في النسبة بالشكل
الحادي عشر من السادسة وهو د فنسبة آ الي ج
كنسبة ب الي د وبالابدال نسبة آ الي ب كنسبة
ج الي د بالشكل السادس عشر من الخامسة وآ
يشارك ب في القوة فقط فج يشارك د في القوة فقط
بالشكل الثامن وج موسط فد موسط بالشكل



التاسع عشر وآ يقوى علي ب بزيادة قوة خط يشاركه في الطول فج يقوى
علي د بزيادة قوة خط يشاركه في الطول بالشكل الثاني عشر وكانت نسبة
ج الي ب كنسبة آ الي ج فنسبة ج الي ب كنسبة ب الي د بالشكل الحادي
عشر من الخامسة فسطح ج في د القايم الزوايا كمربع ب المنطق بالشكل
السابع عشر من السادسة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

له

لنا ان نجد خطين موسطين مشتركين في القوة فقط يحيطان بمنطق يقوى الاطول على الاقصر بزيادة قوة خط يباينه في الطول ۞

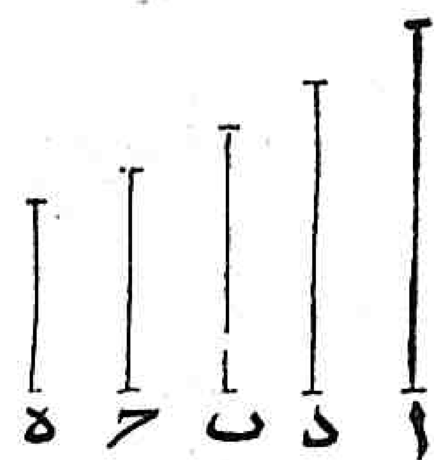


يحصّل خطين منطقين في القوة مشتركين فيهما فقط
يقوى الطول علي الاقصر بزيادة قوة خط يباينه
في الطول بالشكل الثالث والعشرين وليكونا خطي
آ ب ويحصّل الوسط بينهما بالشكل التاسع من
السادسة وهو ج فالسطح القايم الزوايا الذي يحيط
به خطا آ ب يساوي مربع ج بالشكل السادس عشر من السادسة فهو
موسط وليكن خط د رابع خطوط آ ج ب في النسبة بالشكل الحادي عشر
من السادسة وبالابدال نسبة آ الي ب كنسبة ج الي د بالشكل السادس
عشر من الخامسة وآ يشارك ب في القوة فقط فج يشارك د في القوة فقط
بالشكل التاسع عشر وج موسط فد موسط بالشكل الثامن وآ يقوى علي
ب بزيادة مربع خط يباينه في الطول بالشكل الحادي عشر من الخامسة
فج يقوى علي د بزيادة مربع خط يباينه في الطول بالشكل الثاني عشر
ونسبة ب الي د كنسبة آ الي ج ونسبة ج الي ب
كنسبة

كنسبة آ الي ج فنسبة ج الي ب كنسبة ب الي د بالشكل الثاني عشر
فالسطح القايم الزوايا الذي يحيط به خطا ج د يساوي مربع ب
المنطق فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

لو

لنا ان نجد خطين موسطين مشتركين في القوة فقط محيطان بموسط يقوى الاطول على الاقصر منهما بزيادة قوة خط يشاركه في الطول



فيحصّل خطين مستقيمين منطقين في القوة
مشتركين فيها فقط يقوى الاطول علي الاقصر
بزيادة مربع خط يشاركه في الطول بالشكل
الثاني والعشرين وهما آ ج ويحصّل خطا مستقيما
يشارك ج او آ في القوة فقط بالشكل التاسع وهو ب ويحصّل بين خطي آ ب
خطا وسطا في النسبة بالشكل التاسع من السادسة وهو د فالسطح القايم
الزوايا الذي يحيط به خطا آ ب كمربع د بالشكل السادس عشر من السادسة
فد موسط بالشكل السابع عشر وليكن نسبة آ الي ج كنسبة د الي ه بالشكل
الحادي عشر من السادسة ويقوى علي ج بمربع خط يشاركه في الطول فد
يقوى علي ه بمربع خط يشاركه في الطول بالشكل الثاني عشر فه موسط
بالشكل التاسع عشر وبالابدال نسبة ج الي ه كنسبة آ الي د بالشكل السادس
عشر من الخامسة وكانت نسبة د الي ب كنسبة آ الي د فبالشكل الحادي عشر
من الخامسة نسبة د الي ب كنسبة ج الي ه فالسطح القايم الزوايا الذي يحيط
به خطا ب ج الموسط بالشكل السابع عشر يساوي السطح القايم الزوايا
الذي يحيط به د ه بالشكل الخامس عشر من السادسة فالحكم ثابت
وذلك ما اردنا ان نبين ۞

لز

لنا ان نجد خطين موسطين مشتركين في القوة فقط يقوى الاطول على الاقصر بزيادة مربع خط يباينه في الطول ۞

فيحصّل خطوط آ ب ج المنطقة في القوة المشتركة فيها فقط كما بينا في
الشكل المتقدم ويحصّل خط د وسطا بين آ ب وخط ه رابعا في النسبة

الخطوط آ ب ح ونعمل الجميع علي ما بينا في الشكل المتقدم والفرق بين الشكلين ان خط د يقوي علي خط ه بقوة خط يشاركه في الطول في الشكل المتقدم وهاهنا د يقوي علي ه بمربع خط يباينه في الطول والبيان كالبيان والحولان كالحولان فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

كح

لنا ان نجد خطين متباينين في القوة مجموع مربعهما منطق وضعف سطح احدهما في الاخر موسط ۞

يحصل خطين مستقيمين منطقين في القوة ومشتركين فيها فقط يقوي اطولهما علي اقصرهما بزيادة مربع خط يباينه في الطول بالشكل الخامس والعشرين وليكونا اب بح واب اطولهما وننصف اب بالشكل العاشر من الاولي ونرسم عليه نصف دايرة ارب ونضيف الي اب سطحا كربع مربع بح ينقص عن تمامه مربعا بالشكل الثامن والعشرين من السادسة فيقسم السطح المضاف للخط بقسمين متباينين بالشكل الرابع عشر ولنقسمه علي نقطة ه ونخرج منها عمود هر علي اب فلينته الي المحيط علي نقطة ر ونصل ار رب بخطين مستقيمين فاقول ان خطي ار رب متباينان في القوة ومجموع مربعيهما منطق وضعف سطح احدهما في الآخر موسط برهانه ولان مثلثي اهر رهب متشابهان ويشبهان مثلث ارب بالشكل الثامن من السادسة فنسبة اه الي هر ونسبة ره الي هب كنسبة ار الي رب فنسبة اه الي هر كنسبة ره الي هب بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة ار الي رب مثناة كنسبة اه الي هر مثناة ونسبة اه الي هب كنسبة اه الي هر مثناة باستبانة الشكل التاسع عشر من السادسة فنسبة ار الي رب مثناة كنسبة اه الي هب ونسبة مربع ار الي مربع رب كنسبة ار الي رب مثناة فنسبة مربع ار الي مربع رب كنسبة اه الي هب بالشكل الحادي عشر من الخامسة واه يباين هب فمربع ار يباين مربع رب بالشكل الثامن وننصف بح علي د بالشكل العاشر من الاولي فمربع بد ربع مربع بح بالشكل الرابع من الثانية وسطح اه في هب كربع مربع بح وسطح اه في هب كمربع ره بالشكل السابع عشر من السادسة لان ره وسط في النسبة بين اه هب بالشكل الثامن من السادسة فره يساوي

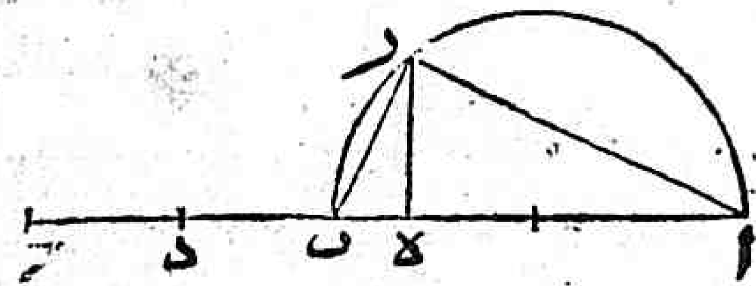
يساوي بد ونسبة اب الي ار كنسبة رب الي ره بالشكل الرابع من السادسة لان زوايا مثلثي ارب بره المتناظره متساوية بالشكل الثامن من السادسة ونسبة رب الي بد كنسبة رب الي ره بالشكل السابع من الخامسة لان ره بد متساويان فنسبة اب الي ار كنسبة رب الي بد فسطح اب في بد كنسبة ار في رب بالشكل السادس عشر من السادسة وسطح اب في بح كسطح اب في بد دح معا بالشكل الاول من الثانية وسطح اب في بح موسط بالشكل السابع عشر فضعف سطح ار في رب موسط ولان زاوية ارب قايمة بالشكل الثلثين من الثالثة فمربع اب المنطق كمربعي ار رب بالشكل السابع والاربعين من الاولي فمجموع مربعي اب بر منطق فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

الط

لنا ان نجد خطين متباينين في القوة سطح احدهما في الآخر منطق ومجموع مربعيهما موسط ۞

فنحصل خطين موسطين مشتركين في القوة فقط يحيطان بمنطق واطولهما يقوي علي الاقصر بزيادة خط يباينه في الطول بالشكل السابع والعشرين وهما اب بح واطولهما اب ونضيف الي اب سطحا كربع مربع بح ينقص عن تمامه مربعا بالشكل الثامن والعشرين من السادسة فنقسم اب علي نقطة ه بقسمين متباينين بالشكل الرابع عشر فننصف كل واحد من خطي اب بح بالشكل العشرين من الاولي وليكن بح منصفا علي د ونرسم على اب نصف دايرة ارب ونخرج من نقطة ه عمود هر علي اب بالشكل الحادي عشر من الاولي فلينته الي المحيط علي نقطة ر ونصل بينهما وبين كل واحده من نقطتي آ ب بخط مستقيم فاقول ان خطي ار رب متباينان في القوة وسطح احدهما في الاخر منطق ومجموع مربعيهما موسط برهانه فلان مثلثي اهر بهر متشابهان ويشبهان مثلث ابر بالشكل الثامن من السادسة فنسبة ار الي رب كنسبة اه الي هر فنسبة ار الي رب مثناة كنسبة اه الي هر مثناة ونسبة اه الي هب كنسبة اه الي هر مثناة لان عمود ره وسط في النسبة بين اه هب فنسبة ار الي رب مثناة كنسبة اه الي هب بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة مربع ار الي مربع رب كنسبة ار الي رب مثناة فنسبة مربع ار الي مربع رب كنسبة اه الي هب بالشكل الحادي عشر من الخامسة واه يباين هب فمربع

اَرَ يباين مربع رَبَ بالشكل الثامن ولان ربع مربع بَحَ المنصف علي دَ لمربع بَدَ بالشكل الرابع من الثانية فسطح اَهَ في هَبَ لمربع بَدَ ولان عمود رَهَ وسط في النسبة بين اَهَ هَبَ فسطح اَهَ في هَبَ يساوي مربع رَهَ بالشكل الرابع عشر من السادسة فعمود رَهَ يساوي خط بَدَ فنسبة رَبَ الي بَدَ كنسبته الي رَهَ بالشكل السابع من الخامسة ولان مثلثي اَرَبَ رَهَبَ متشابهان فنسبة اَبَ الي اَرَ كنسبة بَرَ الي رَهَ وكانت نسبة بَرَ الي بَدَ كنسبة بَرَ الي رَهَ

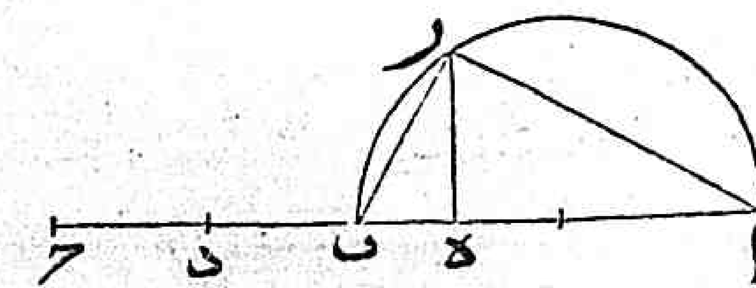


فنسبة اَبَ الي اَرَ كنسبة رَبَ الي بَدَ بالشكل الحادي عشر من الخامسة فسطح اَبَ في بَدَ كسطح اَرَ في رَبَ بالشكل السادس عشر من السادسة ونسبة سطح اَبَ في بَدَ الي سطح اَبَ في بَحَ كنسبة بَدَ الي بَحَ بالشكل الاول من السادسة وبَدَ نصف بَحَ فسطح اَبَ في بَدَ نصف سطح اَبَ في بَحَ المنطق فسطح اَبَ في بَدَ منطق فسطح اَرَ في رَبَ منطق ولان زاوية اَرَبَ قايمة بالشكل الثلثين من الثالثة فمربع اَبَ الموسط لمجموع مربعي اَبَ رَبَ بالشكل السابع والاربعين من الاولي فمربعا اَرَ رَبَ موسط فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

لَ

لنا ان نجد خطين متباينين في القوة ضعف سطح احدهما في الآخر موسط ومجموع مربعيهما موسط مباين لضعف سطح احدهما في الآخر ۞

نحصل خطين موسطين مشتركين في القوة فقط يحيطان بموسط يقوي اطولهما علي اقصرهما بزيادة قوة خط يباينه في الطول بالشكل التاسع والعشرين وهما اَبَ بَحَ فننصف كل واحد من خطي اَبَ بَحَ بالشكل العاشر من الاولي وليكن بَحَ منصفا علي دَ فنرسم علي اَبَ نصف دايرة اَرَبَ ونضيف الي



خط اَبَ سطحا يساوي لمربع بَحَ ينقص عن تمامة مربعا بالشكل الثامن والعشرين من السادسة فيقسم السطح المضاف الخط علي نقطة هَ بمتباينين لان اَبَ يقوي علي بَحَ بمربع خط يباينه في الطول بالشكل الرابع عشر ونخرج من نقطة هَ عمود هَرَ علي اَبَ بالشكل الحادي عشر من الاولي

الاولي فلينته الي المحيط علي نقطة رَ فنصل بينهما وبين كل من نقطتي اَ بَ بخط مستقيم فاقول ان خطي اَرَ رَبَ متباينان في القوة ومجموع مربعيهما موسط وضعف سطح احدهما في الآخر موسط مباين لمجموع المربعين برهانه ولان مثلث اَهَرَ شبيه مثلث اَبَرَ بالشكل الثامن من السادسة فنسبة اَبَ الي رَبَ كنسبة اَهَ الي هَرَ فنسبة اَرَ الي رَبَ مثناة كنسبة اَهَ الي هَرَ مثناة ونسبة مربع اَرَ الي مربع رَبَ كنسبة اَرَ الي رَبَ مثناة باستبانة الشكل التاسع عشر من السادسة فنسبة مربع اَبَ الي مربع رَبَ كنسبة اَهَ الي هَبَ مثناة بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة اَهَ الي هَبَ كنسبة اَهَ الي هَرَ مثناة لان رَهَ وسط في النسبة بين خطي اَهَ هَبَ باستبانة الشكل الثامن من السادسة فنسبة مربع اَرَ الي مربع رَهَ كنسبة اَهَ الي هَبَ بالشكل الحادي عشر من الخامسة واَهَ يباين هَبَ فمربع اَرَ يباين مربع رَبَ بالشكل الثامن وسطح اَهَ في هَبَ المساوي لمربع رَهَ بالشكل السابع عشر من السادسة يساوي ربع مربع بَحَ المساوي لمربع بَدَ بالشكل الرابع من الثانية فبَدَ يساوي هَرَ فنسبة بَرَ الي بَدَ كنسبته الي هَرَ بالشكل السابع من الخامسة ولان مثلثي اَبَرَ بَرَهَ متشابهان فنسبة اَبَ الي اَرَ كنسبة بَرَ الي رَهَ وكانت نسبة بَرَ الي بَدَ كنسبة بَرَ الي رَهَ فنسبة اَبَ الي بَرَ كنسبة رَبَ الي بَدَ بالشكل الحادي عشر من الخامسة فسطح اَبَ في بَدَ كسطح اَرَ في رَبَ بالشكل السادس عشر من السادسة ونسبة سطح اَبَ في بَحَ الي سطح اَبَ في بَدَ كنسبة بَحَ الي بَدَ بالشكل الاول من السادسة لكن بَحَ ضعف بَدَ فسطح اَبَ في بَحَ الموسط ضعف سطح اَبَ في بَدَ فضعف سطح اَرَ في رَبَ موسط ومساوي لضعف سطح اَرَ في رَبَ ولان زاوية اَرَبَ قايمة بالشكل الثلثين من الثالثة فمربع اَبَ الموسط يساوي مربعي اَرَ رَبَ معا فمربعا اَرَ رَبَ معا موسط ونسبة مربع اَبَ الي سطح اَبَ في بَحَ كنسبة اَبَ الي بَحَ بالشكل الاول من السادسة واَبَ يباين بَحَ فمربع اَبَ يباين سطح اَبَ في بَحَ بالشكل الثامن فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

لاَ

كل خط مستقيم مركب من خطين مستقيمين منطقين في القوة متشاركين فيها فقط اصم ويسمي ذا الاسمين ۞

ليكن خط اَحَ المستقيم مركبا من خطي اَبَ بَحَ المنطقين في القوة المشتركين فيها فقط فاقول ان خط اَحَ اصم برهانه فلان كل واحد من

مربعي اب بج المشتركين منطق فمجموعهما المشارك لكل واحد منهما بالشكل الحادي عشر منطق باستبانة الشكل العاشر وكل واحد من سطحي اب في بج المتشاركين مشارك لضعفه بالشكل الحادي عشر وكل من السطحين موسط بالشكل السابع عشر فضعفهما موسط بالشكل التاسع عشر وسطح اب في بج يباين مربع بج بالشكل الثامن فمجموع مربعي اب بج المشارك بج بالشكل الحادي عشر يباين سطح اب في بج والا لشاركه فيشارك مربع بج سطح اب في بج بالشكل العاشر وهو يباينه هذا خلف فمجموع مربعي اب بج يباين سطح اب في بج فيباين ضعف سطح اب في بج المشارك لسطح اب في بج بالشكل الحادي عشر والا لشاركه فيشارك سطح اب في بج بالشكل العاشر وهو يباينه هذا خهف فمجموع مربعي اب بج المنطق يباين ضعف سطح اب في بج الموسط ومجموع المربعين مع ضعف سطح اب في بج يساويان مربع اج بالشكل الرابع من الثانية فمربع اج يباين مجموع مربعي اب بج المنطق باستبانة الشكل الحادي عشر فمربع اج اصم فاج القوي عليه اصم فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

لب

كل خط مستقيم مركب من خطين موسطين مشتركين في القوة فقط وسطح احدهما في الآخر منطق ويسمي ذا الموسطين الاول ۞

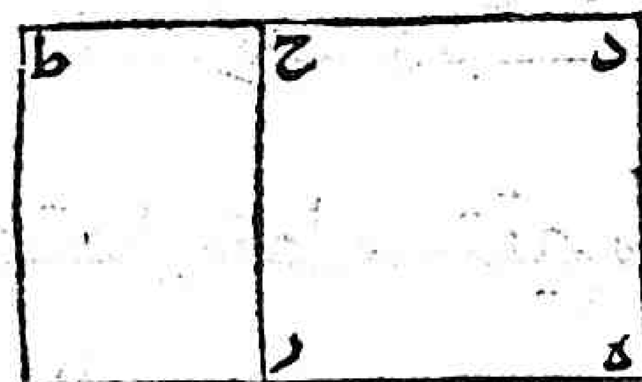
ليكن خط اج مركبا من خطي اب بج المتباينين الموسطين المشتركين في القوة فقط وسطح اب في بج منطق فاقول ان اج اصم برهانه فلان كل واحد من سطحي اب في بج منطق فمجموعهما المشارك لكل واحد منهما بالشكل الحادي عشر منطق باستبانة الشكل العاشر وكل واحد من مربعي اب بج المشارك لمجموعهما بالشكل الحادي عشر موسط فمجموعهما موسط بالشكل التاسع عشر فضعف سطح اب في بج المنطق يباين مجموع مربعيهما الموسط فمربع اج المساوي لمجموع اب بج وضعف سطح اب في بج بالشكل الرابع من الثانية يباين ضعف سطح اب في بج المنطق باستبانة الشكل الحادي عشر فمربع اج اصم فاج القوي عليه اصم فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

لج

كل

كل خط مستقيم مركب من خطين مستقيمين موسطين مشتركين في القوة فقط وسطح احدهما في الآخر موسط فهو اصم ويسمي ذا الموسطين الثاني ۞

ليكن خط اج المستقيم مركبا من خطي اب بج المستقيمين الموسطين المشتركين في القوة فقط وسطح اب في بج موسط فاقول ان خط اج اصم برهانه ليكن خط ده المستقيم المحدود منطقا فنضيف اليه سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا يساوي مربعي اب بج باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو سطح هدح فلان كل واحد من مربعي اب بج المشتركين موسط فمجموعهما موسط بالشكل التاسع عشر فعرض دح منطق في القوة مباين لخط ده في الطول بالشكل الثامن عشر فخط حر المساوي لخط ده المنطق بالشكل الرابع والثلثين من الاولي منطق ونضيف الي خط حر المنطق سطح رط المتوازي الاضلاع القايم الزوايا المساوي لضعف سطح اب في بج باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي فلان سطح رط موسط بمثل ما بينا ان مجموع مربعي اب بج موسط فخط حط منطق في القوة مباين لخط حر في الطول بالشكل الثامن عشر ولان كل واحده من الزوايا التي عند نقطتي ح ر قايمة فكل واحد من خطي دط هر خط مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاولي وهما متوازيان بالشكل السابع والعاشرين من الاولي وسطحا در رط متباينان لتباين خطي اب بج بمثل ما بينا في الشكل المتقدم فنسبة سطح در الي سطح رط كنسبة دح الي حط بالشكل الاول من السادسة وسطح در يباين سطح رط فخط دح يباين خط حط بالشكل الثامن فخط دط ذو الاسمين فهو اصم بالشكل الثاني والثلثين ونسبة مربع ده الي سطح هط كنسبة ده الي دط المتباينين بالشكل الاول من السادسة فمربع ده المنطق يباين سطح هط فسطح هط اصم وخط اج يقوي علي سطح هط بالشكل الرابع من الثانية فاج اصم وذلك ما اردنا ان نبين ۞



لد

كل خط مستقيم مركب من خطين متباينين

في القوة مجموع مربعيهما منطق وضعف سطح احدهما في الآخر موسط اصم يسمي الاعظم ۞

ليكن خط اح مركبا من خطي اب بح المتباينين في القوة مجموع مربعي اب بح منطق وضعف سطح احدهما في الآخر موسط فاقول ان اح اصم برهانه فلان مجموع مربعي اب بح منطق وضعف سطح اب في بح موسط وهما متباينان ومربع اح يساويهما بالشكل الرابع من الثانيه فمربع اح يباين كل واحد منهما باستبانة الشكل الحادي عشر فيباين مجموع مربعي اب بح المنطق فمربع اح اصم فاح اصم وذلك ما اردنا ان نبين ۞

له

كل خط مستقيم مركب من خطين متباينين في القوة مجموع مربعيهما موسط وضعف سطح احدهما في الآخر منطق اصم ويسمي القوي على منطق وموسط ۞

ليكن خط اح المستقيم مركبا من خطي اب بح المتباينين في القوة مجموع مربعيهما موسط وضعف سطح اب في بح منطق فاقول ان اح اصم برهانه فلان مجموع مربعي اب بح موسط وضعف سطح اب في بح منطق وهما متباينان فمربع اح المساوي لهما بالشكل الرابع من الثانية يباين ضعف سطح اب في بح المنطق باستبانة الشكل الحادي عشر فهو اصم فاح اصم وذلك ما اردنا ان نبين ۞

لو

كل خط مستقيم مركب من خطين متباينين في القوة مجموع مربعيهما موسط وضعف سطح احدهما في الآخر موسط مباين للاول اصم ويسمي القوي

على

على الموسطين ۞

ليكن خط اح المستقيم مركبا من خطي اب بح المتباينين في القوة مجموع مربعي اب بح موسط وضعف سطح اب في بح موسط مباين لمجموع المربعين فاقول ان اح اصم برهانه ليكن خط ده خطا مستقيما محدودا منطقا ونضيف اليه سطح هرح المتوازي الاضلاع القايم الزوايا مساويا لمجموع مربعي اب بح بالشكل الثامن عشر فخط رح المساوي لخط ده بالشكل الرابع والثلثين من الاولي منطق فعرض دح منطق في القوة مباين لخط ده الطول ونضيف الي حر المنطق سطحا متوازي الاضلاع القايم الزوايا مساويا لضعف سطح اب في بح باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو رط فخط حط منطق في القوة مباين لخط حر بالشكل الثامن عشر فخطا دط هر مستقيمان بالشكل الرابع عشر من الاولي لان كل واحده من الزوايا التي عند نقطتي ح ر قايمة ومتوازيان بالشكل السابع والعشرين من الاولي ولان نسبة سطح در الي رط كنسبة دح الي حط بالشكل الاول من السادسة والسطحان متباينان فخطا دح حط متباينان بالشكل الثامن فخط دط ذو الاسمين ومربع ده منطق ونسبته الي سطح هط كنسبة ده الي دط بالشكل الاول من السادسة وهما متباينان فسطح هط يباين مربع ده المنطق بالشكل الثامن فهو اصم ومربع اح يساوي سطح هط بالشكل الرابع من المقالة الثانيه فاح اصم وذلك ما اردنا ان نبين ۞

مقدمة اولي

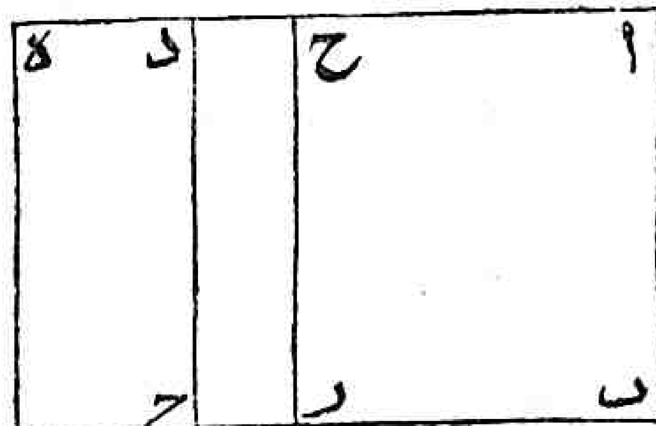
كل خط مستقيم محدود قسم بقسمين مختلفين مرة بعد اخري وكان اعظم قسمي كل قسمه في احد جهتي الخط بعينه والاصغر في الجهة الآخري فمجموع مربعي قسمي كل قسمة اعظم قسمية اعظم من اعظم قسمي قسمة اخري اعظم من مجموع مربعي قسمي القسمة الآخري ۞

ليكن خط اح قسم بقسمين مختلفين علي ب ثم علي د واب بح اعظم قسمي القسمتين في جهة آ من خط اح فاقول ان مجموع مربعي اد دح اعظم من مجموع مربعي اب بح برهانه فلان مربع اد يساوي مربعي اب بد وضعف سطح اب في بد بالشكل الرابع من الثانية ومربع بح يساوي مربعي بد دح وضعف سطح بد في دح بالشكل الرابع من الثانية فاذا القينا مربعات اب بد دح المشتركة يبقي ضعف

سطح اب في بح اعظم من ضعف سطح بد في دح فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ☼

مقدمة ثانية

لبكن اب خطا مستقيما محدودا ونضيف اليه سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا يساوي مربعي اد دح باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو سطح بحد ونضيف الي خط حد سطحا متوازي الاضلاع القايم الزوايا يساوي ضعف سطح اد في دح وهو سطح حه باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي ونضيف الي خط اب سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا يساوي مجموع مربعي اب بح باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو سطح برح فيكون اصغر من سطح بد بالمقدمة الاولي ونضيف الي خط رح سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا يساوي ضعف سطح اب في بح باستبانة الشكل المذكور وهو سطح ره فلان مربعي اد دح وضعف سطح اد في دح يساوي مربع اح ومربعي اب بح وضعف سطح اب في بح يساويان مربع اح بالشكل الرابع من الثانية فيكون فضل مربعي اد دح علي مربعي اب بح يساوي فضل ضعف سطح اب في بح علي ضعف سطح اد في دح وهو سطح رد وذلك ما اردنا ان نبين ☼

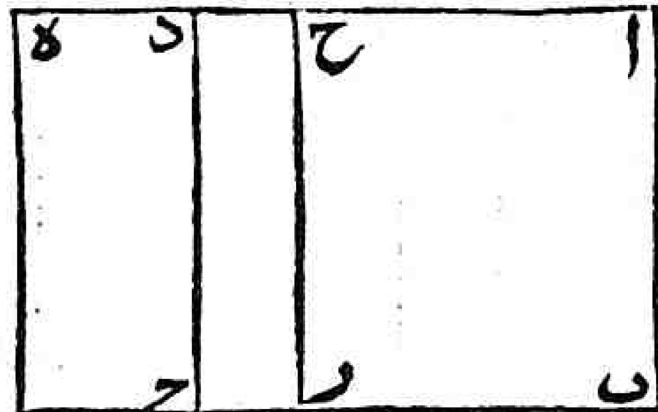


لز

كل خط مستقيم محدود قسم بذي الاسمين علي نقطة فانه لايمكن ان يقسم ذلك الخط بذي الاسمين علي نقطة اخري اصلا الاعلي نقطة واحدة فقط غير الاولي يكون قسما الخط من القسمتين متساويين الاعظم للاعظم والاصغر للاصغر ☼

والّا فلنقسم خط اح المستقيم المحدود علي نقطتي ب د بذي الاسمين يكون قسما اب بح اد دح مخالفين بالصغر والكبر فنضيف الي خط اب المستقيم المحدود المنطق سطحا متوازي الاضلاع القايم الزوايا يساوي مربعي

مربعي اد دح وهو سطح بحد ونضيف الي خط حد سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا يساوي ضعف سطح اد في دح وهو سطح حه ونضيف الي خط اب سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا يساوي مربعي اب بح وهو سطح برح فيكون اصغر من سطح بد بالمقدمة الاولي ونضيف الي خط رح سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا يساوي ضعف سطح اب في بح وهو سطح ره كل ذلك باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي فيكون سطح رد هو فضل مربعي اد دح علي مربعي اب بح وهو بعينه فضل ضعف سطح اب في بح علي ضعف سطح اد في دح بالمقدمة الثانية لكن كل واحد من المربعات الاربعة منطق وكل واحد من ضعفي السطحين موسط وفضل المنطق علي المنطق منطق بالشكل الحادي عشر وباستبانة الشكل العاشر وفضل الموسط علي الموسط اصم بالشكل العشرين فسطح رد منطق واصم هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ☼

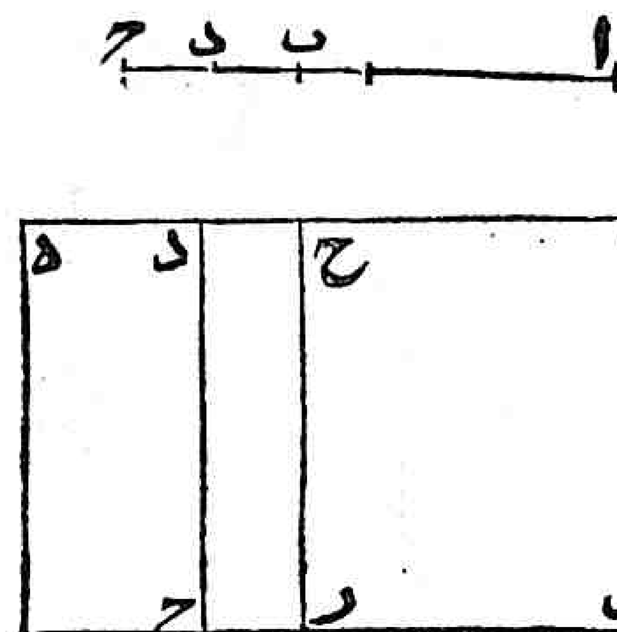


لح

كل خط مستقيم محدود قسم بذي الموسطين الاول فلا يمكن ان ينقسم بذي الموسطين علي نقطة اصلا الاعلي نقطة واحدة فقط قسما الخط من القسمتين متساويان الاعظم للاعظم والاصغر للاصغر ☼

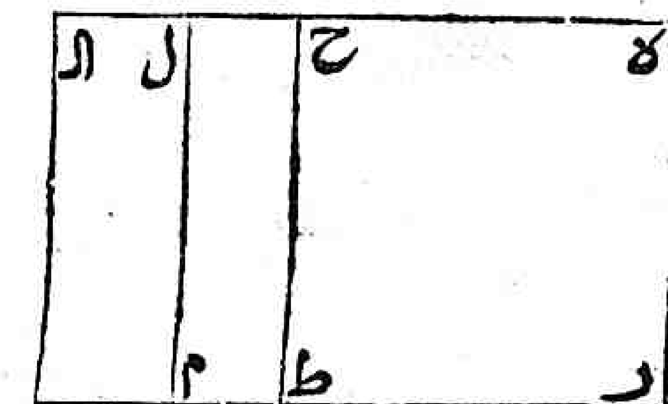
والّا فلنقسم خط اح علي نقطتي ب د بذي الموسطين الاول وقسما اب بح مخالفان قسمي اد دح بالكبر والصغر فنضيف الي خط اب المستقيم المحدود المنطق سطحا متوازي الاضلاع القايم الزوايا يساوي مربعي قسمي اد دح وهو سطح بحد ونضيف الي خط حد سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا يساوي ضعف سطح اد في دح وهو سطح حه ونضيف الي خط اب سطحا متوازي الاضلاع القايم الزوايا يساوي مربعي اب بح وهو سطح ار ونضيف الي خط رح سطحا متوازي الاضلاع القايم الزوايا

يساوي ضعف سطح اب في بح وهوسطح زه بالمقدمة الثانية كل ذلك باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي ففصل سطح اح الموسط علي از الموسط وهو سطح زد بالشكل العشرين وفصل ضعف سطح اب في بح المنطف علي ضعف سطح اد في دح المنطف منطف بالشكل الحادي عشر وباستبانة الشكل العاشر وهوسطح زد فسطح زد منطف واصم معا هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✿



لط

كل خط مستقيم منقسم بذي الموسطين الثاني لايمكن ان ينقسم بموسطيه الاّعلي نقطة واحدة فقط يكون قسما القسمتين متساويين الاعظم للاعظم والاصغر للاصغر ✿



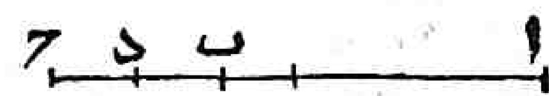
ليكن اح خطا مستقيما منقسما بذي الموسطين الثاني علي نقطة ب فاقول انه لايمكن ان ينقسم علي نقطة اخري بموسطية الثاني يختلف قسما المقسمتين بالكبر والصغر الكبير للكبير والصغير للصغير برهانه والا فلنقسم كذلك علي نقطة د فنضيف الي خط هز المستقيم المحدود المنطف سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا يساوي مربعي اب بح وهوسطح هرطح وسطحا آخر كذلك يساوي ضعف سطح اب في بح وهوسطح طك باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي فكل من عرضي هح هك منطق في القوة مباين لهز في الطول بالشكل الثامن عشر ولان زوايا التي عند نقطتي ح ط قوايم فكل من خطي هك ومايقابله خط مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاولي وهما متوازيان بالشكل السابع والعشرين من الاولي ونسبة سطح هط الي سطح طك كنسبة خط هح الي خط حك بالشكل الاول من السادسة وسطحا هط طك متباينان بمثل ما بينا في الشكل الخامس والثلثين فخطا هح حك متباينان بالشكل الثامن وهما منطقان

منطقان بالقوة فخط هك ذوالاسمين بالشكل الثالث والثلثين منقسما باسميه علي نقطة ح ونضيف الي خط هز ايضا سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا يساوي مربعي اد دح وهوسطح هل وسطحا اخر كذلك يساوي ضعف سطح اد في دح وهوسطح مك باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وتبين بمثل ما بينا ان خط هك ذوالاسمين منقسما باسميه علي نقطة ل فذوالاسمين منقسم باسميه علي نقطتي ح ل هذا خلف بالشكل التاسع والثلثين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✿

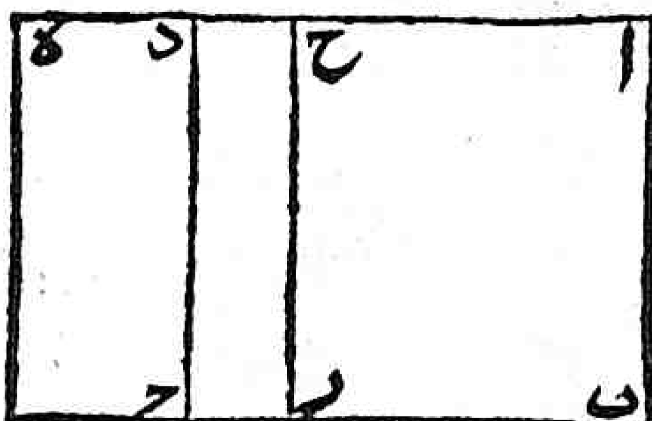
م

لاشي من الخط الاعظم ينقسم بقسميه الاّعلي نقطتين فقط يكون قسما القسمتين متساويين ✿

ولبكن اح خطا اعظم منقسما بقسميه علي نقطة ب فاقول انه لايمكن ان ينقسم بقسميه علي غير نقطة ب



يكون قسماه مخالفين لقسمي اب بح بالصغر والكبر الاكبر للاكبر والاصغر للاصغر فان امكن فلنقسم علي نقطة د بقسميه كذلك فنضيف الي خط آب المستقيم المحدود المنطق سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا يساوي مربعي بد دح وهو سطحا بحد ونضيف الي خط حد كذلك



يساوي ضعف سطح اد في دح وهوسطح حه ونضيف ايضا الي خط اب سطحا كذلك يساوي مربعي اب بح وهو سطح بزح فيكون اصغر من سطح بد بالمقدمة الاولي ونضيف الي خط زح سطحا كذلك يساوي ضعف سطح اب في بح وهوسطح زه بالمقدمة الثانية كل ذلك باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي فيكون سطح زد هو فصل مربعي اد دح علي مربعي اب بح وهوبعينه فصل ضعف سطح اب في بح علي ضعف سطح اد في دح بالمقدمة الثانيه لكن كل واحد من مجموع مربعي اد دح واب بح منطق وفصل المنطق علي المنطق منطق بالشكل الحادي عشر وباستبانة الشكل العاشر وكل من ضعفي سطح اد في دح واب في بح موسط وفصل الموسط علي الموسط اصم بالشكل العشرين فسطح زد بعينه منطق وموسط هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✿

ما

لاشي من الخط القوي على منطق وموسط ينقسم بقسميه الاعلي نقطتين فقط يكون قسما القسمتين متساويين ۞

ا ب د ح

لبكن اح القوي علي منطق وموسط منقسما بقسميه علي ب فاقول انه لايمكن ان ينقسم بقسميه علي نقطة اخري يكون قسماه مخالفين لقسمي اب بح بالصغر والكبر الصغير للصغير والكبير للكبير والا فلينقسم علي نقطة د كذلك فنضيف الي خط اب المستقيم المحدود المنطق سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا يساوي مربعي اد دح وهو سطح بحه ونضيف الي خط حد سطحا كذلك يساوي ضعف سطح اد في دح وهوسطح حه ونضيف الي خط اب سطحا كذلك يساوي مربعي اب بد وهوسطح بدح فيكون اقل من سطح بد بالمقدمة الاولي ونضيف الي خط رح سطحا كذلك يساوي ضعف سطح اب في بح وهوسطح ره بالمقدمة الثانية كل ذلك باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي فسطح رد هو فضل مربعي اد دح علي مربعي اب بح وهوايضا فضل ضعف سطح اب في بح علي ضعف سطح اد في دح لكن فضل المربعين علي المربعين فضل الموسط علي الموسط فهو اصم بالشكل العشرين وفضل ضعف سطح اب في بح علي ضعف سطح اد في دح فضل المنطق علي المنطق فهو منطق بالشكل الحادي عشر وباستبانة الشكل العاشر فسطح رد بعينه منطق واصم هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

مب

لاشي من القوي علي موسطين ينقسم بقسميه الاعلي نقطتين فقط يكون قسما القسمتين متساويين ۞

فليكن اح القوي علي موسطين مقسمها علي نقطة ب بقسميه فاقول انه لايمكن ان ينقسم بقسميه علي غير نقطة ب يكون قسماه مخالفين لقسمي اب بح بالكبر والصغر فان امكن فلينقسم علي نقطة د كذلك ونبين الخلف بمثل ما بينا في ذي الموسطين الثاني والشكل كالشكل وذلك ما اردنا

اردنا ان نبين ۞

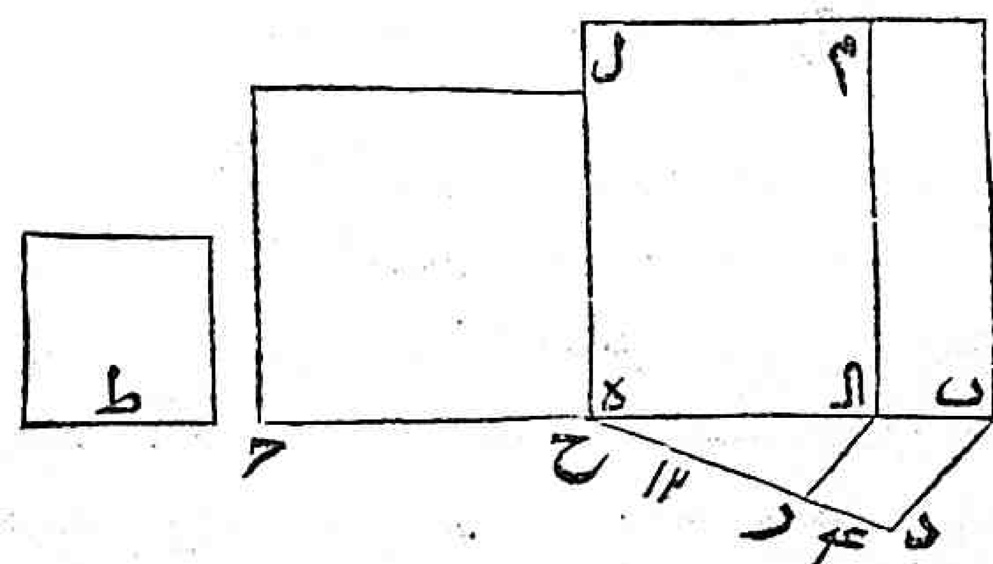
مصادرة ثانية

القسم الاعظم من كل خط مستقيم محدود انقسم بذي الاسمين يقوي علي علي قسمة الاصغر بمربع خط مستقيم محدود بالمقدمة التي ذكرناها قبل الثاني عشر فامّا ان يقوي عليه بمربع خط يشاركه في الطول اويباينه فيه ۞ فان قوي عليه بمربع خط يشاركه في الطول فان كان القسم الاعظم من ذي الاسمين منطقا في الطول يسمي ذا الاسمين الاوّل ۞ فان كان قسمة الاصغر منطقا في الطول فهوذوي الاسمين الثاني ۞ وان لم يكن شي من قسميه منطقا في الطول فهو ذو الاسمين الثالث ۞ وان قوي الاطول علي الاقصر بزيادة مربع خط يباينه في الطول فان كان القسم الاطول منطقا في الطول فهو ذو الاسمين الرابع ۞ وان كان القسم الاصغر منطقا في الطول فهو ذو الاسمين الخامس ۞ وان لم يكن شي منهما منطقا في الطول فهو ذو الاسمين السادس ولا يمكن ان يكن قسما ذي الاسمين منطقين في الطول والا لكانا مشتركين في الطول وهما متباينان هذا خلف

مح

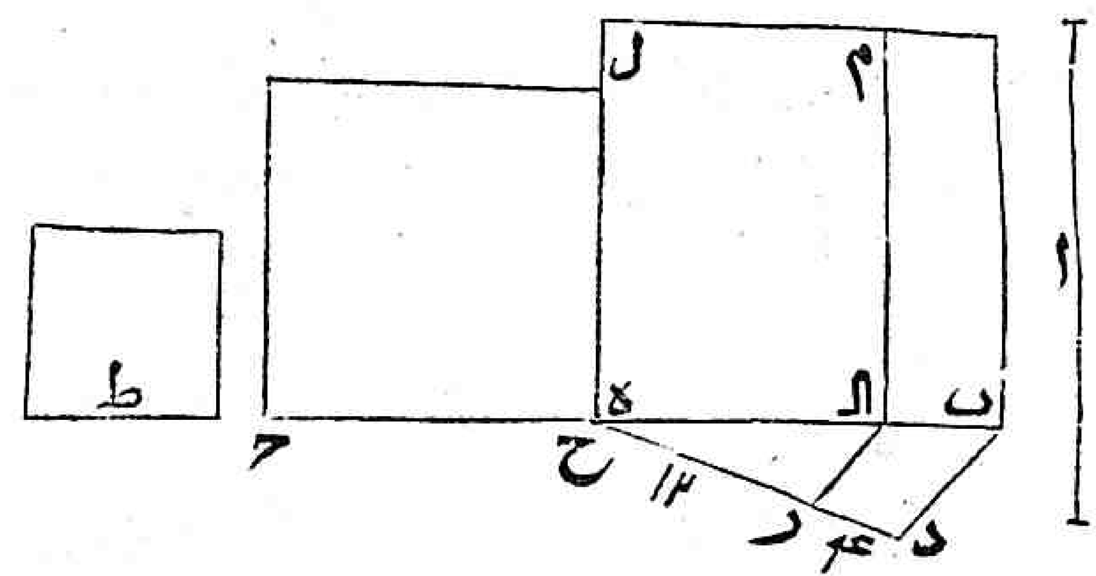
لنا ان نجد ذا الاسمين الاول ۞

لبكن آ خطا منطقا ويشاركه بح فهو منطق باستبانة الشكل العاشر ونجد عددين مربعين ليس الفضل بينهما مربعا بالمقدمة المذكورة قبل الشكل الثاني والعشرين وهما ده در والفضل بينهما ره ونجعل خط بح مع عدد ده محيطا بزاوية بحيث ينطبق نقطة ه علي نقطة ح ونصل بين نقطتي ب د بخط مستقيم ونخرج من نقطة ر خط رك يوازي بد بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فلنبته الي خط بح علي نقطة ك ونرسم علي بح مربع بحل بالشكل السادس والاربعين من



الاولي ونخرج من نقطة ك خط كم موازيا للخط حل فلننته الي ضلع المربع علي نقطة م ونرسم مربعا يساوي سطح كل وهو مربع ضلعه ح ومربعا اخر يساوي سطح بم بالشكل الرابع عشر من الثانيه والسادس والاربعين من الاولي وليكن ضلعه ط فاقول ان الخط المستقيم المركب من

خطي ب ح ج ذو الاسمين الاول برهانه فلان نسبة مربع ب ل الي سطح ل ك كنسبة ب ح الي ح ك بالشكل الاول من السادسة ولان مثلثي ب ه د



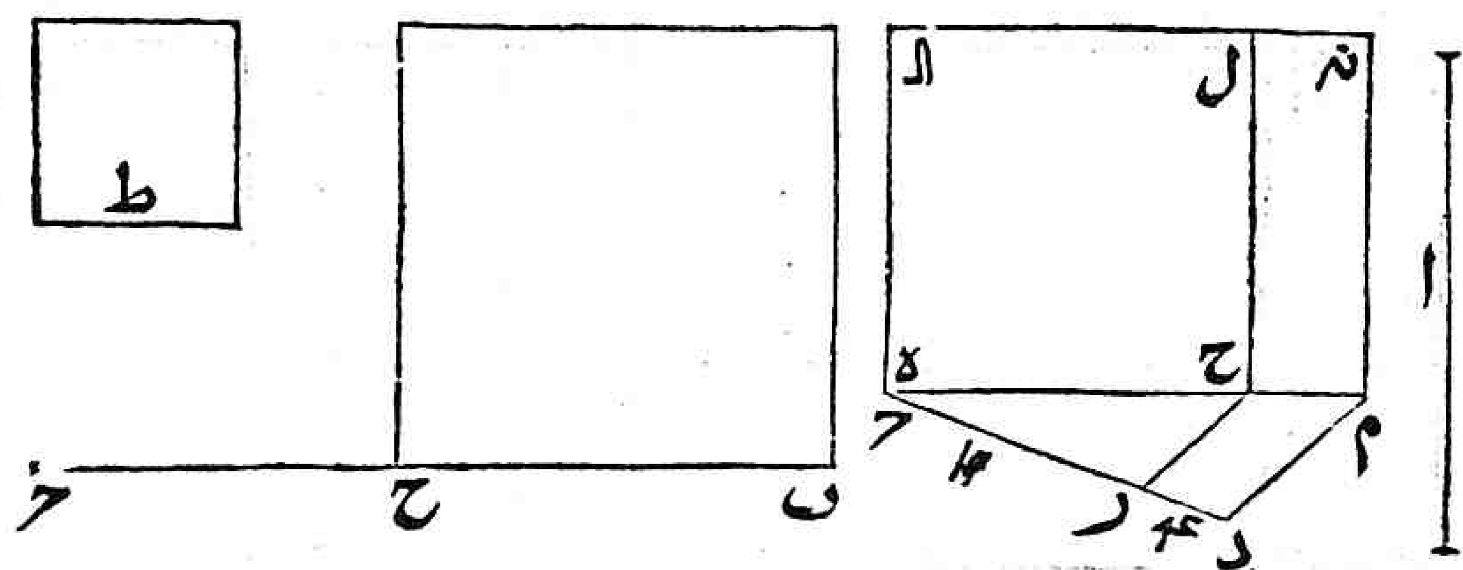
ك ه ر متشابهان بالشكل التاسع والعشرين من الاولي والشكل الرابع من السادسة فنسبه ده الي ه ر كنسبة مربع ب ل الي سطح ل ك ونسبة مربع ب ل الي مربع ح ج كنسبته الي سطح ك ل بالشكل السابع من الخامسة فنسبة ده الي ه ر كنسبة مربع ب ل الي مربع ح ج بالشكل الحادي عشر من الخامس فب ح ح ج منطقان في القوة متباينان في الطول بالشكل السابع ونسبة مربع ب ل الي مربع ط كنسبته الي سطح ب م بالشكل السابع من الخامسة ونسبة ب ح الي ب ك كنسبة مربع ب ل الي سطح ب م فبالشكل الحادي عشر نسبة مربع ب ل الي مربع ط كنسبة ب ح الي ح ك وبالقلب نسبة ده الي د ر كنسبة ب ح الي ب ك فبالشكل الحادي عشر نسبة مربع ب ل الي مربع ط كنسبة عدد ده المربع الي عدد د ر المربع فخط ب ح يشارك ضلع ط في الطول بالشكل السابع فخط ب ج المستقيم مركب من خطي ب ح ح ج المنطقين في القوة فقط وخط ب ح منطق في الطول وقوي علي خط ح ج بمربع خط يشاركه في الطول وهو ضلع ط فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

مد

لنا ان نجد ذا الاسمين الثاني ۞

ليكن آ خطا منطقا في الطول ويشاركه خط ح ج في الطول فهو منطق باستبانه الشكل العاشر ونجد عددين مربعين ليس الفضل بينهما مربعا بالمقدمة المذكورة قبل الشكل الثاني والعشرين وهما ده در والفضل بينهما ره ونجعل ح ج مع ده محيطا بزاوية بحيث ينطبق نقطة ه علي نقطة ج ونصل بين نقطتي ر ح بخط مستقيم ونخرج من د خط دم موازيا لخط ر ح بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فلان زاويتي ح ر ه ر ه ح اقل من قايمتين بالشكل السابع عشر من الاولي وزاوية ه ر ح كزاوية د د م بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فخطا ح ج دم اذا اخرجاهما علي استقامتهما في جهة ح يتلاقيان فليتلاقيا علي نقطة م ونرسم علي خط ح ج مربع ح ج ك ل بالشكل السادس والاربعين من الاولي ونخرج من نقطة م خط

خط م ن موازيا لخط ح ل بالشكل الواحد والثلثين من الاولي ونخرجه علي استقامته في جهة ن و ك ل في جهة ل علي استقامته فهما يتلاقيان لان اذا وصلنا ك م بخط مستقيم يكونا زاويتي ل ك م ن م ك اقل من قايمتين لان كل واحده من زاويتي ه ك ل ه م ن قايمة فليتلاقيا علي نقطة ن ونرسم



مربعا يساوي سطح م ك ضلعه ب ح ومربعا آخر يساوي سطح م ل ضلعه ط بالشكل الرابع عشر من الثانية والشكل السادس والاربعين من الاولي فلان زاويتي ح ر ه ر ح ه من مثلث ح ه ر يساويان زاويتي م د ه د م ه من مثلث د م ه بالشكل التاسع والعشرين من الاولي وزاوية د ه م مشتركة بين مثلثي ه ح ر ه م د فبالشكل الرابع من السادسة نسبة ده الي ه ر كنسبة م ه الي ه ح ونسبة سطح م ك الي مربع ح ك كنسبة م ه الي ه ح بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة ده الي ه ر كنسبة سطح م ك الي مربع ج ك ونسبة مربع ب ح الي مربع ح ك كنسبة سطح م ك الي مربع ح ك بالشكل السابع من الخامسة فنسبة ده الي ه ر كنسبة مربع ب ح الي مربع ح ك بالشكل الحادي عشر من الخامسة فهما متباينان بالشكل السابع ونسبة مربع ب ح الي مربع ط كنسبة سطح م ك الي مربع ط بالشكل السابع من الخامسة وبالقلب نسبة ده الي د ر كنسبة سطح م ك الي سطح م ل فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع ب ح الي مربع ط كنسبة ده الي د ر العددين المربعين فضلع ب ح يشارك ضلع ط في الطول بالشكل السابع فخطا ب ح ح ج منطقان في القوة ومشتركان فيهما فقط وخط ب ح الاطول يقوي علي خط ح ج الاقصر المنطق في الطول بزيادة مربع خط يشاركه في الطول فقط فالخط المستقيم المركب من خطي ب ح ح ج ذو الاسمين الثاني فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

مه

لنا ان نجد ذا الاسمين الثالث ۞

ليكن اب خطا مستقيما منطقا في الطول ونجد عددين مربعين ليس الفضل بينهما مربعا بالمقدمة المذكورة قبل الشكل الثاني والعشرين

وهما ه‍ط ه‍ر ورط هو الفضل بينهما وليس مربعا وليكن رط عددا اول فلا يكون نسبته الي ه‍ط ولا الي ه‍ر كنسبة عددين مربعين والا لكان العدد الاول مربعا او مسطحا بالشكل الثاني والعشرين من الثامنة هذا خلف ونجعل خط اب مع عدد ه‍ط محيطا بزاوية اط ه بحيث

ينطبق نقطة ط علي نقطة ب ونرسم علي خط اب مربع اب ال بالشكل السادس والاربعين من الاولي ونصل بين نقطتي ا ه بخط مستقيم ونخرج من نقطة ر خط رل موازيا لخط اه بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فلينته الي خط اب علي نقطة ل ونخرج منها عمود لم علي اب بالشكل الحادي عشر من الاولي فلينته الي ضلع مربع ال علي نقطة م فلان كل واحده من الزوايا التي عند نقط ا ل ب قايمة فكل من سطحي ام مب متوازي الاضلاع بالشكل التاسع والعشرين من الاولي ولان زاوية لرط كزاوية اه‍ط بالشكل التاسع والعشرين من الاولي وزاوية اط ه مشتركة بين مثلثي اط ه لطر فزاوية طلر كزاوية ه‍اط بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فبالشكل الرابع من السادسة نسبة ه‍ط الي طر كنسبة اط الي طل ونسبة مربع ال الي سطح لا كنسبة اط الي طل بالشكل الاول من السادسة فنسبة ه‍ط الي طر كنسبة مربع ال الي سطح لا بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونعمل مربعا يساوي سطح لا بالشكل الرابع عشر من الثانية والشكل السادس والاربعين من الاولي وليكن ضلعه بح فنسبة مربع ال الي مربع بح كنسبة مربع ال الي سطح لا بالشكل السابع من الخامسة وكانت نسبة ه‍ط الي طر كنسبة مربع ال الي سطح لا فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع ال الي مربع بح كنسبة ه‍ط الي طر وهما ليسا عددين مربعين فخط بح يشارك خط اب في القوة ويباينه في الطول بالشكل السابع فخط بح منطق في القوة فقط ونجعل بح ايضا مع عدد ه‍ط محيطا بزاوية بحيث ينطبق نقطة ح علي نقطة ط ونصل بين نقطتي ه ب بخط مستقيم ونخرج من نقطة ر خط رن موازيا لخط به بالشكل الواحد والثلثين

من

من الاولي فينتهي الي بح علي نقطة ن ونخرج عنها عمود نه فلينته الي ضلع مربع بح علي ه بالشكل الحادي عشر من الاولي فسطحا به ه‍ح متوازي الاضلاع بالشكل السابع والعشرين من الاولي ونعمل مربعا يساوي سطح ه‍ح وليكن ضلعه حح ونعمل مربعا آخر يساوي سطح به وليكن ضلعه ط بالشكل الرابع عشر من الثانية والشكل السادس والاربعين من الاولي فلان زاوية نرط يساوي زاوية به‍ح بالشكل التاسع والاربعين من الاولي وزاوية به‍ح مشتركة بين مثلثي به‍ح نحر فزاوية حنر يساوي زاوية حبه بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فبالشكل الرابع من السادسة نسبة ه‍ط الي طر كنسبة بح الي حن ونسبة مربع بح الي سطح ه‍ح كنسبة بح الي حن فنسبة مربع بح الي سطح حه كنسبة ه‍ط الي طر ونسبة مربع بح الي مربع حح كنسبة مربع بح الي سطح ه‍ح بالشكل السابع من الخامسة فنسبة ه‍ط الي طر كنسبة مربع بح الي مربع حح بالشكل الحادي عشر من الخامسة فبح يشارك حح في القوة ويباينه في الطول بالشكل السابع لان نسبة ه‍ط الي طر ليست كنسبة عدد مربع الي عدد مربع وبالقلب نسبة ه‍ط الي ه‍ر كنسبة مربع بح الي سطح به ونسبة مربع بح الي مربع ط كنسبة مربع بح الي سطح به بالشكل السابع من الخامسة فنسبة ه‍ط الي ه‍ر كنسبة مربع بح الي مربع ط بالشكل الحادي عشر من الخامسة وه‍ط ه‍ر عددان مربعان فبح يشارك ضلع ط في القوة والطول بالشكل السابع ولان نسبة مربع ال الي مربع بح كنسبة ه‍ط الي طر ونسبة مربع بح الي مربع حح كنسبة ه‍ط الي طر فبالشكل الثاني والعشرين من الخامسة نسبة مربع ال الي مربع حح كنسبة عدد ه‍ط الي عدد طر وهما ليسا مربعين فخط اب المنطق غير مشارك لخط حح في الطول بالشكل السابع ويشارك في القوة فخط حح اصم فالخط المستقيم المركب من خطي بح حح ذو الاسمين الثالث فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

مو

لنا ان نجد ذا الاسمين الرابع ۞

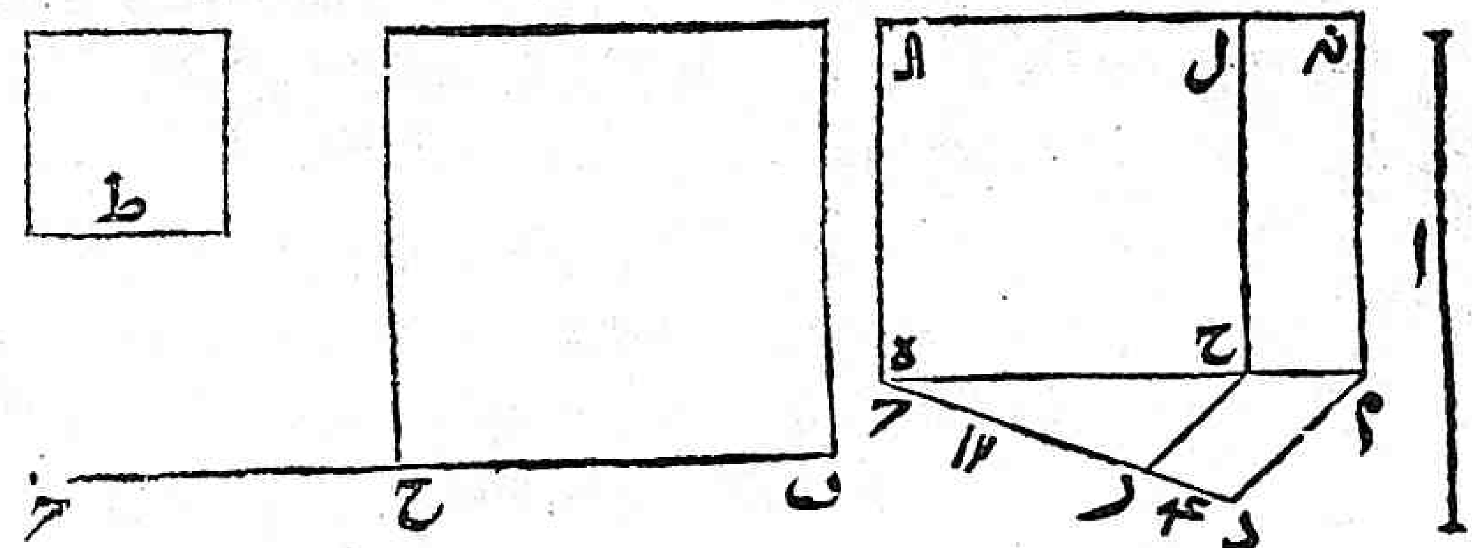
فنجد عددين مربعين ليس مجموعهما مربعا بالمقدمة المذكورة قبل الشكل الثالث والعشرين وهما ده در والفضل

بينهما ره فيكون نسبة ده الي در والي هر ليست كنسبة عدد مربع الي عدد مربع والا لكانت كل واحد من ده ره مربعا بالشكل الثاني والعشرين من الثانية وليس وليكن الخط المنطق آ ونبين بمثل ما بينا في ذي الاسمين الاول ان بح يكون قويا علي حج بمربع خط يباينه في الطول وهوط وذلك ما اردنا ان نبين ۞

مز

لنا ان نجد ذا الاسمين الخامس ۞

فنعيد عددي ده در ونجد خطين اطولهما منطق في القوة فقط واصغرهما منطق في الطول والقوة معا ويقوي الاطول علي الاقصر



بزيادة مربع خط يباينه في الطول بمثل ما مرّ في ذي الاسمين الثاني والشكل كالشكل وذلك ما اردنا ان نبين ۞

مح

لنا ان نجد ذا الاسمين السادس ۞

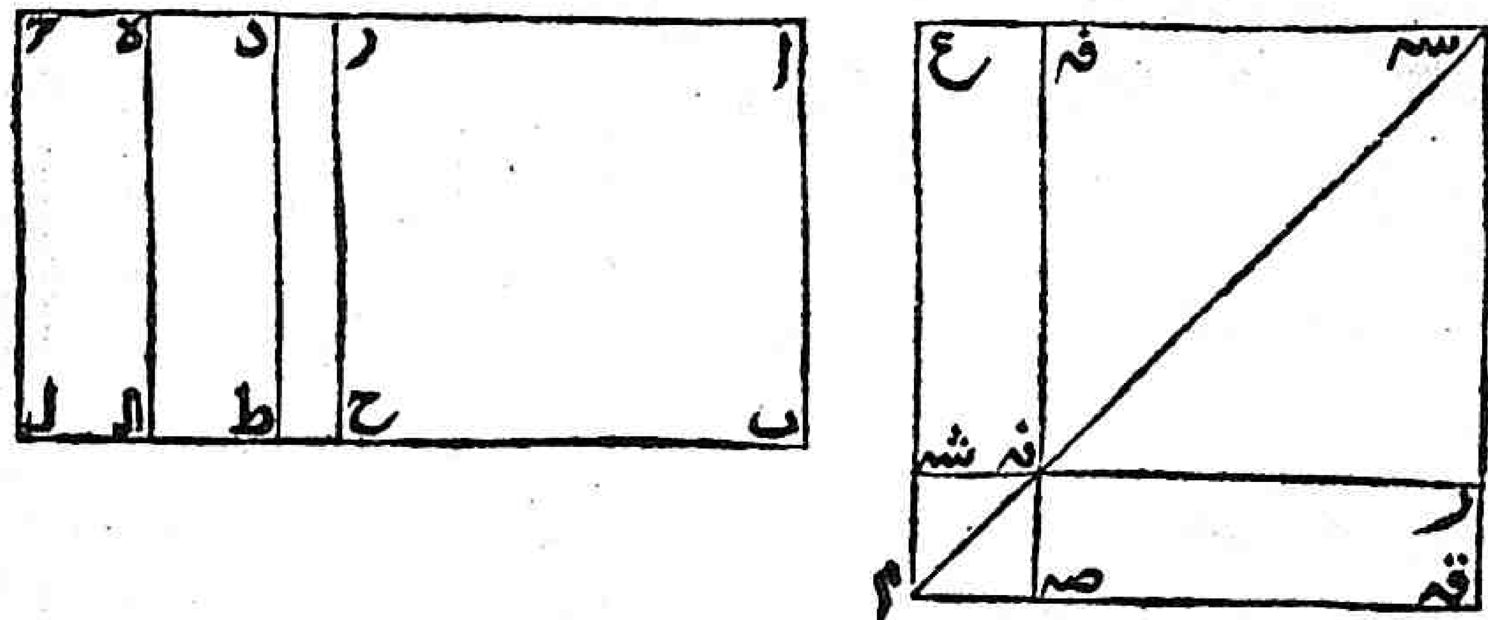
فنعيد عددي ده در وعدد هط الذي ليست نسبته الي ده وهر كنسبة عدد مربع الي عدد مربع كما بين في الشكل التاسع والاربعين ونجد خطين كل منهما منطق في القوة فقط متباينان في الطول والاطول منها يقوي علي الاقصر بزيادة مربع خط يباينه في الطول بمثل ما مرّ في ذي الاسمين الثالث والشكل كالشكل وذلك ما اردنا ان نبين ۞

مط

كل خط قوي علي سطح متوازي الاضلاع يحيط به خط منطق وذو الاسمين الاول هو ذو الاسمين ۞

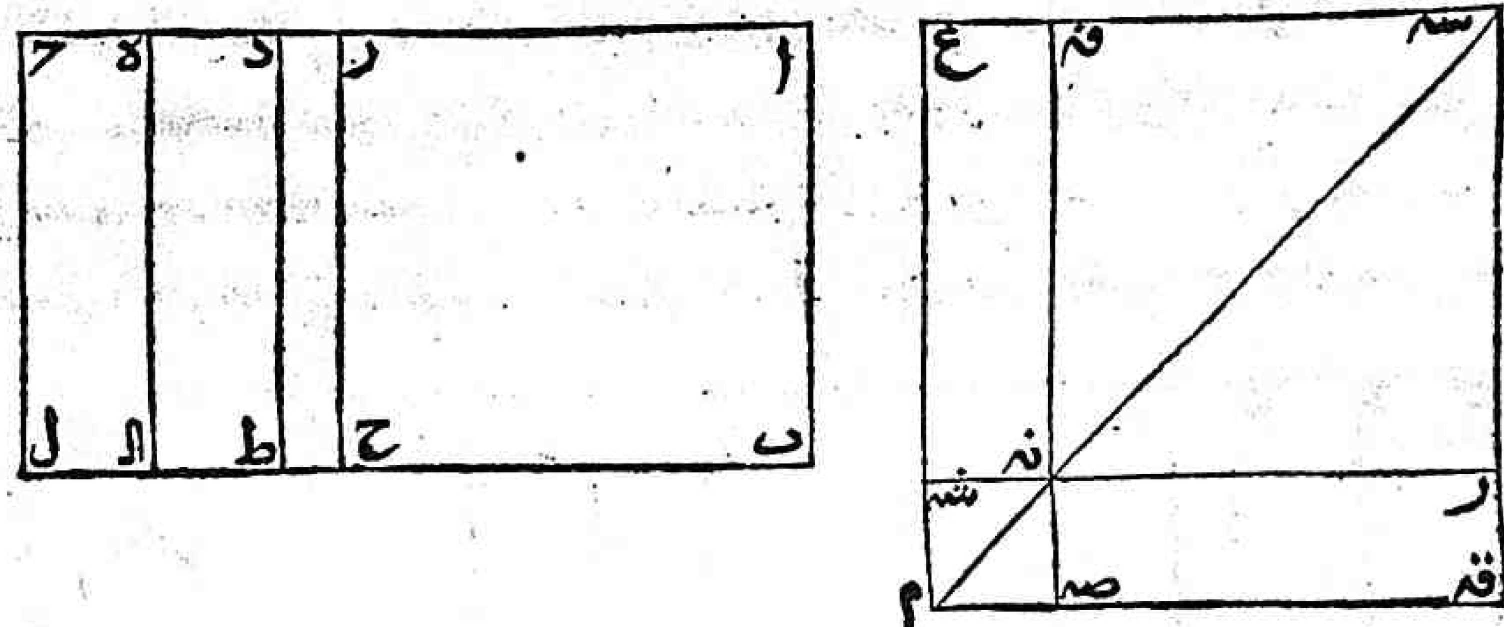
ليكن سطح بج متوازي الاضلاع يحيط به آج ذو الاسمين الاول وخط آب المستقيم المحدود المنطق فاقول ان كل خط مستقيم قوي علي سطح بج فهو

فهو ذو الاسمين برهانه ليكن آج ذا الاسمين الاول منقسما باسميه علي نقطة د وآد اعظم اسميه فهو منطق فسطح بد منطق بالشكل الخامس عشر وننصف دج علي نقطة ه بالشكل العاشر من الاولي فربع مربع دج يساوي لمربع ده بالشكل الرابع من الثانية ونضيف الي آد سطحا يساوي مربع ده ينقص عن تمامه مربعا بالشكل الثامن والعشرين من السادسة فينقسم خط آد باضافة سطح اليه علي نقطة ر فلان آد قوي علي خط دج بمربع خط يشاركه في الطول فار يشارك رد بالشكل الثالث عشر ونخرج من نقط ر د ه خطوط رح دط هك موازية لخط آب بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فلبنته الي بل علي نقط ح ط ك فبالشكل الثلثين من الاولي يكون سطوح اح رط دك متوازية الاضلاع ولان نسبة سطح اح الي سطح حد كنسبة ار الي رد بالشكل الاولي من السادسة وار يشارك رد فسطح اح يشارك سطح هد بالشكل العاشر فكل من سطحي اح حد يشارك



سطح اط المنطق بالشكل الحادي عشر فكل منهما منطق باستبانة الشكل العاشر ولان سطح ار في رد لمربع ده فنسبة ار الي ده كنسبة ده الي رد بالشكل السادس عشر من السادسة ونسبة سطح اح الي سطح دك كنسبة ار الي ده ونسبة سطح دك الي سطح رط كنسبة ده الي رد بالشكل الاول من السادسة فسطح دك وسط في النسبة بين سطحي اح حد ولان سطح اط متوازي الاضلاع يكون ضلع دط يساوي ضلع آب بالشكل الرابع والثلثين من الاولي وآب منطق فدط منطق في الطول ودج منطق في القوة فقط فسطح دل موسط بالشكل السابع عشر ولان نسبة سطح دك الي سطح كج كنسبة ده الي هج المتشاركين بالشكل الاول من السادسه فسطح دك يشارك سطح كج بالشكل الثامن فكل واحد من سطحي دك كج يشارك سطح دل الموسط بالشكل الحادي عشر فكل من سطحي دك كج موسط بالشكل التاسع عشر ونرسم مربعا مساويا لسطح اح بالشكل الرابع عشر من الثانية والشكل السادس والاربعين من الاولي وليكن هو مربع سمنف ونخرج قطر سمن ونخرج خط رن علي استقامته في جهة ن الي غير النهاية ونرسم عليه مربع نشمص يساوي سطح رط بالشكل الرابع عشر

من الثانية والشكل السادس والاربعين من الاولي ولان زاويتي ر ن ص ص ن ش كقايمتين بالشكل الثالث عشر من الاولي وزاوية ص ن ش قايمة فزاوية ر ن ص قايمة وزاوية ر ن ف قايمة فخط ف ص خط مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاولي ولان زاوية ن ص م قايمة من مثلث ن ص م وضلع ن ص كضلع ص م فزاويتا ص ن م ص م ن متساويتان بالشكل الخامس من الاولي وكل مثلث زاواياه الثلث كقايمتين بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فزاوية ص ن م نصف قايمة وكذلك زاوية ن م ص وبمثله تبين ان كل واحد من زوايا ف س ن ف ن س ش ن م ش م ن ر س ن ر ن س نصف قايمة



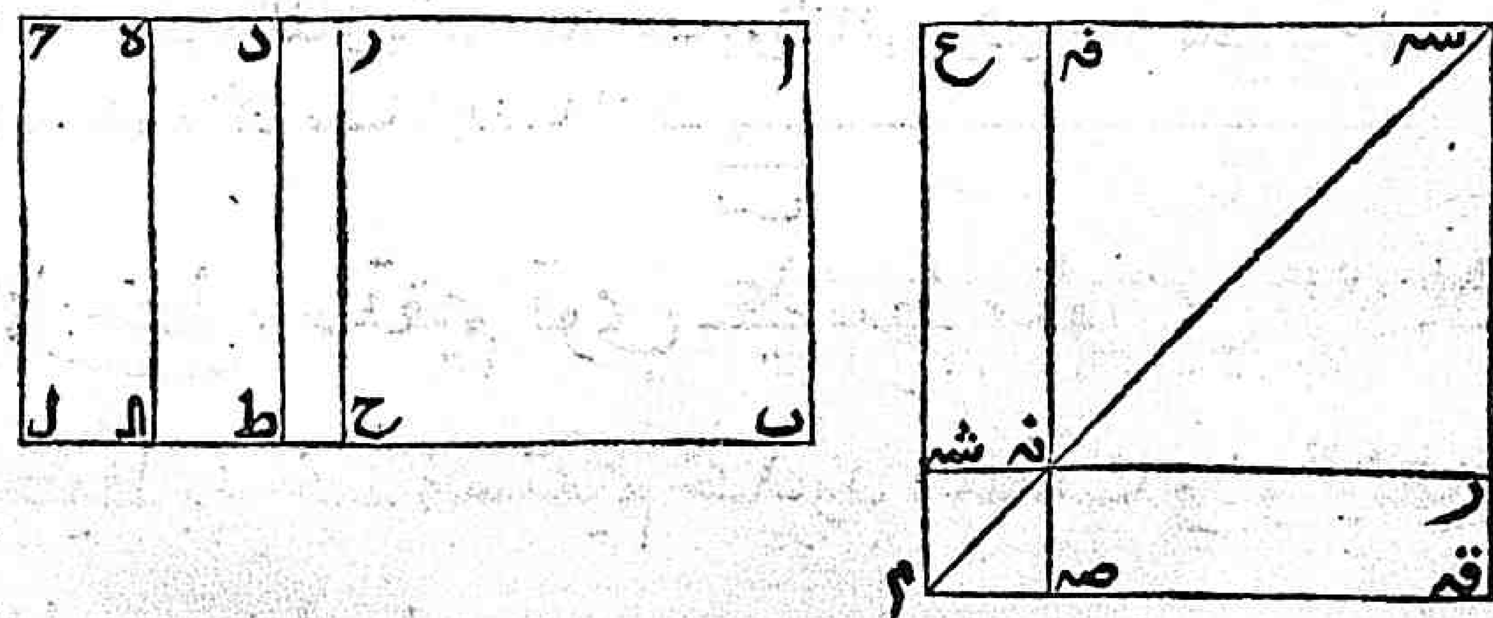
فخط س م خط واحد مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاولي لان زاوية ف ن ش قايمة بالشكل الثالث عشر من الاولي واذا اخرجنا خطي س ف م ش في جهة ف علي استقامتهما يتلاقيان فليتلاقيا علي نقطة ع ونخرج كل واحد من خطي س ر م ص في جهة ر علي استقامتهما فيتلاقيان فليتلاقيا علي نقطة ق ولان زاويتي ع س م ع م س متساويتان فضلعا ع س ع م متساويان بالشكل السادس من الاولي والاضلاع المتقابلة من كل سطح متوازي الاضلاع متساوية بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فكل واحد من ضلعي س ق ق م يساوي نظيره من ضلعي س ع ع م ولان كل واحد من زاويتي ع س ق ق م ع قايمة فكل واحده من زاويتي س ق م س ع م قايمة بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فسطح س م مربع ولان ضلع س ع كضلع ق م وضلع س ف كضلع ق ص بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فضلع ف ع كضلع ص م فمربع ف ع يساوي مربع ن م ولان نسبة س ف الي ف ع كنسبة ف ن المساوي لس ف الي ن ص المساوي لف ع بالشكل السابع من الخامسة ونسبة س ف الي ف ع كنسبة مربع س ن الي سطح ع ن بالشكل الاول من السادسة ونسبة سطح ع ن الي مربع ن م كنسبة ف ن الي ن ص بالشكل المذكور فسطح ع ن وسط في النسبة بين مربعي س ن ن م وكان سطح د ل وسطا في النسبة بين سطحي ب ر ر ط المساويان لمربعي س ن ن م فنسبة سطح ب ر الي سطح د ل مثناة كنسبة سطح ب ر الي سطح ر ط ونسبة مربع س ن الي مربع ن م كنسبة سطح ب ر الي سطح ر ط فبالشكل الحادي

الحادي عشر من الخامسة نسبة سطح ب ر الي سطح د ل مثناة كنسبة مربع س ن الي مربع ن م ونسبة مربع س ن الي سطح ع ن مثناة كنسبة مربع س ن الي مربع ن م فبالشكل الحادي عشر نسبة سطح ب ر الي سطح د ل مثناة كنسبة مربع س ن الي سطح ع ن مثناة فنسبة سطح ب ر الي سطح د ل كنسبة مربع س ن الي سطح ع ن ولان نسبة مربع س ن الي سطح ع ن كنسبة سطح ب ر الي سطح د ل ونسبة مربع س ن الي سطح د ل كنسبة سطح ب ر الي سطح د ل بالشكل السابع من الخامسة فنسبة مربع س ن الي سطح د ل كنسبة مربع س ن الي سطح ن ع بالشكل الحادي عشر من الخامسة فسطح د ل يساوي سطح ن ع بالشكل التاسع من الخامسة وسطح د ل ضعف سطح د ل ومتمما ن ق ن ع ضعف متمم ن ع بالشكل الثالث والاربعين من الاولي فمتمما ن ق ن ع يساويان سطح د ل ومربعا س ن ن م يساويان سطحي ب ر ر ط فمربع س م يساوي سطح ب ح ولان نسبة مربع س ن الي سطح ن ع كنسبة خط س ف الي ف ع والمربع يباين سطح ن ع فخط س ف يباين خط ف ع بالشكل الثامن فكل من خطي س ف ف ع منطق في القوة ومتباينان في الطول فخط س ع ضلع مربع س م المساوي لسطح ب ح ذو الاسمين بالشكل الثالث والثلثين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

نه

كل خط مستقيم قوي علي سطح متوازي الاضلاع يحيط به خط مستقيم محدود منطق وذو الاسمين الثاني هو ذو الموسطين الاول ۞

ليكن سطح ب ح المتوازي الاضلاع يحيط به ا ب المستقيم المحدود



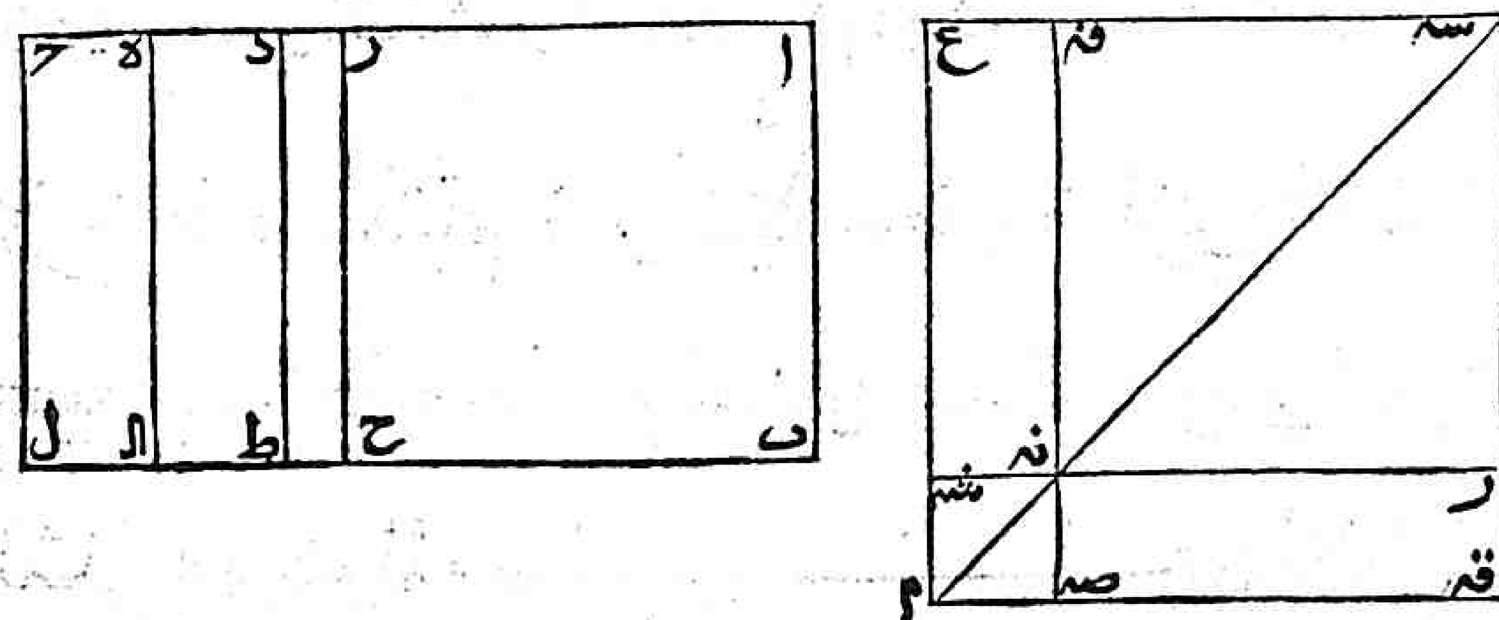
المنطق وذو الاسمين الثاني فاقول ان خط مستقيم قوي علي سطح ب ح هو ذو الموسطين الاول ويكون ههنا سطح د ر منطقا وسطح ب د موسطا ونسلك ما سلكنا في الشكل المتقدم فيحصل مربعي س ن ن م كل واحد منهما

موسطا ويشتركان فيكون متمما نع نق منطقين فخط سع المركب من خطي سف فع الموسطين المشتركين المتباينين في الطول الذي ضعف سطح احدهما في الآخر منطق ذو الموسطين الاول بالشكل الرابع والثلثين وقوي علي سطح بح والشكل كالمتقدم وذلك ما اردنا ان نبين ۞

نا

كل خط مستقيم قوي علي سطح متوازي الاضلاع يحيط به خط مستقيم محدود منطق وذو الاسمين الثالث ذو الموسطين الثاني ۞

لبكن السطح بح وذو الاسمين الثالث اح فسطح بد هنا موسط وكل من سطحي بر رط موسط مشارك لسطح بد المباين لسطح دل الموسط فيحصل بالطريقة التي سلكناها مربعي سن نم الموسطين المشتركين المباينين لسطح نع الموسط فيكون خط سع مركبا من خطي سف فع



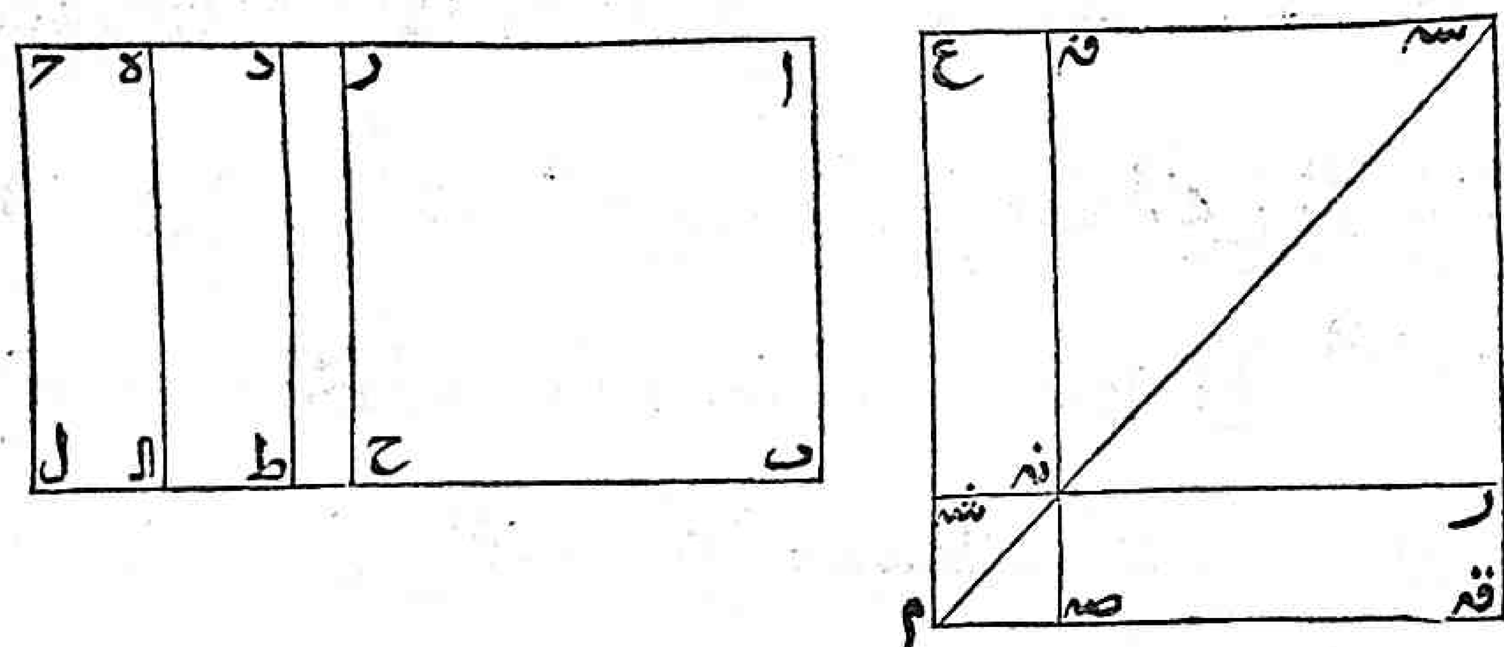
الموسطين في القوة المشتركين فيها فقط المحيطان بموسط وهو سطح نع فهو ذو الموسطين الثاني بالشكل الخامس والثلثين وقويا علي سطح بح والشكل كالمتقدم وذلك ما اردنا ان نبين ۞

نب

كل خط مستقيم قوي علي سطح متوازي الاضلاع يحيط به خط مستقيم محدود منطق وذو الاسمين الرابع هو اعظم ۞

لبكن السطح بح والخط المستقيم المنطق اب وذو الاسمين الرابع اح منقسما علي د باسميه فاقول ان كل خط قوي علي سطح بح اعظم ولان سطح بد هنا

بد هنا منطق وسطحا بر رط متباينان وسطح دل موسط فاذا سلكنا ما سلكنا في الاشكال المتقدمة حصلنا مربعي سن من متباينين فمجموعهما منطق ومتممي نع نق كل منهما موسط ولذلك مجموعهما فيكون خط

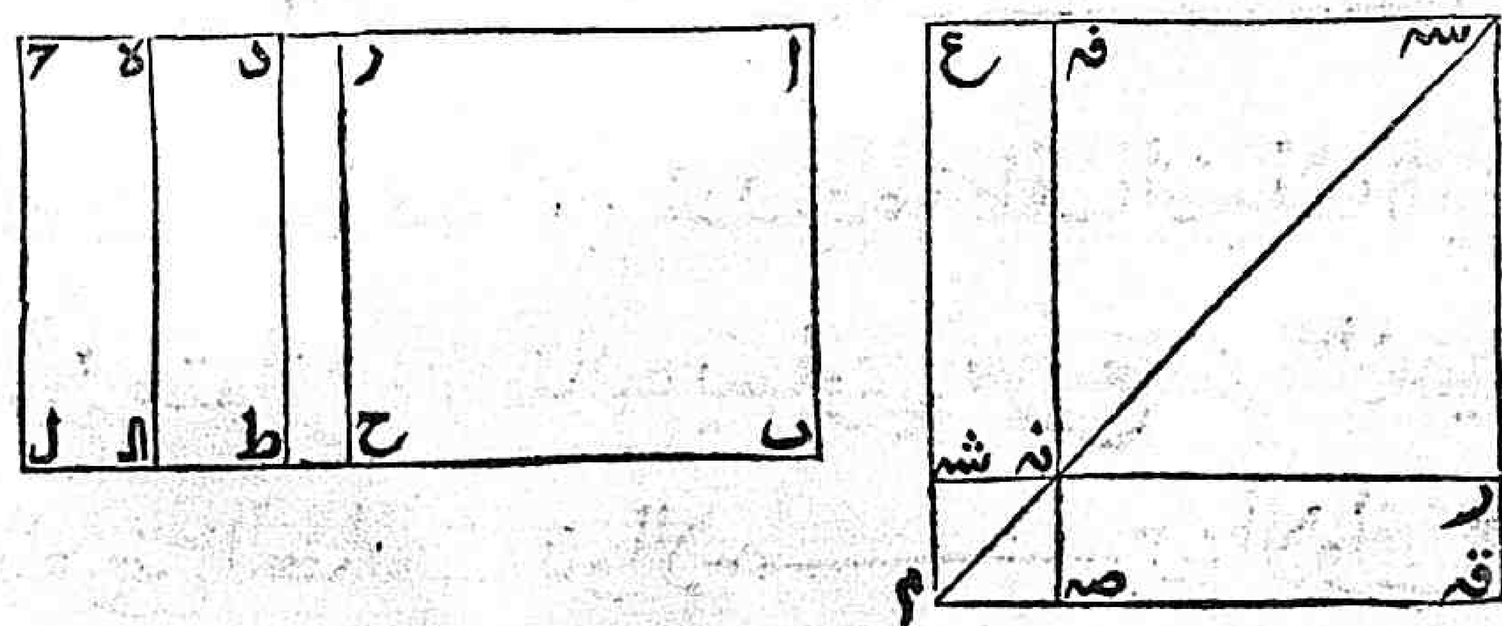


سع مركبا من خطي سف فع المتباينين في القوة مجموع مربعهما منطق وضعف سطح احدهما في الآخر موسط اعظم بالشكل السادس والثلثين وقويا علي سطح بح وذلك ما اردنا ان نبين ۞

نج

كل خط مستقيم قوي علي سطح متوازي الاضلاع محيط به خط مستقيم محدود منطق و ذو الاسمين الخامس هو القوي علي منطق وموسط ۞

لبكن السطح بح والخط اب وذو الاسمين الخامس اح منقسما باسميه علي نقطة د فاقول ان كل خط مستقيم قوي علي سطح بح قوي علي منطق وموسط فلان سطح بد موسط مباين لسطح دل المنطق وسطحا بر رط متباينان فاذا حصلنا بالطريقه السابقه مربعي سن نم المتباينين



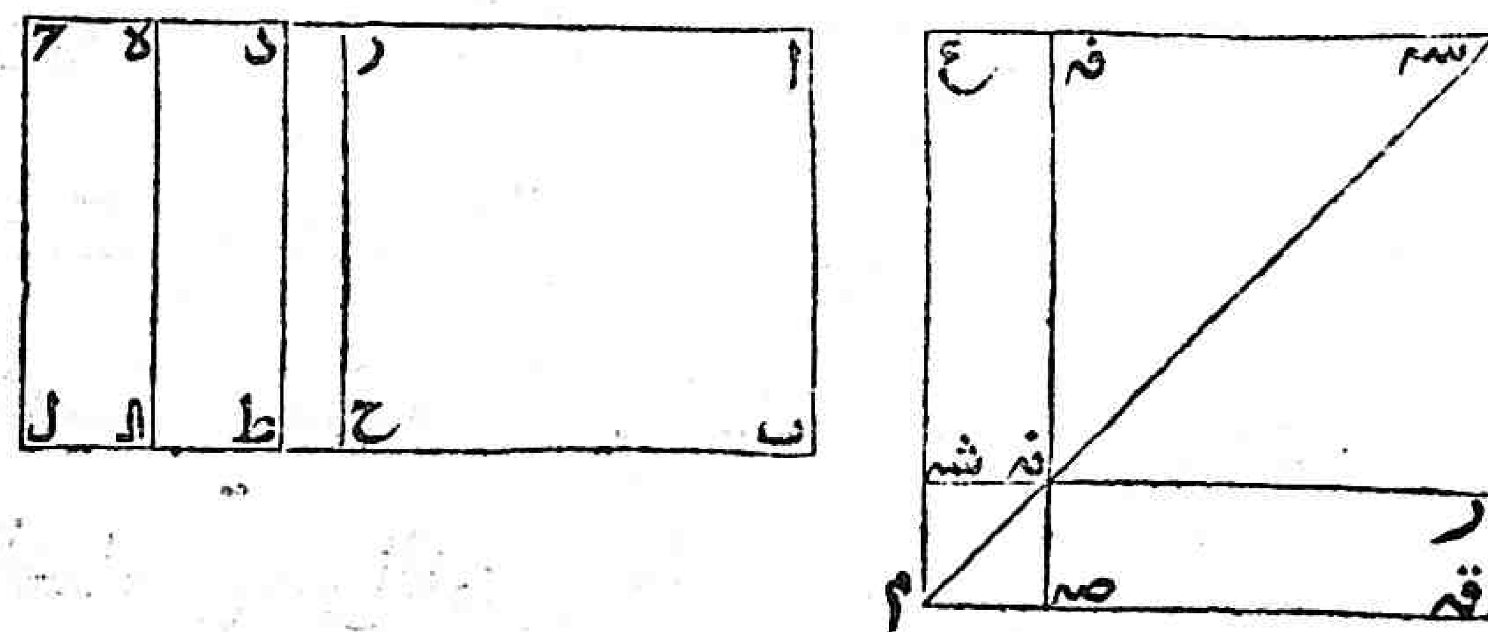
مجموعهما موسط ومتممي نع نق المنطقين فيكون خط سع المركب من خطي سف فع المتباينين في القوة مجموعهما موسط ومتممي نع نك

المنطقين فيكون خط سع المركب من خطي سف فع المتباينين في القوة مجموعهما موسط وضعف سطح احدهما في الآخر وهو متمما نع نق منطق قويا علي منطق وموسط بالشكل السابع والثلثين وقويا علي سطح بح وذلك ما اردنا ان نبين ۞

ند

كل خط مستقيم قوي علي سطح متوازي الاضلاع يحيط به خط مستقيم منطق محدود وذو الاسمين السادس فهو القوي علي موسطين ۞

ليكن السطح بح والخط المستقيم اب وذو الاسمين السادس اح فلان كل واحد من سطحي بد دل موسط وسطحي بر رط متباينان فبالطريقة



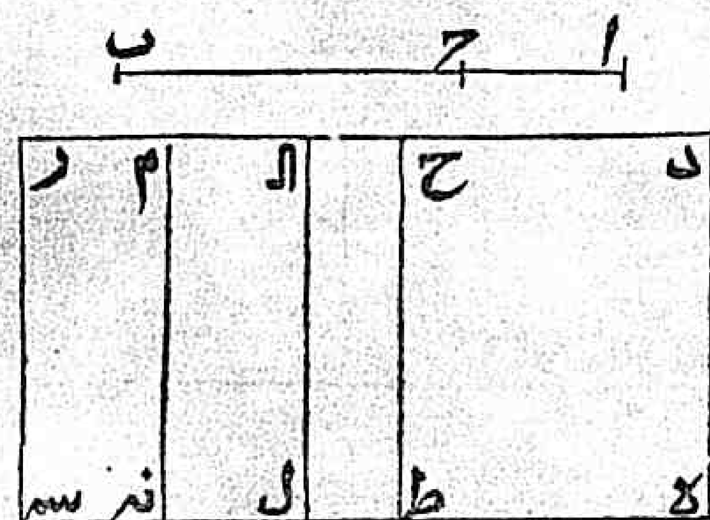
المتقدمة مربعي سن نم موسطين متباينين ومتممي نع نق موسطين متباينين للمربعين فيكون خط سع مركبا من خطي سف فع المتباينين في القوة مجموع مربعيهما موسط وكذلك ضعف سطح احدهما في الآخر هو القوي علي موسطين بالشكل الثامن والثلثين والقوي علي سطح بح وذلك ما اردنا ان نبين ۞

نه

كل خط مستقيم محدود منطق اضيف اليه سطح متوازي الاضلاع يساوي مربع ذي الاسمين فالعرض الحادث ذو الاسمين الاول ۞

ليكن ده خطا مستقيما محدودا منطقا وخط اب ذا الاسمين المنقسم باسميه علي نقطة ح وقسمه الاطول بح واضفنا الي ده سطح ور المتوازي الاضلاع

الاضلاع مساويا لمربع اب بالشكل السادس والاربعين من الاولي فاقول ان عرض دم ذو الاسمين الاول برهانه فلان مربع اب مساو لمربعي بح حا وضعف سطح بح في حا بالشكل الرابع من الثانية فسطح ور يساويها فليكن سطح وطح المتوازي الاضلاع من سطح ور مساويا لمربع بح وسطح حط لا كذلك مساويا لمربع حا يبقي سطح اس المتوازي الاضلاع مساويا لضعف سطح بح في حا وننصف ار علي نقطة م بالشكل العاشر من الاولي ونخرج منها من موازيا لخط رس فينتهي الي خط وس علي نقطة ن فهو مواز لخط ال بالشكل الثلثين من الاولي فكل واحد من سطحي لم مس متوازي الاضلاع فلان نسبة سطح لم الي مس كنسبة ام الي مر بالشكل الاول من السادسة وام يساوي مر فسطح لم يساوي سطح مس فكل واحد منهما يساوي سطح بح في حا ولان الاضلاع المتقابلة من السطوح المتوازية الاضلاع متساوية بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فكل من خطي حط ال منطق في الطول لان كل منهما يساوي ده المنطق ولان كل واحد من سطحي لم مس موسط ومشترك لسطح اس ضعف كل منهما فسطح اس موسط بالشكل التاسع عشر فعرض ار منطق في القوة غير مشارك لخط ال المنطق بالشكل الثامن عشر ولان نسبة سطح وح المنطق الي سطح حل المنطق كنسبة خط دح الي خط حا بالشكل الاول من السادسة وكل منطقين متشاركين من جنس واحد فسطح وح يشارك سطح حل فخط دح يشارك خط حا بالشكل الثامن فسطح وا يشارك كل واحد من سطحي وح حل بالشكل الحادي عشر والمشارك للمنطق منطق باستبانة الشكل العاشر فسطح وا منطق فعرض دا منطق بالشكل السادس عشر ولان نسبة مربع بح الي سطح بح في حا كنسبة بح الي حا بالشكل الاول من السادسة وبح اعظم من حا فمربع بح اعظم من سطح بح في حا ولان نسبة سطح بح في حا الي مربع حا كنسبة بح الي حا بالشكل الاول من السادسة فسطح بح في حا اعظم من مربع حا فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع بح الي سطح بح في حا كنسبة سطح بح في حا الي مربع حا فسطح بح في حا وسط في النسبة بين مربعي بح حا فهذه اربعة مقادير متناسبة اعظمها مربع بح واصغرها مربع حا فمجموعهما اعظم من ضعف سطح بح في حا بالشكل الخامس والعشرين من الخامسة ونسبة سطح وا الي سطح اس كنسبة خط دا الي خط ار بالشكل الاول من



السادسة وسطح هك اعظم من سطح كس فخط دك اعظم من خط كر ولان سطح بح في حا وسط في النسبة بين مربعي بح حا يكون نسبة سطح هح الي سطح كن كنسبة سطح كن الي سطح حل ونسبة سطح هح الي سطح كد كنسبة دح الي كم ونسبة سطح كن الي سطح حل كنسبة كم الي كح بالشكل الاول من السادسة فخط كم وسط في النسبة بين خطي دح حك فسطح دح في حك كمربع كم بالشكل الرابع من الثانية فاذا اضفنا مربع كم الي خط دك ناقصا عنه مربعا بالشكل الثامن والعشرين من السادسة فنقسم خط دك علي نقطة ح فلان دح يشارك حك فخط دك يقوي علي خط كر بمربع خط يشاركه في الطول بالشكل الثالث عشر ولان نسبة سطح هك الي سطح كس كنسبة دك الي كر بالشكل الاول من السادسة وسطح هك يباين سطح كس فخط دك يباين خط كر بالشكل الثامن فخطا دك كر متباينان فخط در مركب من خطي دك كر المنطقين في القوة المتباينين في الطول ودك اعظمهما منطق في الطول وقوي علي الاقصر بزيادة مربع خط يشاركه في الطول فهو ذو الاسمين الاول وذلك ما اردنا ان نبين ☼

نو

كل سطح متوازي الاضلاع يساوي مربع ذي الموسطين الاول اضيف الي خط مستقيم منطق فالعرض الحادث ذو الاسمين الثاني ☼

ليكن خط اب المنقسم علي ج الموسطين الاول وسطح هر المساوي لمربع اب المضاف الي خط ده المنطق وليكن سطح هح الموسط يساوي مربع بج وسطح حل الموسط يساوي مربع جا وهما مشتركان فيكون خطي دح حك مشتركين فدك منطق في القوة فقط وليكن كن كسطح بج في جا المنطق فسطح كس منطق ايضا فعرض كر منطق ويكون نسبة دح الي كم كنسبة كم الي حك فاذا اضيف الي خط دك سطح

دك سطح كربع كر الاقصر من خط دك ينقص عن تمامه مربعا وهو مربع كم فنقسم دك علي ح بمشتركين فدك يقوي علي كر بمربع خط يشاركه في الطول فدر المركب من خطي دك كر المنطقين في القوة المتباينين في الطول وكر منطق في الطول والاطول يقوي علي الاقصر بزيادة مربع خط يشاركه في الطول هو ذو الاسمين الثاني والبراهين والحولات كما مر والشكل كالشكل المتقدم وذلك ما اردنا ان نبين ☼

نز

كل سطح متوازي الاضلاع مساوي مربع ذي الموسطين الثاني اضيف الي خط منطق فالعرض الحادث ذو الاسمين الثالث ☼

ليكن خط اب ذو الموسطين الثاني وسطح هر المضاف الي ده المستقيم المنطق كمربع اب وليكن سطح هح كمربع بج وسطح حل كمربع جا وسطح كن كسطح بج في جا وكل من سطح هح حل كن موسط فسطح هك موسط وسطح كس موسط فخطا دك كر منطقان في القوة فقط وخطي دح حك مشتركين فدك منطق في القوة فاذا اضيف الي خط دك سطح كربع مربع كر المساوي لمربع كم ينقص عن تمامه مربعا فيقسم دك علي نقطة ح بمشتركين فدك الاطول يقوي علي الاقصر بزيادة مربع خط يشاركه وهما متباينان فدر المركب من خطي دك كر المنطقين في القوة فقط المتباينين في الطول والاطول يقوي علي الاقصر بزيادة مربع خط يشاركه هو ذو الاسمين الثالث والبراهين والحولات كما مر والشكل كالشكل المتقدم وذلك ما اردنا ان نبين ☼

نح

كل سطح متوازي الاضلاع يساوي مربع الاعظم اضيف الي خط منطق فالعرض الحادث ذو الاسمين الرابع ☼

ليكن الاعظم اب المنقسم بقسميه علي ج وسطح هر كمربع اب المضاف الي ده المنطق وليكن سطح هي منطقا وسطحا هح حل متباينين لتباين مربع خطي بج جا فخط دح يباين حد ويكون سطح ين موسطا فسطح يس موسط فخط ير منطق في القوة فقط وخط دي منطق في الطول فاذا اضيف الي دي الاعظم من ير مربع يم المساوي لربع مربع ير ينقص عن تمامه مربعا يقسم دي علي نقطة ح بمتباينين فدي يقوي علي ير بمربع خط يباينه فدر المركب من خطي دي ير المنطقين في القوة ودي منطق في الطول مباين لخط ير وقوي عليه بزيادة مربع خط يباينه فهو ذو الاسمين الرابع والبراهين والحولات كما تقدم والشكل كالشكل المتقدم وذلك ما اردنا ان نبين ۞

نط

كل سطح متوازي الاضلاع يساوي مربع القوي علي منطق وموسط اضيف الي خط مستقيم منطق فالعرض الحادث ذو الاسمين الخامس ۞

ليكن القوي علي منطق وموسط اب المنقسم بقسميه علي ج وسطح هر كمربع اب المضاف الي خط ده المنطق فاقول در العرض الحادث ذو الاسمين الخامس ليكن سطح هي موسطا وسطح يس منطقا وسطحا هح حل متباينين لتباين خطي بج جا في القوة ودي اعظم من ير فاذا اضيف مربع يم المساوي لربع مربع ير الي دي ناقصا عن تمامه مربعا فينقسم دي علي ح بمتباينين ويقوي دي علي كه بمربع خط يباينه فدر المركب من خطي دي ير المنطقين في القوة المتباينين في الطول ودي منهما القوي علي ير بزيادة مربع خط يباينه في الطول وير المنطق في الطول فهو ذو الاسمين الخامس والبراهين والحوالات كما تقدم والشكل كالشكل المتقدم وذلك ما اردنا ان نبين ۞

س

كل

كل سطح متوازي الاضلاع يساوي مربع القوي علي موسطين اضيف الي خط مستقيم منطق فالعرض الحادث ذو الاسمين السادس ۞

ليكن القوي علي موسطين اب المنقسم بقسمية علي ج وسطح هر المساوي لمربع اب مضافا الي ده المنطق فعرض در ذو الاسمين السادس فلان سطح هر كمربع اب ليكن سطح هح كمربع بج وسطح حل كمربع جا وهما متباينان لتباين خطي بج جا في القوة وسطح يس موسط مباين لسطح هي خط ير منطق في القوة فقط فاذا اضيف الي دي مربع يم المساوي لربع مربع ير ينقص عن تمامه مربعا فنقسم دي علي ح بمتباينين فدي يقوي علي ير بمربع خط يباينه في الطول فدر المركب من خطي دي ير المنطقين في القوة فقط المتباينين في الطول ودي القوي علي ير بمربع خط يباينه هو ذو الاسمين السادس والبراهين كما تقدم وكذلك الحوالات والشكل كالشكل المتقدم وذلك ما اردنا ان نبين ۞

سا

كل خط مستقيم يشارك ذا الاسمين في الطول فهو ذو الاسمين في مرتبته

ليكن اب ذا الاسمين منقسما علي ج باسميه وده يشاركه في الطول فاقول ان ده ذو الاسمين في مرتبة اب برهانه ليكن نسبة اب الي بج كنسبة ده الي هر بالشكل الحادي عشر من السادسة فاذا بدلنا كانت نسبة اب الي ده كنسبة بج الي هر بالشكل السادس عشر من الخامسه فنسبة اج الي در كنسبة اب الي ده بالشكل التاسع عشر من الخامسة وكانت نسبة بج الي هر كنسبة اب الي ده فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة اج الي جب كنسبة در الي ره لكن اب يشارك ده في الطول فاج يشارك در فيه وبج يشارك هر فان كان اج يباين جب في الطول فدر يباين ره في الطول بالشكل الثامن وان كان اج يقوي علي جب بمربع خط يشاركه في الطول

فدر يقوي علي ره بمربع خط يشاركه في الطول وان كان اح يقوي علي حب بمربع خط يباينه في الطول فدر يقوي علي ره بمربع حط يباينه في الطول بالشكل الثاني عشر فعلي التقدير الاول ان كان اح او حب منطقا في الطول كان در او ره منطقا في الطول وان لم يكن شي من اح حب منطقا في الطول بل في القوة فكل واحد من خطي در ره منطق في القوة فقط بالشكل الثامن فخط ده اما ذو الاسمين الاول او الثاني او الثالث وعلي التقدير الثاني ان كان اح او حر منطقا في القوة فقط كان كل من در ره منطقا في القوة فقط بالشكل الثامن فده اما ذو الاسمين الرابع او الخامس او السادس وذلك ما اردنا ان نبين ۞

سب

كل خط يشارك ذا الموسطين في الطول فهو ذو الموسطين في مرتبته ۞

ليكن اب ذا الموسطين منقسما بموسطيه علي نقطة ح وده يشاركه في الطول فاقول ان ده ذو الموسطين في مرتبة اب ان كان اولا فاول وان كان ثانيا فثانيا برهانه ليكن نسبة ده الي ره كنسبة اح الي بح بالشكل الحادي عشر من السادسة وبالابدال نسبة اب الي ده كنسبة بح الي هر بالشكل السادس عشر من الخامسة فنسبة اح الي در كنسبة اب الي ده بالشكل التاسع عشر من الخامسة واب يشارك ده فاح يشارك در وبح يشارك هر بالشكل الثامن وكانت نسبة بح الي هر كنسبة اب الي ده فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة اح الي حب كنسبة در الي ره فكل من خطي در ره موسط بالشكل التاسع عشر فاح ان كان يباين حب فدر يباين ره بالشكل الثامن ونسبة مربع اب الي سطح اح في حب كنسبة اح الي حب بالشكل الاول من السادسة ونسبة در الي ره كنسبة اح الي حب فنسبة مربع اح الي سطح اح في حب كنسبة در الي ره بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة مربع در الي سطح در في ره كنسبة در الي ره فهذا الشكل بعينه نسبة مربع اح الي سطح اح في حب كنسبة مربع در الي سطح در في ره وبالابدال نسبة مربع اح الي مربع در كنسبة سطح اح في حب الي سطح در في ره بالشكل السادس عشر من الخامسة لكن مربع اح يشارك مربع در بالشكل السابع فسطح اح في حب يشارك سطح در في ره بالشكل الثامن فان كان سطح اح في حب منطق فسطح در في ره منطق باستبانة الشكل العاشر فده ذو الموسطين الاول وان لم يكن سطح اح في حب منطقا فسطح در في ره لم يكن منطقا بل موسطا بالشكل الثالث والعشرين

والعشرين فده ذو الموسطين الثاني ۞ وله وجه آخر ليكن آ ذا الموسطين الاول او الثاني وب يشاركه فاقول ان ب ذو الموسطين في مرتبته برهانه ليكن حد خطا منطقا ونضيف اليه سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا لمربع آ بالشكل الخامس والاربعين من الاولي وهو سطح ده فالعرض الحادث وهو حه اما ذو الاسمين الثاني او الثالث بالشكل السادس والخمسين والسابع والخمسين ونضيف سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا لمربع ب الي خط حد بالشكل المذكور وهو سطح در فكل واحد من الزوايا التي عند نقطتي حد قايمة فكل من خطي هر وما يقابله خط مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاولي فهما متوازيان بالشكل السابع عشر من الاولي ونسبة سطح در الي سطح ده كنسبة حر الي حه بالشكل الاول من السادسة والسطحان مشتركان فحر يشارك حه بالشكل الثامن فحر اما ذو الاسمين الثاني او الثالث بالشكل المتقدم فالخط القوي عليه خط در ذو الموسطين الاول او الثاني بالشكل الثاني والخمسين او الثالث والخمسين فب اما ذو الموسطين الاول او الثاني وذلك ما اردنا ان نبين ۞

سج

كل خط يشارك الاعظم في الطول فهو اعظم ۞

ليكن خط اب منقسما بقسميه علي ح وده يشاركه في الطول فاقول ان خط ده الاعظم برهانه ليكن نسبة ده الي هر كنسبة اب الي بح بالشكل الحادي عشر من الخامسة فبالابدال نسبة اب الي كنسبة بح الي هر بالشكل السادس عشر من الخامسة فنسبة اح الي در كنسبة اب الي ده بالشكل التاسع عشر من الخامسة وكانت نسبة بح الي هر كنسبة اب الي ده فبالشكل الحادي عشر نسبة بح الي هر كنسبة اح الي در واب يشارك ده فاح يشارك ده وبح يشارك هر بالشكل الثامن فنسبة اح الي حب مثناة كنسبة در الي ره مثناة ونسبة مربع در الي مربع ره كنسبة در الي ره مثناة بالشكل التاسع عشر من السادسه فنسبة مربع در الي مربع ره كنسبة اح الي حب مثناة بالشكل

الحادي عشر من الخامسة ونسبة مربع اح الي مربع حب كنسبة اح الي حب مثناة بالشكل التاسع عشر من السادسة فنسبة مربع در الي مربع ره كنسبة مربع اح الي مربع حب بالشكل الحادي عشر من الخامسة وبالتركيب نسبة مربعي در ره معا الي مربع ره كنسبة مربعي اح حب معا الي مربع حب بالشكل الثامن عشر من الخامسة وبالابدال نسبة مربعي در ره معا الي مربعي اح حب معا كنسبة مربع ره الي مربع حب بالشكل السادس عشر من الخامسة لكن مربع ره يشارك مربع حب بالشكل السابع لان ره يشارك حب فمربعا در ره معا يشارك مربعي اح حب ومربعا اح حب معا منطق فمربعا در ره معا منطق باستبانة الشكل العاشر ولان اح يباين حب في القوة فدر يباين ره في القوة بالشكل الثامن ونسبة سطح اح في حب الي مربع حب كنسبة اح الي حب ونسبة در الي ره كنسبة اح الي حب فنسبة سطح اح في حب الي مربع حب كنسبة در الي ره بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة سطح در في ره الي مربع ره كنسبة در الي ره بالشكل الاول من السادسة فنسبة سطح اح في حب الي مربع حب كنسبة سطح در في ره الي مربع ره بالشكل الحادي عشر من الخامسة وبالابدال نسبة سطح اح في حب الي سطح در في ره كنسبة مربع حب الي مربع ره بالشكل السادس عشر من الخامسة ومربع حب يشارك مربع ره فسطح اح في حب يشارك سطح در في ره بالشكل الثامن لكن سطح اح في حب موسط فسطح در في ره موسط بالشكل التاسع عشر فضعف سطح در في ره موسط بالشكل المذكور ايضا فخط ده اعظم بالشكل السادس والثلثين ۞ وبوجه آخر ليكن خط آ هو الاعظم وخط ب يشاركه في الطول فاقول ان خط ب اعظم برهانه ليكن خط حد مستقيما ونرسم عليه سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا لمربع آ بالشكل الخامس والاربعين من الاولي وهو سطح ده ونرسم علي حد سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا لمربع ب بالشكل المذكور فكل واحده من الزوايا التي عند نقطتي ح د قايمة فخط ەر وما يقابله خط مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاولي وهما متوازيان بالشكل السابع عشر من الاولي فنسبه سطح ده الي سطح در كنسبة حه الي حر بالشكل الاول من السادسة لكن سطح ده يشارك سطح در فحه يشارك حر بالشكل الثامن وخط

وخط حه ذو الاسمين الرابع بالشكل الستين فخط حر ذو الاسمين الرابع بالشكل الثالث والستين فالخط القوي علي سطح در اعظم بالشكل الرابع والخمسين فخط ب الاعظم وذلك ما اردنا ان نبين ۞

سد

كل خط يشارك الخط القوي علي منطق وموسط في الطول هو الخط القوي علي منطق وموسط

ونسلك في برهانه بمثل ماسلك في الشكل المتقدم وذلك ما اردنا ان نبين ۞

سه

كل خط يشارك الخط القوي علي موسطين في الطول قوي علي موسطين ۞

ونسلك في برهانه مثل ماسلكنا في الشكل المتقدم والشكل كما تقدم وذلك ما اردنا ان نبين ۞

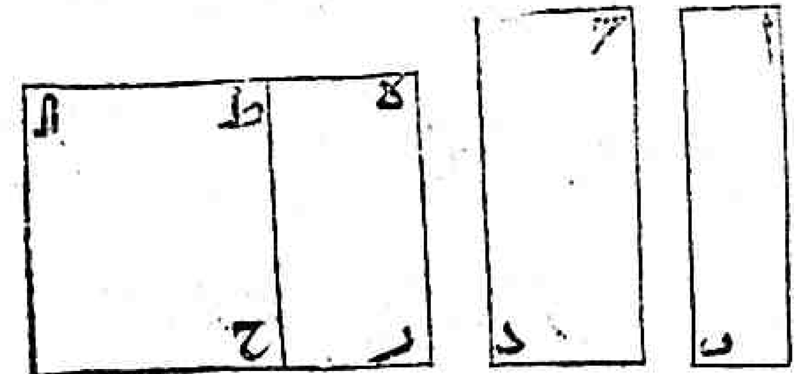
اعلم ان المشاركات الواقعه بين الخطوط المذكوره لو كانت في القوة فقط لكانت الدعاوي المذكوره تتم بالبراهين المذكورة بعينها ۞

سو

كل خط قوي علي سطحين احدهما منطق والآخر موسط فهو امّا ذو الاسمين او ذو الموسطين الاول او الاعظم او القوي علي منطق وموسط ۞

ليكن سطح اب منطقا وسطح حد موسطا فاقول كل خط قوي علي مجموع سطحي اب حد احد الخطوط الاربعة برهانه ليكن ەر خطا مستقيما منطقا ونرسم عليه سطح رط المتوازي الاضلاع القايم الزوايا كسطح اب وعلي خط حط سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا كسطح حد وهو سطح حل بالشكل الخامس والاربعين من الاولي فكل واحده من الزوايا التي عند نقطة ط ح قايمة من خطي ەل وما يقابله مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاولي وهما

متوازيان بالشكل السابع والعشرين من الاولي فلان سطح رط المضاف الي خط ه ر منطق فضلع ه ط منطق بالشكل السادس عشر وخط ط ح منطق لانه يساوي خط ه ر المنطق بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فخط ط ك منطق في القوة ومباين لخط ط ح بالشكل الثامن عشر فه ط ط ك متباينان في الطول والّا لكان خط ط ك مشاركا لخط ط ح بالشكل العاشر وهو مباين له هذا خلف فخط ه ط ان كان اطول من خط ط ك كان قويا علي ط ك بمربع خط

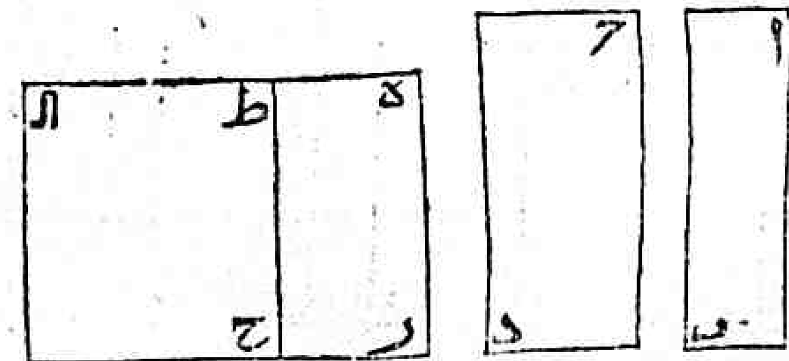


يشاركه في الطول فخط ه ك ذو الاسمين الاول والخط القوي علي سطح ر ك ذو الاسمين بالشكل التاسع والاربعين ان كان ه ط قويا علي ط ك بمربع خط يباينه فخط ه ك ذو الاسمين الرابع فالخط القوي علي سطح ر ك الاعظم بالشكل الثاني والخمسين وان كان خط ط ك اعظم من ط ه فان كان قويا علي ط ه بمربع خط يشاركه فخط ك ه ذو الاسمين الثاني فالخط القوي علي سطح ر ك ذو الموسطين الاول بالشكل الخمسين وان كان قويا عليه بمربع خط يباينه فخط ك ه ذو الاسمين الخامس فالخط القوي علي سطح ر ك هو الخط القوي علي منطق وموسط بالشكل الثالث والخمسين وذلك ما اردنا ان نبين ۞

سز

كل خط يقوي علي سطحين موسطين متباينين فهو امّا ذو الموسطين الثاني او القوي علي موسطين ۞

لبكن سطحا اب جد موسطين متباينين فاقول ان كل خط قوي علي سطحي اب جد معا فهو احد الخطين المذكورين برهانه فبالبيان المذكور نرسم سطح ر ك مساويا لسطحي اب جد فيكون كل من خطي ط ه ط ك منطقا في القوة فقط واحدهما يباين الآخر لتباين سطحي ر ط ح ك فان كان احد خطي ط ك ط ه قويا علي الآخر



بمربع خط يشاركه فخط ه ك ذو الاسمين الثالث والخط القوي علي سطح ر ك ذو الموسطين الثاني بالشكل الحادي والخمسين وان كان قويا علي الآخر بمربع خط يباينه فخط ه ك ذو الاسمين السادس فالخط القوي علي سطح ر ك القوي

القوي علي موسطين بالشكل الرابع والخمسين والشكل كالشكل المتقدم وذلك ما اردنا ان نبين ۞

مصادرة ثالثين

لاشي من الخطوط الست الصم ذا الاسم وما تبلوه موسطا ولا واحدا من الخمسة الباقية من الست الصم امّا الاوّل فلان مربع الموسط اذا اضيف الي خط منطق في الطول كان العرض الحادث منطقا في القوة فقط كما بين في الشكل الثامن عشر ولاشي من الخطوط الست اذا اضيف مربعه الي خط منطق كان العرض الحادث منطقا في القوة فلاشي منها موسط وامّا الثاني فلان مربع هذه الخطوط اذا اضيف الي خط منطق كان العرض الحادث انواع ذي الاسمين كما تبين من الشكل الخامس والخمسين الي الشكل الثالث والستين وهي مختلفه واختلاف اللوازم يدل علي اختلاف الملزومات فالخطوط الست مختلفه وذلك ما اردنا ان نبين ۞

سح

كل خطين منطقين في القوة متباينين في الطول وفصل اصغرهما من اعظمهما كان الباقي اصم ويسمي المنفصل ۞



لبكن خطا اج اب منطقين في القوة متباينين في الطول وفصل اب اصغرهما من اج فاقول ان ب ج الباقي اصم ويسمي المنفصل برهانه فلان كلا من مربعي اج اب منطقا فهما متشاركان فمجموعهما يشارك كل واحد منهما بالشكل الحادي عشر فالمجموع منطق باستبانة الشكل العاشر ومجموع المربعين كضعف سطح اج في اب مع مربع ب ج بالشكل السابع من الثانية وكل واحد من سطحي اج في اب موسط فضعفه موسط بالشكل التاسع عشر فهو مباين لمجموع المربعين فمجموع المربعين المنطقين يباين مربع ب ج باستبانة الشكل الحادي عشر فمربع ب ج اصم فب ج اصم وذلك ما اردنا ان نبين ۞

سط

كل خطين موسطين مشتركين في القوة متباينين في الطول وسطح احدهما في الآخر منطق اذا فصل

اصغرهما من اعظمهما كان الباقي اصم و يسمى
ا ب ج المنفصل الموسط الاول ۞

ليكن اج اب بهذه الصفه فاقول اذا فصل اب من اج كان بج الباقي اصم برهانه فلان مجموع مربعي اج اب الموسطين المشتركين مشارك لكل منهما بالشكل الحادي عشر فالمجموع موسط بالشكل التاسع عشر وضعف سطح احدهما في الآخر المشارك لكل واحد منهما المنطق بالشكل الحادي عشر منطق فيكون مباينا لمجموع مربعيهما وضعف سطح اج في اب مع مربع بج يساوي مجموع مربعي اج اب بالشكل السابع من الثانية وضعف سطح احدهما في الآخر المنطق المباين لمجموع المربعين يباين مربع بج باستبانة الشكل الحادي عشر فمربع بج اصم فبج موسط اذا فصل اصغرهما من اعظمهما كان الباقي اصم ويسمى منفصل الموسط الثاني اصم وذلك ما اردنا ان نبين ۞

ع

كل خطين موسطين مشتركين في القوة فقط ضعف سطح احدهما في الآخر موسط اذا فصل اصغرهما من اعظمهما كان الباقي اصم و يسمى منفصل الموسط الثاني ۞

ليكن خطا اج اب بهذه الصفه فاقول اذا فصل اب من اج كان بج الباقي اصم ويسمى منفصل الموسط الثاني برهانه فلان مجموع مربع اج اب المشارك لكل واحد منهما بالشكل الحادي عشر موسط بالشكل التاسع عشر ولان ضعف سطح احدهما في الآخر المشارك لكل واحد من سطحي احدهما في الآخر بالشكل الحادي عشر موسط بالشكل التاسع عشر فكل واحد من مربعي اج اب يباين سطح احدهما في الآخر بالشكل الاول من السادسة فمجموع المربعين يباين سطح احدهما في الآخر والا لشاركه فيشارك كل من المربعين سطح احدهما في الآخر بالشكل العاشر وكانا متباينين هذا خلف وبمثله تبين ان مجموع المربعين يباين ضعف سطح احدهما في الآخر وليكن ده خطا منطقا فنرسم عليه

عليه سطح هط المتوازي الاضلاع القايم الزوايا لمربعي اج اب ونرسم عليه ايضا سطح هح المتوازي الاضلاع القايم الزوايا كضعف سطح احدهما في الآخر بالشكل الخامس والاربعين من الاولي فكل من خطي دط دح منطق في القوة بالشكل الثامن عشر ولان كل واحد من سطحي هط هح متوازي الاضلاع فنسبة سطح هط الي سطح هح المتباينين كنسبة دط الي دح بالشكل الاول من السادسة فخطا دط دح متباينين بالشكل الثامن فخط حط منفصل بالشكل الثامن والستون فهو اصم فسطح رط اصم ولان مربعي اج اب معا كضعف سطح اج في اب مع مربع بج بالشكل السابع من الثانية فمربع بج يساوي سطح رط الاصم فبج اصم وذلك ما اردنا ان نبين ۞

عا

كل خطين متباينين في القوة مجموع مربعيهما منطق وضعف سطح احدهما في الآخر موسط اذا فصل اصغرهما من اعظمهما يسمى الباقي اصغر ۞

والبيان والشكل كما مرّ في المنفصل وذلك ما اردنا ان نبين ۞

عب

كل خطين متباينين في القوة مجموع مربعيهما موسطين وضعف سطح احدهما في الآخر منطق اذا فصل اصغرهما من اعظمهما كان الباقي اصم و يسمى المتصل بالمنطق يصير الكل موسط ۞

والبيان والشكل كما في المنفصل الموسط الاول وذلك ما اردنا ان نبين ۞

عج

كل خطين متباينين في القوة مجموع مربعيهما

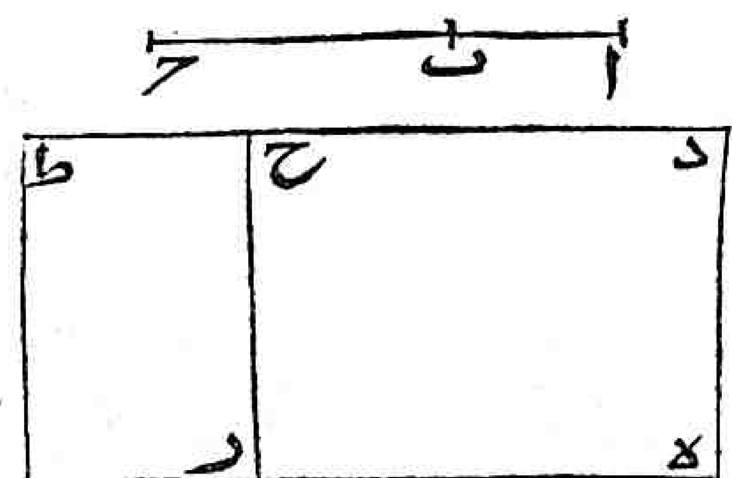
موسط وضعف سطح احدهما في الآخر موسط مباين لمجموع المربعين اذا فصل اصغرهما من اعظمهما كان الباقي اصم و يسمي المتصل بموسط يصير الكل موسط ۞

والبيان والشكل كما مرّ في المنفصل الموسط الثاني وذلك ما اردنا ان نبين ۞

عد

لايمكن ان يتصل بالمنفصل الآخط واحد فقط منطق في القوة مشاركا في القوة بعد اضافته الي المنفصل للمجموع الحاصل فقط ۞

ليكن اب المنفصل واتصل به بج المنطق في القوة المشارك لاج في القوة فقط فاقول لايمكن ان يتصل باب خط آخر منطق في القوة مشارك للمجموع الحاصل منه ومن اب في القوة فقط برهانه والّا فليتصل باب خط بد علي الصفة المذكورة وليكن سطح هر المتوازي الاضلاع لمربعي اج جب معا وهما اعظم من ضعف سطح اج في جب بمربع اب بالشكل السابع من الثانية فليكن سطح هح من سطح هر كضعف سطح اج في جب فيبقي سطح حط لمربع اب ولان مربعي اد دب كضعف سطح اد في دب مع مربع اب بالشكل السابع

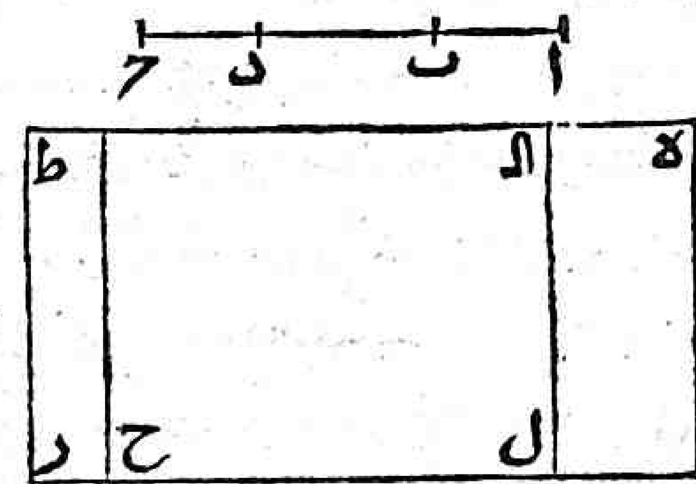


من الثاني والمربعين اصغر من مربعي اج جب فليكن سطح هر من سطح هر لمربعي اد دب معا وسطح حط لمربع اب يبقي سطح حل كضعف سطح اد في دب ولان كل واحد من مربعي اد دب واج جب منطق فكل واحد من سطحي هر لر مشارك بمربع الخط الموضوع فهما مشتركان بالشكل العاشر فسطح هل الذي هو الفصل بين سطحي هر لر فهما يشارك كل واحد منهما بالشكل الحادي عشر والمشارك للمنطق منطق باستبانة الشكل العاشر فسطح هل منطق وسطح اج في جب الموسط يشارك ضعفه فهو موسط بالشكل التاسع عشر وبمثله تبين ان ضعف سطح اد في دب موسط وفصل

وفصل الموسط علي الموسط اصم بالشكل العشرين وسطح هح كضعف سطح اج في جب وسطح لح كضعف سطح اد في دب فسطح هل هو كفضل ضعف سطح اج في جب علي ضعف سطح اد في دب فهو اصم وكان منطق هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

عه

لايمكن ان يتصل بالمنفصل الموسط الاول الآخط واحد مشارك المجموع الحاصل بعد اضافته الي المنفصل في القوة فقط و يكون سطحه في المجموع منطقا ۞



ليكن اب المنفصل الموسط الاول واتصل به بج بالصفة المذكورة فاقول لايمكن ان يتصل باب الّا خط بج بالصّفة المذكورة برهانه فان امكن غيره فليتصل باب دب بالصفة المذكورة فلان كل واحد من مربعي اج جب المشتركين موسط فمجموعهما المشارك لكل بالشكل الحادي عشر موسط بالشكل التاسع عشر وبمثله تبين ان مجموع مربعي اد دب موسط ولان سطح اج في جب المشارك لضعفه بالشكل الحادي عشر منطق فضعفه منطق باستبانة الشكل العاشر وليكن سطح هر المتوازي الاضلاع يساوي مربعي اج جب وسطح هح منه كضعف سطح اج في جب يبقي سطح حط لمربع اب بالشكل السابع من الثانية ولان مربعي اد دب اقل من مربعي اج جب فليكن سطح لر من سطح هر لمربعي اد دب معا وكل واحد من المربعين موسط وفضل الموسط علي الموسط اصم بالشكل العشرين فسطح هل اصم ولان سطح هل فضل ضعف سطح اج في جب علي ضعف سطح اد في دب المنطقين فيكون منطقا بالشكل الحادي عشر و باستبانة الشكل العاشر وكان اصم هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

عو

لايمكن ان يتصل بالمنفصل الموسط الثاني الآخط واحد يشارك المجموع الحاصل بعد اضافته الي

المنفصل في القوة فقط ويكون سطحه في المجموع موسطا ۞

ا ب د ح

لبكن المنفصل الموسط الثاني خط اب واتصل به خط بح بالصفة المذكورة فاقول لايمكن ان يتصل باب الآخط بح بالصفة المذكورة برهانه فان امكن ان يتصل باب خط غير بح بالصفة المذكورة فليتصل به بد بالصفة المذكورة فلان كل واحد من مربعي اح حب موسط فمجموعهما موسط وكل واحد من مربعي اد دب موسط فمجموعهما موسط وكل واحد من سطحي اح في حب واد في دب موسط فضعف كل واحد منهما موسط بمثل ما بينا في الشكل المتقدم وقد بين في الشكل الخامس والثلثين وفيما بعده ايضا ان كل خطين متباينين في الطول فان مجموع مربعهما يباين ضعف سطح احدهما في الاخر فمجموع مربعي اح حب موسط وكذلك مجموع مربعي اد دب وضعف سطح اح في حب موسط وكذلك ضعف سطح اد في دب ومجموع مربعي اح حب يباين ضعف سطح اح في حب ومجموع مربعي اد دب يباين ضعف سطح اد دب فاذا تقرر هذا فلبكن هر خطا مستقيما ونضيف اليه سطحا متوازي الاضلاع يساوي مربعي اح حب فلبكن سطح لر بالشكل الخامس والاربعين من الاولي ولبكن سطح لط منه كضعف سطح اح في حب يبقي سطح حر كمربع اب بالشكل السابع من الثانية فخط حط يوازي خط هر بالشكل الثلثين من الاولي فهما متساويان بالشكل الرابع والثلثين من الاولي وهر منطق فحط منطق وكل واحد من خطي هل حل منطق في القوة غير مشارك لخط هر بالشكل الثامن عشر ولان نسبة سطح رل الي سطح لط كنسبة خط هل الي خط لح بالشكل الاول من السادسة وسطح رل يباين سطح لط فخط هل يباين خط حل بالشكل الثامن فخط هح منفصل بالشكل الثامن والستين ونرسم علي خط هر سطحا متوازي الاضلاع يساوي مربعي اد دب ولان مربعي اد دب اصغر من مربعي اح حب فلبكن سطح الر من سطح رل كمربعي اد دب وسطح طا كضعف سطح اد في دب بالشكل الخامس والاربعين من الاولي فيكون كل من خطي ها حا منطقا في القوة غير مشارك لخط هر بالشكل الثامن عشر ولان نسبة سطح هم الي مح كنسبة ها الي اح بالشكل الاول من السادسة والسطحان متباينان فخطا ها اح متباينان بالشكل الثامن فقد اتصل بخط هح المنفصل خطا لح اح امّا لح فيشارك له في القوة فقط وامّا اح فيشارك

فيشارك اه في القوة فقط وقد بينا استحالة ذلك بالشكل الرابع والسبعين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

عز

لايمكن ان يتصل بالاصغر الآخط واحد يباين المجموع الحاصل بعد اتصاله بالاصغر في القوة ويكون سطحه في المجموع موسط ۞

ا ب د ح

لبكن اب الاصغر واتصل به بح وهو يباين اح في القوة ومجموع من مربعي اح حب منطق وسطح اح في حب موسط فاقول لا يمكن ان يتصل باب خط آخر بالصفة المذكورة والا فليتصل به خط دب كذلك وتبين استحالته بمثل ما بينا في الشكل السبعين والشكل كالشكل وذلك ما اردنا ان نبين ۞

عح

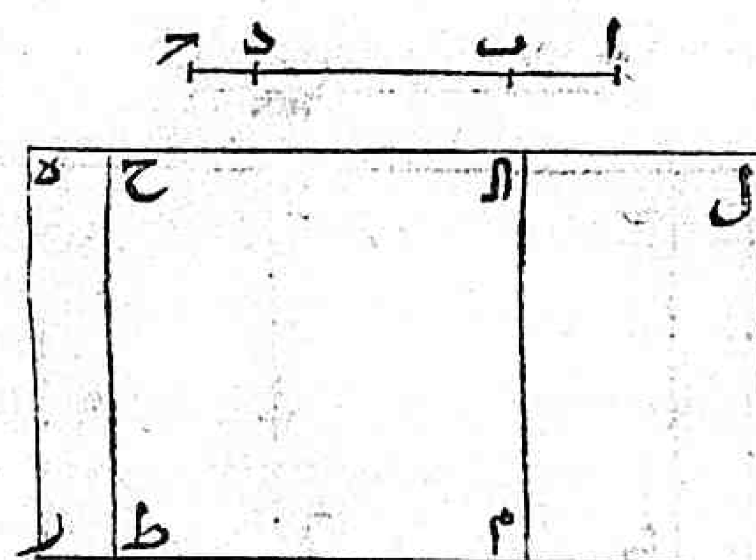
لايمكن ان يتصل بالمتصل بمنطق يصير الكل موسطا الاخط واحد يباين المجموع الحاصل بعد اتصاله به في القوة ويكون مجموع مربعيهما موسطا وضعف سطح احدهما في الآخر منطقا ۞

ا ب د ح

لبكن خط اب المتصل بمنطق يصير الكل موسطا واتصل به خط بح يباين اح في القوة ومجموع مربعي اح حب موسط وسطح اح في حر منطق فاقول لا يمكن ان يتصل باح خط آخر بالصفة المذكورة والاّ فليتصل به خط بد بالصفة المذكورة وتبين استحالته بمثل ما بينا في الشكل الخامس والسبعين والشكل كالشكل فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

عط

لايمكن ان يتصل بالمتصل بالموسط يصير الكل موسطا الاخط واحد يباين المجموع بعد اتصاله به في القوة ويكون مجموع مربعيهما موسطا وسطح احدهما في الآخر ايضًا موسطا مباينا لمجموع المربعين ۞



ليكن اب المتصل بالموسط يصير الكل موسطا خط جب مباينا في القوة لخط اج واتصل به ومجموع مربعي اج جب موسط وسطح اج في جب ايضا موسط مباين لمجموع مربعي اج جب فاقول لايمكن ان يتصل باب خط آخر بالصفة المذكورة والّا فليتصل به خط دب بالصفة المذكورة وتبين استحالته بمثل ما بينا في الشكل الثاني والسبعين والشكل كالشكل فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

مصادرة رابعة

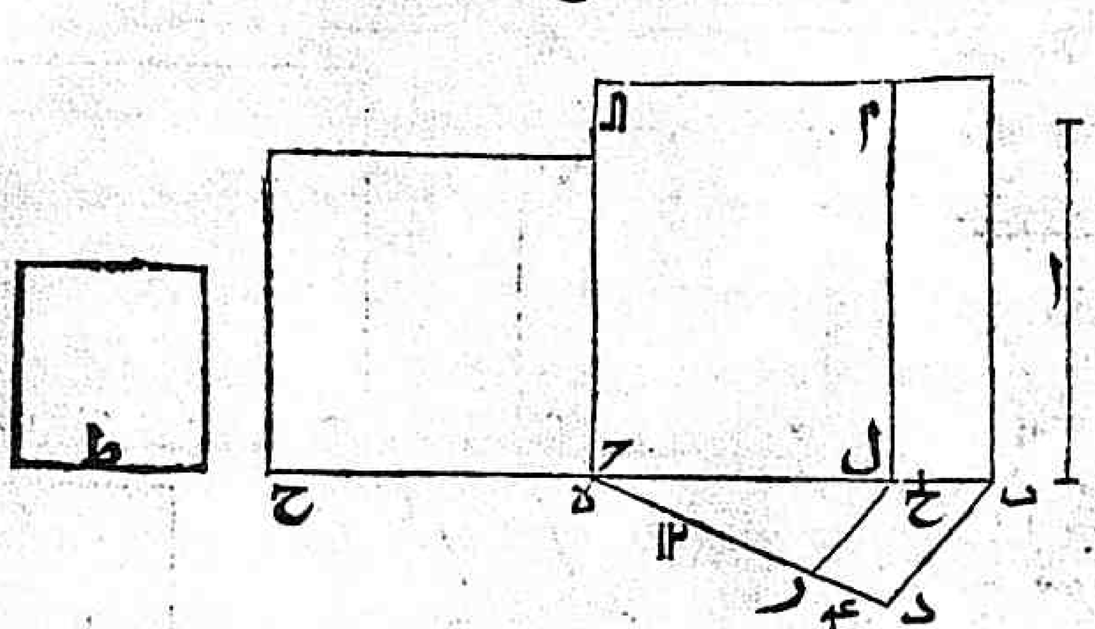
كل خط اتصل بالمنفصل وكان منطقا في القوة مشاركا للمجموع الحاصل منه ومن المنفصل في القوة فقط فالمجموع اما ان يقوي علي ما اتصل به المنفصل بمربع خط يشاركه في الطول اويباينه في الطول امّا الاول فان كان المجموع منطقا كان المنفصل منفصلا اوّلا ۞ وان كان المتصل بالمنفصل منطقا كان منفصلا ثانيا ۞ وان لم يكن شي منهما منطقا كان منفصلا ثالثا ۞ وامّا الثاني فان كان المجموع منطقا كان منفصلا رابعا ۞ وان كان المتصل بالمنفصل منطقا كان منفصلا خامسا ۞ وان لم يكن شي منهما منطقا كان منفصلا سادسا ۞ وذلك ما اردنا بيانه ۞

ف

لنا ان نجد المنفصل الاوّل ۞

ليكن آ خط منطقا ويشاركه خط بج في الطول فيكون منطقا في الطول باستبانة الشكل العاشر ولنجد عددين مربعين ليس الفصل بينهما مربعا بالمقدمة المذكورة قبل الشكل الرابع والعشرين وهما ده در والفصل

والفصل بينهما ءر وهو غير مربع ونرسم علي بج مربع بك بالشكل السادس والاربعين من الاولي ونجعل بج مع عدد ده محيطا بزاوية بجد بحيث ينطبق نقطة ج علي نقطة ه ونصل بين ب د بخط مستقيم نخرج من نقطة ر خط رل يوازي بد بالشكل



الواحد والثلثين من الاولي فينتهي الي بج علي نقطة ل ونخرج منها خط لم موازيا لخط جك بالشكل الوحد والثلثين من الاولي ولينته الي ضلع مربع بك علي نقطة م فسطح بم متوازي الاضلاع بالشكل الثلثين من الاولي ونعمل مربعا كسطح لك بالشكل الرابع عشر من الثانية والشكل السادس والاربعين من الاولي وهو مربع ضلعه حج وبهذين الشكلين نعمل مربعا ضلعه ط كسطح بم فلان زاويتي جلر جرل كزاويتي جبد جدب بالشكل التاسع والعشرين من الاولي وزاوية بجد مشتركة بين مثلثي جبد جلر فبالشكل الرابع من السادسة نسبة دج الي جر كنسبة بج الي جل ونسبة مربع بك الي سطح كل كنسبة بج الي جل بالشكل الاوّل من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة دج الي جر كنسبة سطح بك الي سطح كل ونسبة مربع بك الي مربع حج كنسبته الي سطح كل بالشكل التاسع من الخامسة وكانت نسبة دج الي جر كنسبة بج الي جل فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع بك الي مربع حج كنسبة عدد دج الي عدد جر وهما ليسا بمربعين فمربع بك يشارك مربع حج بالشكل السادس فبج يشارك حج في القوة ويباينه في الطول بالشكل السابع ونسبة مربع بك الي مربع ط كنسبته الي سطح بم بالشكل السابع والخامسة وبالقلب نسبة جد الي در العددين المربعين كنسبة مربع بك الي سطح بم فنسبة مربع بك الي مربع ط كنسبة جد الي در بالشكل الحادي عشر من الخامسة فخطا بج حج منطقان في القوة متباينان في الطول فبج المنطق في الطول القوي علي حج بمربع خط يشاركه في الطول وهو ط ففضل بج علي حج وهو بخ المنفصل الاول وذلك ما اردنا ان نبين ۞

فا

لنا ان نجد المنفصل الثاني ۞

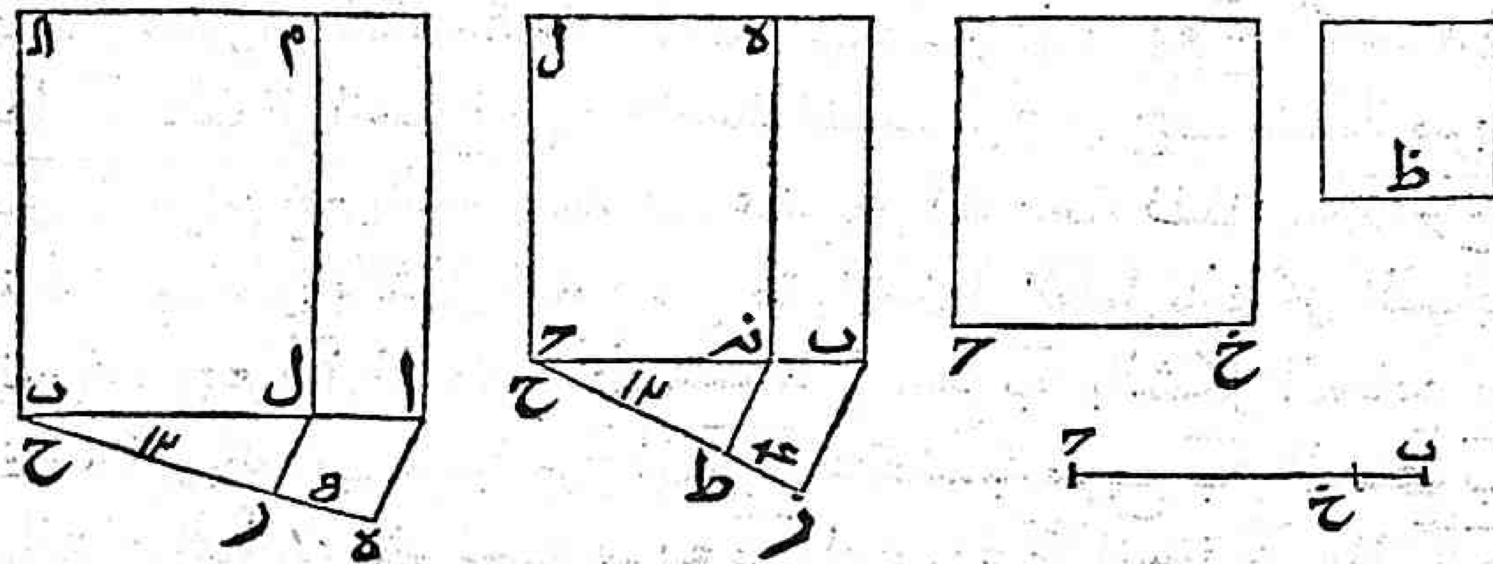
ليكن آ خطا منطقا وليشاركه ح ج في الطول فهو منطق بالشكل العاشر ولنعد العددين المربعين اللذين هما ده در والفصل بينهما ره ليس مربعا ولنجعل خط ح ج مع عدد ده محيطا بزاوية بحيث ينطبق نقطة ج علي نقطة ه ونصل بين نقطتي ر ح بخط مستقيم ونخرج من نقطة د خط دم موازيا لخط رح بالشكل الواحد و الثلثين من الاولي فلان زاويتي ج رح رج ح اقل من قايمتين بالشكل السابع عشر من الاولي وزاويتا ج رح م د ج متساويتان بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فاذا اخرجنا خطي دم ج ح في جهة م علي استقامتهما فيتلاقيان فليتلاقيا علي نقطة م ونرسم علي ح ج مربع ح ج ك ل بالشكل السادس والاربعين من الاولي ونتمم سطح م ل المتوازي الاضلاع فسطح م ك متوازي الاضلاع ونرسم مربع ب ج كسطح م ك بالشكل الرابع عشر من الثانية والشكل السادس والاربعين من الاولي ونرسم بالشكلين المذكورين مربعا يساوي سطح م ل ضلعه ط فمربع ب ج يقوي علي مربع ح ج بمربع ط فلان زاويتي ج ح ر ج ر ح كزاويتي ج م د ج دم بالشكل التاسع والعشرين من الاولي وزاوية ح ج ر مشتركة بين مثلثي ح ج ر م ج د فبالشكل الرابع من السادسة نسبة د ج الي ج ر كنسبة م ج الي ج ح ونسبة سطح م ك الي مربع ح ك كنسبة م ج الي ج ح بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة د ج الي ج ر كنسبة سطح م ك الي مربع ح ك ونسبة مربع ب ج الي مربع ح ك كنسبة سطح م ك الي مربع ح ك بالشكل السابع من الخامسة فنسبة د ج الي ج ر كنسبة مربع ب ج الي مربع ح ك بالشكل الحادي عشر من الخامسة فمربع ب ج يشارك مربع ح ك بالشكل السادس فخطا ب ج ح ج منطقان في القوة ومتباينان في الطول بالشكل السابع لان عددي د ج ج ر ليسا مربعين فبالقلب نسبة ج د الي د ر كنسبة مربع ب ج الي مربع ط و ج د د ر عددان مربعان فب ج يشارك ط في الطول بالشكل السابع فب ج يقوي علي ح ج بمربع خط يشاركه في الطول فب ج ح ج خطان منطقان في القوة متباينان في الطول و ح ج الاصغر منطق في الطول ففصل ب ج علي ح ج وهو ب ح المنفصل الثاني وذلك ما اردنا ان نبين ۞

فب

لنا

لنا ان نجد المنفصل الثالث ۞

ليكن اب خطا منطقا والعددان المربعان اللذان ليس الفصل بينهما مربعا زح زط والفصل بينهما ح ط وح ه عدد اول فليست نسبته الي ح ز و ح ط نسبة عدد مربع الي عدد مربع والا لكان العدد الاول مسطحا بالشكل الثاني والعشرين من الثامنة ولنجعل عدد ه ح مع اب محيطا بزاوية بحيث ينطبق نقطة ب علي نقطة ح ونصل بين نقطتي آ ه بخط مستقيم ونرسم علي اب مربع آك بالشكل السادس والاربعين من الاولي ونخرج من نقطة ز خط ز ل موازيا للخط اه بالشكل الواحد والثلثين من الاولي ولينته الي خط اب علي نقطة ل ونخرج منها عمود ل م علي اب بالشكل الحادي عشر من الاولي ولان زاويتي ب ل ز ل ز ب كزاويتي ب اه اه ب بالشكل التاسع والعشرين من الاولي وزاوية اب ه مشتركة بين مثلثي اب ه ل ب ز فبالشكل الرابع من السادسة نسبة ه ح الي ح ز كنسبة



اب الي ب ل ونسبة مربع آك الي سطح ك ل كنسبة اب الي ب ل بالشكل الاولي من السادسة فنسبة ه ح الي ح ز كنسبة مربع آك الي سطح ك ل بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونرسم مربع ب ل كسطح ل ك بالشكل الرابع عشر من الثانية والشكل السادس والاربعين من الاولي فنسبة مربع آك الي مربع ب ل كنسبة مربع آك الي سطح ل ك بالشكل السابع من الخامسة فنسبه ه ح الي ح ز كنسبة مربع آك الي مربع ب ل بالشكل الحادي عشر من الخامسة فب ج يشارك اب المنطق في الطول في القوة بالشكل السادس ويباينه في الطول بالشكل السابع لكون عددي ه ح ح ز ليسا بمربعين ونجعل عدد ح ز مع خط ب ج محيطا بزاوية ونصل بين ب ز بخط مستقيم ونخرج من نقطة ط خط ن ط موازيا للخط ب ز بالشكل الواحد والثلثين فلينته الي ب ج علي نقطة ن ونخرج منها عمود ن ه علي خط ب ج فلينته الي ضلع مربع ب ل علي نقطة ه فسطحا ب ه ن ل متوازيا الاضلاع بالشكل التاسع والعشرين من الاولي ونرسم مربع خ ج كسطح ن ل ومربع

ظ كسطح ب ه بالشكل الرابع عشر من الثانية والشكل السادس والاربعين من الاولي فلان زاويتي ح ن ط ح ط ن كزاويتي ح ب ر ح ر ب بالشكل التاسع والعشرين من الاولي وزاوية ب ح ر مشتركة بين مثلثي ب ح ر ح ن ط فبالشكل الرابع من السادسة نسبة ز ح الي ح ط كنسبة ب ح الي ح ن ونسبة مربع ب ل الي سطح ل ن كنسبة ب ح الي ح ن بالشكل الاول من السادسة فنسبة ز ح الي ح ط كنسبة مربع ب ل الي سطح ل ن بالشكل الحادي عشر من الخامسة ولان نسبة مربع ب ل الي مربع خ ح كنسبته الي سطح ل ن بالشكل السابع من الخامسة فنسبة ز ح الي ح ط كنسبة مربع ب ل الي مربع خ ح بالشكل الحادي عشر من الخامسة فضلعا ب ح خ ح منطقان في القوة بالشكل السادس متباينان في الطول بالشكل السابع ونسبة مربع ب ل الي مربع ظ كنسبته الي سطح ب د بالشكل السابع من الخامسة وبالقلب نسبة ز ح الي ز ط كنسبة مربع ب ل الي سطح ب ه فبالشكل الحادي عشر نسبة مربع ب ل الي مربع ظ كنسبة ز ح الي ز ط فب ح يشارك ظ في الطول بالشكل السابع لان عددي ز ح ز ط مربعان ولان نسبة مربع ا ا الي مربع ب ل كنسبة ه ح الي ح ز ونسبة مربع ب ل الي مربع خ ح كنسبة ز ح الي ح ط فبالشكل الثاني والعشرين من الخامسة نسبة مربع ا ا الي مربع خ ح كنسبة ه ح الي ح ط فخ ح يباين ب ح في الطول بالشكل السابع لكون عددي ه ح ح ط ليست كنسبة عددين مربعين فخطا ب ح خ ح منطقان في القوة متباينان في الطول وليس واحد منهما منطقا في الطول فاذا فصل من ب ح خ ح يبقي ب خ منفصلا ثالثا فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبـــــين ۞

فح

لنا ان نجد المنفصل الرابع ۞

د ...... ر .... ه
٩ ٢٥

فنجد عددين مربعين وهما د ر ر ه مجموعهما وهو د ه غير مربع بالمقدمة التي قبل

قبل الشكل الثالث والعشرين ونسلك به مثل ماسلكنا في المنفصل الاول الان ب ح يقوي علي ح ح بمربع ط وهو يباين ط في الطول لان نسبة مربعيهما كنسبة عدد د ه الي عدد ه ر وهما غير مربعين والشكل كالشكل وذلك ما اردنا ان نبـــــين ۞

فد

لنا ان نجد المنفصل الخامـــس ۞

فنعبد عددي د ر ر ه اللذين مجموعهما غير مربع ونسلك مثل ماسلكنا في المنفصل الثاني فيكون ب ح يقوي علي ح ح بمربع ط الذي يباينه لان نسبة مربعي ب ح ط كنسبة عددي د ه د ر وهما غير مربعين والشكل كالشكل وذلك ما اردنا ان نبـــين ۞

د ...... ر .... ه
٩ ٢٥

فه

لنا ان نجد المنفصل الســـادس ۞

فنعبد عددي د ر ر ه اللذين مجموعهما غير مربع ونسلك مثل ماسلكنا في المنفصل الثالث بعينه والشكل كالشكل وذلك ما اردنا ان نبـــين ۞

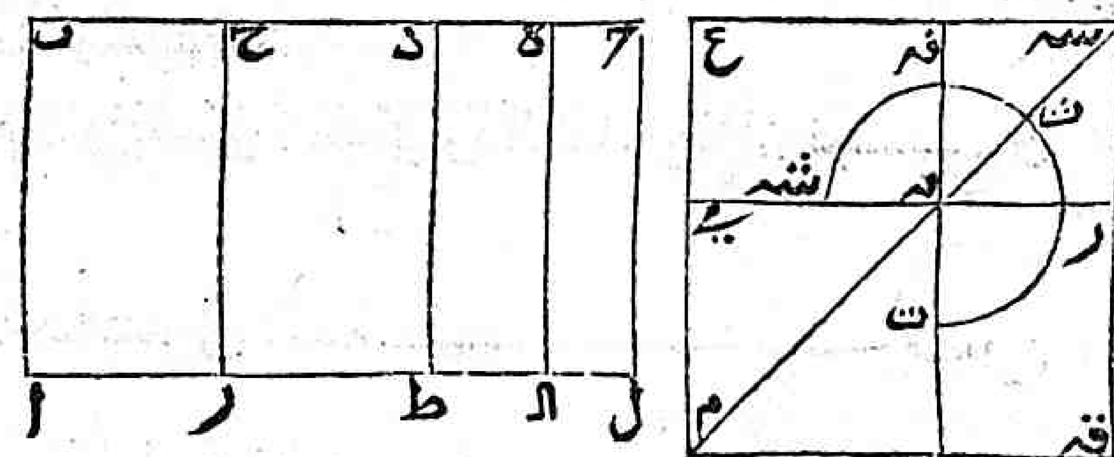
د ...... ر .... ه
٩ ٢٥

فو

كل خط يقوي علي سطح قايم الزوايا يحيط به خط منطق ومنفصل اول منفصـــل ۞

ليكن خط ا ب منطقا و ب ح منفصلا اولا واحاطا بسطح ا ب ح ر المتوازي الاضلاع فاقول كل خط يقوي علي سطح ا ح فهو منفصل برهانه وليتصل بخط ب ح خط ح ح فيصيرا خطي ب ح ح ح منطقين في القوة متباينين في الطول وخط ب ح منطقا في الطول قويا علي خط ح ح بمربع خط يشاركه في الطول ونخرج ا ر علي استقامته في جهة ر الي غير النهاية ونفصل منه ا ل لخط ب ح بالشكل الثالث من

الاولي ونصل بين نقطتي حل بخط مستقيم فهو موازو مساو لخط اب بالشكل الثالث والثلثين من الاولي فسطح اح متوازي الاضلاع فهو منطق بالشكل الخامس عشر وننصف حح علي نقطة د بالشكل العاشر من الاولي فمربع حد كربع مربع حح بالشكل الرابع من الثانية فاذا اضفنا ربع مربع حح اعني مربع حد الي خط بح ينقص عن تمامه مربعا بالشكل الثاني عشر من السادسة فنقسم خط بح بقسمين مشتركين بالشكل الثالث عشر لان خط بح قوي علي حح بمربع خط يشاركه فلنقسمه علي نقطة ه فسطح به في هح كمربع حد فنسبة به الي حد كنسبة حد الي حه بالشكل السادس عشر من السادسة وخط به اعظم من خط حد لان بح اعظم من دح فحد اعظم من حه فنقطة ه يقع بين نقطتي ح د ونخرج من نقطتي ه د خطي هك دط موازيين لخط اب



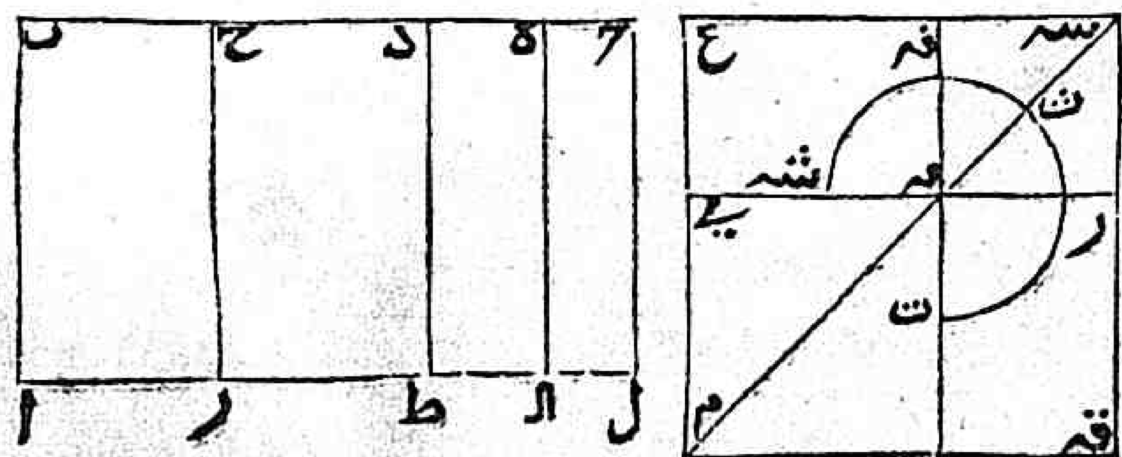
بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فيقع من خط ال علي نقطتي ك ط فبالشكل الثلثين سطوح حك حط طح اه متوازية الاضلاع فنسبة سطح اه الي سطح حط كنسبة به الي حد بالشكل الاول من السادسة ونسبة حد الي حه كنسبة به الي حد فبالشكل الحادي عشر نسبة سطح اه الي سطح حط كنسبة حد الي حه ونسبة سطح حط الي سطح حك كنسبة حد الي حه بالشكل الاول من السادسة فنسبة سطح اه الي سطح حط كنسبة سطح حط الي سطح حك بالشكل الحادي عشر من الخامسة فسطح حط متوسط بين سطحي اه حك ولان نسبة سطح اه الي سطح هل كنسبة به الي هح بالشكل الاول من السادسة وبه يشارك هح فسطح اه يشارك سطح هل بالشكل الثامن فكل منهما يشارك سطح اح المنطق بالشكل الحادي عشر فكل من سطحي اه هل منطق باستبانة الشكل العاشر ولان خط حل المساوي لخط اب المنطق منطق في الطول وحح منطق في القوة فقط فخطي حل حح منطقان في القوة متباينان في الطول فسطح حر موسط بالشكل السابع عشر فسطح حط المشارك له بالشكل الحادي عشر موسط بالشكل التاسع عشر وكذلك سطح در موسط ونرسم مربع سهقمع كسطح اه بالشكل الرابع عشر من الثانية والشكل السادس والاربعين من الاولي ونرسم مربع قهسهرنه كسطح هل بالشكلين المذكورين بحيث يشارك مربع سهم بزاوية قهسهع فهو علي قطر سهم باستبانة الشكل الرابع من الثانية ونتمم سطحي فهقهرع ونخرج رنه علي استقامته في جهة نه الي ان ينتهي الي ضلع مع علي نقطة ي فسطح

ي فسطح نهم مربع باستبانة الشكل الرابع من الثانية ولان نسبة مربع عقه الي سطح قهفه كنسبة عسه الي سهفه بالشكل الاول من السادسة وقهسه يساوي عسه ورسه يساوي سهفه فنسبة قهسه الي سهر كنسبة عسه الي سهفه فبالشكل الحادي عشر نسبة مربع عقه الي سطح قهفه كنسبة قهسه الي سهر ونسبة سطح قهفه الي مربع سهنه كنسبة قهسه الي سهر فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع قهع الي سطح قهفه كنسبة سطح قهفه الي مربع سهنه فسطح قهفه متوسط بين مربعي قهع سهنه المساويين لسطحي اه هل وكان سطح حط متوسطا بين سطحي اه هل فسطح قهفه كسطح حط وهو موسط فسطح قهفه موسط ومربع قهع منطق وهما متباينان فخط سهع يباين خط سهفه بالشكل الثامن وهما منطقان في القوة لان مربعي قهع سهنه منطقان فخط فهع منفصل بالشكل السبعين ومتمما قهنه نهع متساويان بالشكل الثالث والاربعين من الاولي فعلم تثشه مع مربع سهنه كسطح حل وكان سطحا اه هل اعني سطح اح كمربعي قهع سهنه فمربع نهم كسطح اح وخطا فهع نهي متساويان بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فمربع فهع يساوي مربع نهم المساوي لسطح اح فخط فهع القوي علي سطح اح منفصل وذلك ما اردنا ان نبين ۞

فز

كل خط قوي علي سطح قايم الزوايا يحيط به خط منطق والمنفصل الثاني منفصل الموسط الاول ۞

ليكن سطح اح القايم الزوايا يحيط به خط اب المنطق وبح المنفصل الثاني فاقول كل خط قوي علي سطح اح المنفصل الموسط الاول برهانه وليتصل بخط بح خط حح المنطق فيصيرا خطي بح حح منطقين في القوة متباينين في الطول وخط بح قويا علي خط حح بمربع خط يشارك في الطول ونخرج خط ار في جهة



ر علي استقامته الي غير النهاية ونفصل منه ال يساوي بح بالشكل الثالث من الاولي ونصل حل بخط مستقيم فهو مواز ومساو لخط اب بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فخط حل منطق وننصف حح علي نقطة د بالشكل العاشر من الاولي فلان بح يقوي علي حح بمربع خط

يشاركه في الطول فاذا اضفنا الي ب ح سطحا متوازي الاضلاع كربع مربع ح ح اعني مربع ح د بالشكل الرابع من الثانية ينقض عن تمامه مربعا بالشكل الثامن والعشرين من السادسة يقسم خط ب ح بمشتركين بالشكل الثالث عشر فليقسمه علي نقطة ه فسطح ب ه في ه ح كمربع ح د فنسبة ب ه الي ح د كنسبة ح د الي ه ح بالشكل السادس عشر من السادسة ونخرج من نقطتي ه د خطي ه ك د ط متوازيين لخط ا ب بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فلينته الي ا ل علي نقطتي ك ط فسطوح ح ط ط ح ا ه د ل متوازية الاضلاع بالشكل الثلثين من الاولي ولان نسبة د ح الي ح ه كنسبة ب ه الي د ح ونسبة سطح ا ه الي سطح ط ح كنسبة ب ه الي د ح بالشكل الاولي من السادسة فنسبة سطح ا ه الي سطح ط ح كنسبة د ح الي ح ه بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة سطح ط ح الي سطح ح ك كنسبة د ح الي ح ه بالشكل الاول من السادسة فنسبة سطح ا ه الي سطح ط ح كنسبة سطح ط ح الي سطح ح ك بالشكل الحادي عشر من الخامسة فسطح ط ح متوسط بين سطحي ا ه ه ل ولان خطي ح ل ح ح منطقين فسطح ح ز منطق بالشكل الخامس عشر ولان نسبة سطح ا ه الي ه ل كنسبة ب ه الي ه ح بالشكل الاول من السادسة وب ه ه ح مشتركان فسطحا ا ه ه ل مشتركان بالشكل الثامن فكل من سطحي ا ه ه ل يشارك سطح ا ح بالشكل الحادي عشر وسطح ا ح موسط بالشكل السابع عشر بكون خطي ا ب ب ح منطقين في القوة متباينين في الطول فكل من سطحي ا ه د ل موسط بالشكل التاسع عشر وبمثله تبين ان كل واحد من سطحي ح ط ط ح يشارك سطح ح ز المنطق فكل واحد من سطحي ح ط ط ح منطق باستبانة الشكل العشرين ونرسم مربع ق ع كسطح ا ه ومربع س ن كسطح ه ل بالشكل الرابع عشر من الثانية والشكل السادس والاربعين من الاولي بحيث يشارك مربع ق ع في زاوية ق س ع ونخرج ر ن علي استقامته الي ان ينهتي الي ضلع ع م علي نقطة ي ونخرج قطر س م ونتمم الشكل فمربع س ن علي قطر س م وسطح ن م مربع باستبانة الشكل الرابع من الثانية ولان متممي ق ن ن ع متساويان بالشكل الثالث والاربعين من الاولي فسطحا ق ف ر ع متساويان ولان نسبة مربع ق ع الي سطح ر ع كنسبته الي سطح ق ف بالشكل السابع من الخامسة ونسبة س ع الي س ف كنسبة مربع ق ع الي سطح ق ف بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع

مربع ق ع الي سطح ر ع كنسبة س ع الي س ف ونسبة سطح ر ع الي مربع س ن كنسبة س ع الي س ف فسطح ر ع وسط في النسبة بين مربعي ق ع س ن المساويين لسطحي ا ه ه ل وكان سطح ح ط وسطا في النسبة بينهما فسطح ر ع يساوي سطح ح ط فعلم ت ث ش مع مربع س ن يساويان سطح ح ز وكان مربعا ق ع س ن معا كسطح ا ح فاذا القينا منه سطح ح ز ومن مربعي ق ع س ن علم ت ث ش مع مربع س ن يبقي سطح ا ح كمربع ن م ولان مربع ق ع موسط وسطح ق ف منطق فهما متباينان ونسبة مربع ق ع الي سطح ق ف كنسبة س ع الي س ف بالشكل الاول من السادسة فس ع يباين س ف بالشكل الثامن فخطا س ع س ف موسطان لان مربعيهما موسطان مشتركان بالقوة فقط محيطان بمنطق فخط ق ع منفصل الموسط الاول بالشكل الواحد والسبعين ولان ضلع ن ي كضلع ق ع بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فخط ق ع قوي علي مربع ن م المساوي لسطح ا ح فخط ق ع المنفصل الموسط الثاني قوي علي سطح ا ح فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

فح

كل خط قوي علي سطح قايم الزوايا يحيط به خط منطق ومنفصل ثالث منفصل الموسط الثاني ۞

ليكن سطح ا ح القايم الزوايا يحيط به خط ا ب المنطق وب ح المنفصل الثالث فاقول كل خط قوي علي سطح ا ح منفصل الموسط الثاني برهانه وليتصل بخط ب ح خط ح ح المنطق في القوة فقط مصيّر الخطي ب ح ح ح منطقين في القوة متباينين في الطول وخط ب ح قويا علي خط ح ح بمربع خط يشاركه في الطول ونخرج خط ا ر في جهة ر علي استقامته الي غير النهاية ونفصل منه ا ل مساويا لخط ب ح بالشكل الثالث من الاولي ونصل ح ل بخط مستقيم فهو موازٍ ومساو لخط ا ب بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فخط ح ل منطق وننصف ح ح علي نقطة د بالشكل العاشر من الاولي فلان ب ح يقوي علي ح ح بمربع خط يشاركه في الطول فاذا اضيف الي ب ح سطحا كربع مربع ح ح المساوي لمربع ح د بالشكل الرابع من الثانية ينقص عن تمامه مربعا

بالشكل الثامن والعشرين من السادسة يقسم خط ب ح بمشتركين بالشكل الثالث عشر فليقسمه علي نقطة ه فسطح ب ه في ه ح كمربع ح د فنسبة ب ه الي ح د كنسبة ح د الي ح ه بالشكل السادس عشر من السادسة ونخرج من نقطتي ه د خطي ه ك د ط موازيين لخط ا ب بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فلينتهيا الي ال علي نقطتي ك ط فسطوح ح ط ط ح ا ه ه ل متوازية الاضلاع بالشكل الثلثين من الاولي ولان خطي ح ح ح ب منطقين في القوة فقط وخطي ا ل ا ب منطقين فكل من سطحي ح ر ا ح موسط بالشكل السابع عشر ولان نسبة سطح ا ه الي سطح ه ل كنسبة ب ه الي ه ح المشتركين فسطحا ا ه ه ل مشتركان بالشكل الثامن فكل منهما يشارك سطح ا ح الموسط فكل منهما موسط بالشكل التاسع عشر وبمثله تبين ان كل واحد من سطحي ح ط ط ح يشارك سطح ح ر الموسط فكل منهما موسط وسطح ح ط المشارك لسطح ح ر يباين سطح ا ح والا يشاركه فيشارك سطحا ا ح ح ر بالشكل العاشر وهما متباينان هذا خلف فسطح ح ط يباين سطح ا ح وبمثله تبين ان سطح ل ه المشارك لسطح ا ح يباين سطح ح ط فكل من سطحي ا ه ه ل يباين كل واحد من سطحي ح ط ط ح ولان نسبة د ح الي ح ه كنسبة ب ه الي د ح ونسبة سطح ا ه الي سطح ط ح كنسبة ب ه الي د ح بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة سطح ا ه الي سطح ط ح كنسبة د ح الي ح ه ونسبة سطح ط ح الي سطح ح ك كنسبة د ح الي ح ه بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة سطح ا ه الي سطح ط ح كنسبة سطح ط ح الي سطح ح ك فسطح ط ح متوسط بين سطحي ا ه ه ل ونرسم مربع قع كسطح ا ه ومربع سن كسطح ه ل بالشكل الرابع عشر من الثانية والشكل السادس والاربعين من الاولي بحيث يشاركه مربعا قع سن في زاوية قسع ونخرج رن علي استقامته في جهة ن الي ان ينتهي الي ضلع عم علي نقطة ي ونخرج قطر سم ويتم الشكل فمربع سن علي قطر سم وسطح نم مربع باستبانة الشكل الرابع من الثانية ولان متممي قن نع متساويان بالشكل الثالث والاربعين من الاولي فسطحا قف رع متساويان فنسبة مربع قع الي سطح رع كنسبته الي سطح قف بالشكل السابع من الخامسة ونسبة سع الي سف كنسبة مربع قع الي سطح قف بالشكل الاول من السادسة فنسبة مربع قع الي سطح رع كنسبة سع الي سف بالشكل الحادي

الحادي عشر من الخامسة ونسبة سطح رع الي مربع سن كنسبة سع الي سف فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع قع الي سطح رع كنسبة سطح رع الي مربع سن فسطح رع متوسط بين مربعي قع سن المساويين لسطحي ا ه ه ل وكان سطح ح ط متوسطا بين سطحي ا ه ه ل فسطح رع يساوي سطح ح ط فعلم تث شه مع مربع سن يساويان سطح ح ر وكان مربعا قع سن معا كسطح ا ح فاذا القينا ح ر من سطح ا ح وعلم تث شه مع مربع سن من مربعي قع سن يبقي سطح نم مساويا للسطح اح ولان نسبة مربع قع الي سطح قف المتباينين كنسبة سع الي سف بالشكل الاول من السادسة فسع يباين سف بالشكل الثامن فكل من سع سف موسط لان مربعيهما كذلك فخط فع المساوي لخط ني بالشكل الرابع والثلثين من الاولي منفصل الموسط الثاني بالشكل السبعين وهو قوي علي مربع نم المساوي لسطح اح فخط فع قوي علي سطح اح وهو منفصل الموسط الثاني فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✿

فط

كل خط قوي علي سطح قايم الزوايا يحيط به خط منطق ومنفصل رابع هـــــو اصغر ✿

ليكن سطح اح القايم الزوايا يحيط به خط اب المنطق وبح المنفصل الرابع فاقول ان كل خط قوي علي سطح اح اصغر برهانه ولنتصل بخط بح خط ح ح مصيرا خطي ب ح ح ح منطقين في القوي متباينين في الطول وخط ب ح منطقا في الطول قويا علي خط ح ح بمربع خط يباينه في الطول ونخرج خط ا ر في جهة ر علي استقامته الي غير النهاية ونفصل منه خط ا ل مساويا لخط ب ح بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين نقطتي ح ل بخط مستقيم فهو مواز ومساو لخط اب بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فخط ح ل منطق وننصف ح ح علي نقطة د بالشكل العاشر من الاولي فلان ب ح قوي علي ح ح بمربع خط يباينه في الطول فاذا اضفنا الي ب ح سطحا كربع مربع ح ح المساوي لمربع ح د بالشكل الرابع من الثانية ينقص عن تمامه مربعا بالشكل الثامن والعشرين من السادسة نقسم خط ب ح بمتباينين بالشكل الرابع عشر

فليقسمه علي نقطة ه فسطح به في هج كمربع جد فنسبة به الي جد كنسبة جد الي جه بالشكل السادس عشر من السادسة ونخرج من نقطتي ه د خطي هك دط موازيين لخط اب بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فلينتهيا الي ال علي نقطتي ك ط فسطوح جط طح اه هل متوازية الاضلاع بالشكل الثلثين من الاولي ولان خطي بج جح منطقين في القوة وخط بج منطق في الطول فسطح اج منطق بالشكل الخامس عشر وسطح زح موسط بالشكل السابع عشر ولان نسبة سطح اه الي سطح هل كنسبة به الي هج بالشكل الاول من السادسة وهما متباينان فسطحا اه هل متباينان بالشكل الثامن ولان نسبة دج الي جه كنسبة به الي دج ونسبة سطح اه الي سطح جط كنسبة به الي جد بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة دج الي جه كنسبة سطح اه الي سطح جط ونسبة سطح جط الي سطح جك كنسبة دج الي جه بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة سطح اه الي سطح جط كنسبة سطح جط الي سطح جك فسطح جط وسط في النسبة بين سطحي اه هل ونرسم مربع قع كسطح اه ومربع سن كسطح هل بالشكل الرابع عشر من الثانية والشكل السادس والاربعين من الاولي بحيث يشارك مربعا قع سن في زاوية قسع ونخرج قطر سنم وخط رن في جهة ن علي استقامته الي ضلع مع فينتهي اليه علي نقطة ي ونتمم الشكل فمربع سن علي قطر سم وسطح من مربع باستبانة الشكل الرابع من الثانية ولان قن نع متساويان بالشكل الثالث والاربعين من الاولي فسطحا قف رع متساويان ولان نسبة مربع قع الي سطح رع كنسبته الي سطح قف بالشكل السابع من الخامسة ونسبة سع الي سف كنسبة مربع قع الي سطح قف بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع قع الي سطح رع كنسبة سع الي سف ونسبة سطح رع الي مربع سن كنسبة سع الي سف بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع قع الي سطح رع كنسبة سطح رع الي مربع سن فسطح رع وسط في النسبة بين مربعي قع سن وكان سطح جط وسطا بين سطحي اه هل وهما يساويان مربعي قع سن فسطح رع يساوي سطح جط فعلم تثش مع مربع سن يساويان سطح جر وكان مربعا قع سن معا كسطح اج فاذا القينا منه

منه سطح جر ومن مربعي قع سن علم تثش مع مربع سن يبقي سطح اح كمربع نم ولان سطح اج منطق فمجموع مربعي قع سن منطق وكان سطحا اه هل متباينين فمربعا قع سن المساويان لهما متباينان ولان رس يساوي سف فسطح شع في سف يساوي سطح رع المساوي لسطح جط الموسط لان سطح جر الموسط ضعف سطح جط فخطا سع سف متباينان في القوة مجموع مربعيهما منطق وضعف سطح احدهما في الآخر موسط فخط فع اصغر بالشكل الثالث والسبعين ولان فع يساوي نم بالشكل الرابع والثلثين من الاولي وهو ضلع مربع نم المساوي لسطح اح فخط فع قوي علي سطح اح فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

ص

كل خط قوي علي سطح متوازي الاضلاع يحيط به خط منطق ومنفصل خامس هو متصل بمنطق يصير الكل موسطا ۞

ليكن سطح اح المتوازي الاضلاع يحيط به خط اب المنطق وبح المنفصل الخامس فاقول ان كل خط قوي علي سطح اح متصل بمنطق يصير الكل موسطا برهانه وليتصل بخط بح خط حج مصيرا خطي بح حج منطقين في القوة متباينين في الطول وخط حج منطقا في الطول وخط بج قويا علي جح بمربع خط يباينه في الطول ونخرج خط ار علي استقامته الي غير النهاية في جهة ر ونفصل منه ال كخط بج بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين نقطتي ج ل بخط مستقيم فهو موازٍ ومساوٍ لخط اب بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فخط ال منطق فسطح جر منطق بالشكل الخامس عشر وسطح اج موسط بالشكل السابع عشر وننصف جح علي نقطة د بالشكل العاشر من الاولي فلان بج قوي علي جح بمربع خط يباينه في الطول فاذا اضفنا الي بج سطحا كربع مربع جح المساوي لمربع جد بالشكل الرابع من الثانية ينقص عن تمامه مربعا بالشكل الثامن والعشرين من السادسة يقسم خط بج بمتباينين بالشكل الرابع عشر فلنقسمه علي نقطة ه فسطح

ب ه في ه ج كمربع ج د فنسبة ب ه الي ج د كنسبة ج د الي ج ه بالشكل السادس عشر من السادسة ونخرج من نقطتي ه د خطي ه ك د ط موازيين لخط ا ب بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فلينتهيا الي ا ل علي نقطتي ك ط فسطوح ج ط ط ح ا ه ه ل متوازي الاضلاع بالشكل الثلثين من الاولي ولان نسبة سطح ا ه الي سطح ه ل كنسبة ب ه الي ه ج بالشكل الاول من السادسة وهما متباينان فسطحا ا ه ه ل متباينان بالشكل الثامن ولان نسبة د ج الي ج ه كنسبة ب ه الي د ج ونسبة سطح ا ه الي سطح ج ط كنسبة ب ه الي ج د بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة د ج الي ج ه كنسبة سطح ا ه الي سطح ج ط ونسبة سطح ج ط الي سطح ج ك كنسبة د ج الي ج ه بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة سطح ا ه الي سطح ج ط كنسبة سطح ج ط الي سطح ج ك فسطح ج ط وسط في النسبة بين سطحي ا ه ه ل ونرسم مربع ق ع كسطح ا ه ومربع ص ن ف كسطح ه ل بالشكل الرابع عشر من الثانية والشكل السادس والاربعين من الاولي بحيث يشارك مربعا ق ع ص ن في زاوية ق ص ع ونخرج قطر ص ن م وخط ز ن في جهة ن الي ان ينتهي الي ضلع م ع علي نقطتي ي فمربع ص ن علي قطر ص م وسطح ن م مربع باستبانة الشكل الرابع من الثانية ونتم الشكل فيكون متمم ق ن كمتمم ن ع بالشكل الثالث والاربعين من الاولي فسطحا ق ف ز ع متساويان ولان نسبة مربع ق ع الي سطح ز ع كنسبته الي سطح ق ف بالشكل السابع من الخامسة ونسبة ص ع الي ص ف كنسبة مربع ق ع الي سطح ق ف فنسبة مربع ق ع الي سطح ز ع كنسبة ص ع الي ص ف بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة سطح ز ع الي مربع ص ن كنسبة ص ع الي ص ف فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع ق ع الي سطح ز ع كنسبة سطح ز ع الي مربع ص ن فسطح ز ع وسط في النسبة بين مربعي ق ع ص ن المساويين لسطحي ا ه ه ل وكان سطح ج ط وسطا في النسبة بينهما فسطح ز ع يساوي سطح ج ط فعلم ت ث ش مع مربع ص ن يساوي سطح ج ز فاذا اسقطنا العلم مع مربع ص ن من مربعي ق ع ص ن ومن سطح ا ج سطح ج ز يبقي مربع ن م كسطح ا ح ولان ص ز يساوي ص ف فسطح ز ع يساوي سطح ص ف في ص ع فضعف سطح ص ف في ص ع المساوي لسطح ج ز المنطق منطق وق ع المساوي لخط ن ي بالشكل الرابع والثلثين من الاولي

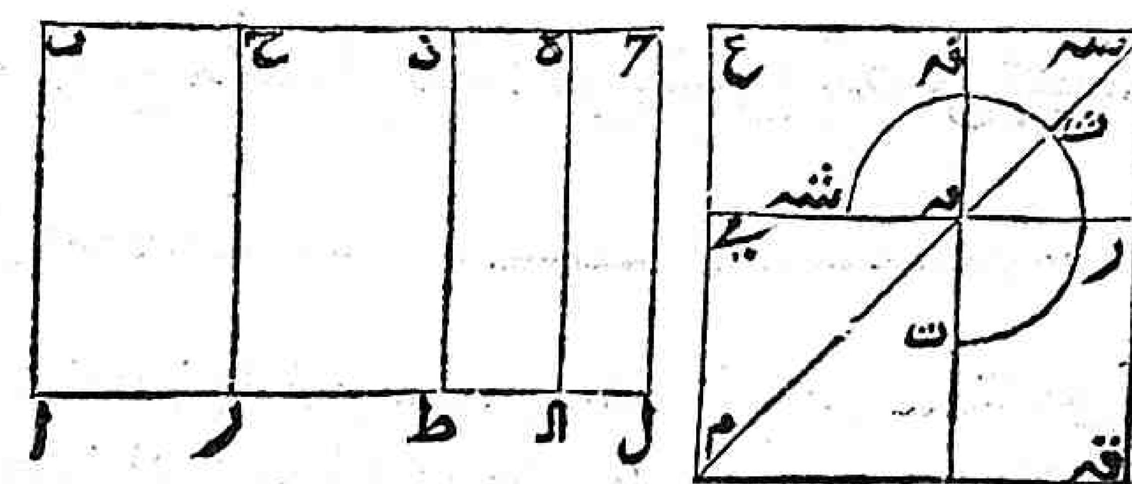
الاولي القوي علي مربع ن م المساوي لسطح ا ح قوي علي سطح ا ح ولان خطي ص ع ص ف متباينان في القوة مجموع مربعيهما موسط وضعف سطح احدهما في الآخر منطق فخط ف ع متصل بمنطق يصير الكل موسطا بالشكل الثاني والسبعين وهو قوي علي سطح ا ح فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

صا

كل خط قوي علي سطح متوازي الاضلاع يحيط به خط منطق ومنفصل سادس هو متصل بموسط يصير الكل موسطا

ليكن سطح ا ح المتوازي الاضلاع يحيط به خط ا ب المنطق وب ح المنفصل السادس فاقول ان كل خط قوي علي سطح ا ح متصل بموسط يصير الكل موسطا برهانه وليتصل بخط ب ح خط ج ح مصيرا خطي ب ج ج ح منطقين في القوة فقط متباينين في الطول وخط ب ج قويا علي خط ج ح بمربع خط يباينه في الطول فننصف ج ح علي نقطة د بالشكل العاشر من الاولي فلو اضفنا الي خط ب ج سطحا كربع مربع ج ح المساوي لمربع ج د بالشكل الرابع من الثانية ينقص عن تمامه مربعا بالشكل الثامن والعشرين من السادسة فان السطح المضاف يقسم ب ج بقسمين متباينين بالشكل الرابع عشر فليقسمه علي نقطة ه فيكون سطح ب ه في ه ج كمربع ج د فنسبة ب ه الي ج د كنسبة ج د الي ج ه بالشكل السادس عشر من السادسة ونخرج خطا ا ز في جهة ز علي استقامته الي غير النهاية ونفصل منه ا ل كخط ب ج بالشكل الثالث ونصل بين ج ل بخط مستقيم فهو مساو وموازٍ لخط ا ب بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فخط ج ل منطق فكل من سطحي ا ج ج ز موسط بالشكل السابع عشر ونسبة سطح ا ج الي سطح ج ز كنسبة ب ج الي ج ح بالشكل الاول من السادسة وهما متباينان فسطحا ا ج ج ز متباينان بالشكل الثامن ونخرج من نقطتي ه د خطي ه ك د ط موازيين لخط ا ب بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فكل من سطوح ج ك ج ط ط ح ا ه متوازي الاضلاع

بالشكل الثلثين من الاولي ولان نسبة سطح اه الي سطح هل كنسبة به الي هح بالشكل الاول من السادسة وهما متباينان فسطحا اه هل متباينان بالشكل الثامن ولان نسبة دح الي حه كنسبة به الي دح ونسبة سطح اه الي سطح حط كنسبة به الي دح بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة دح الي حه كنسبة سطح اه الي سطح حط ونسبة سطح حط الي سطح هل كنسبة دح الي حه بالشكل الاول من السادسة فنسبة سطح اه الي سطح حط كنسبة سطح حط الي سطح هل بالشكل الحادي عشر من الخامسة فسطح حط وسط في النسبة بين سطحي اه هل فنرسم مربع قع كسطح اه ومربع سرنف

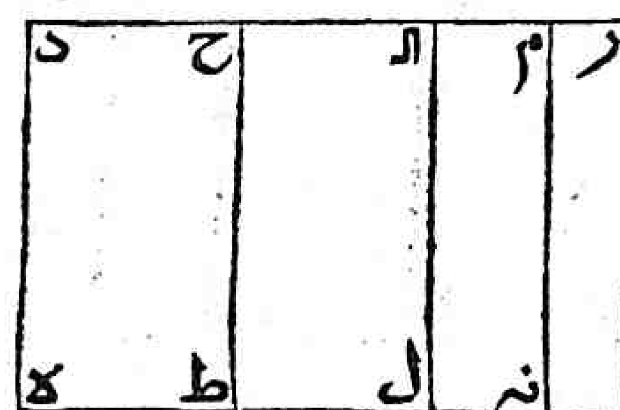


كسطح هل بالشكل الرابع عشر من الثانية والشكل السادس والاربعين من الاولي بحيث يشارك مربع قع مربع سن في زاوية قسع ونخرج قطر سنم وخط رنه علي استقامته في جهة نه الي ان ينتهي الي ضلع مع علي نقطة ے فمربع سن علي قطر سم وسطح نم مربع باستبانة الشكل الرابع من الثانية ويتمم الشكل فتمم قن لمتمم نع بالشكل الثالث والاربعين من الاولي فسطحا قف رع متساويان فلان نسبة مربع قع الي سطح رع كنسبته الي سطح قف بالشكل السابع من الخامسة ونسبة خط سع الي خط سف كنسبة مربع قع الي سطح قف بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع قع الي سطح رع كنسبة خط سع الي سف ونسبة سطح رع الي مربع سن كنسبة خط سع الي خط سف بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع قع الي سطح رع كنسبة سطح رع الي مربع سن فسطح رع وسط في النسبة بين مربعي قع سن وكان سطح حط وسط في النسبة بين سطحي اه هل المساويين لمربعي قع سن فسطح رع يساوي سطح حط فعلم تثش مع مربع سن كسطح حر فاذا القينا علم تثش مع مربع سن من مربعي قع سن والقينا سطح حر من سطح اح يبقي سطح اح لمربع نم ولان خطي سر سف متساويان فسطح سع في سف يساوي سطح رع فضعف سطح سع في سف المساوي لسطح حر الموسط موسط فخطا سع سف متباينان في القوة ومجموع مربعيهما موسط وضعف سطح احدهما في الآخر موسط مباين لمجموع مربعيهما فخط فع متصل بموسط يصير الكل موسط وهو مساو لخط نے القوي علي سطح نم بالشكل

نم بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فخط فع المتصل بالموسط يصير الكل موسط قوي علي مربع نم المساوي لسطح اح فهو قوي علي سطح اح فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

صب

الضلع الثاني من كل سطح قايم الزوايا مضاف الي خط محدود منطق مساويا لمربع منفصل منفصل اول



ليكن خط اب منفصلا وضفنا سطحا قايم الزوايا لمربع اب الي خط ده المنطق المحدود باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو سطح دهطح فاقول ان ضلع دح منفصل اول برهانه ليكن بح اتصل باب مصيرا خطي اح حب منطقين في القوة مشتركين فيها فقط فنضيف الي خط ده سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا لمربع اح باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو سطح هم خط من منطق لانه مساو لخط ده بالشكل الرابع والثلثين من الاولي ونضيف الي خط من سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا لمربع بح باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو سطح نر ولان كل واحدة من الزوايا التي عند نقطتي م ن قايمة فكل من خطي در هن خط مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاولي فنسبة سطح دن الي سطح نر كنسبة دم الي مر بالشكل الاول من السادسة وسطحا دن نر مشتركان فخطا دم مر مشتركان بالشكل الثامن ولان سطحي دن نر مشتركان فسطح هر يشارك كلا منهما بالشكل الحادي عشر وكل منهما منطق فسطح هر منطق باستبانة الشكل العاشر فخط در منطق بالشكل السادس عشر ولان مربعي اح حب يساويان ضعف سطح اح في حب مع مربع اب بالشكل السابع من الثانية وسطح هح لمربع اب فسطح طر كضعف سطح اح في حب وسطح اح في حب موسط فضعفه المشارك له بالشكل الحادي عشر موسط بالشكل التاسع فسطح طر موسط فخط رح منطق في القوة بالشكل الثامن عشر ولان نسبة سطح هر الي سطح رط كنسبة در الي رح بالشكل الاول من السادسة والسطحا متباينان فخطا در رح متباينان بالشكل الثامن وننصف رح علي نقطة ك بالشكل العاشر من الاولي ونخرج منها كل موازيا لخط حط بالشكل الواحد والثلثين من الاولي ونخرجه

علي استقامته في جهة ه الي ان ينتهي الي خط هن فلينته الي نقطة ل منه فكل من سطحي حل لر متوازي الاضلاع بالشكل الثلثين من الاولي ولان نسبة حك الي كر المساوي له كنسبة سطح حل الي سطح لر بالشكل الاول من السادسة فسطح حل كسطح لر فلان نسبة مربع اح الي سطح اح في حب كنسبة اح الي حب بالشكل الاول من السادسة وبهذا الشكل بعينه نسبة سطح اح في حب الي مربع بح كنسبة اح الي حب فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع اح الي سطح اح في حب كنسبة سطح اح في حب الي مربع حب فسطح اح في حب المساوي لسطح لر وسط في النسبة بين مربعي اح حب فسطح لر وسط في النسبة بين سطحي دن نر المساويين لمربعي اح حب فنسبة دم الي كر كنسبة سطح دن الي سطح لر بالشكل الاول من السادسة ونسبة سطح لر الي سطح رن كنسبة سطح دن الي سطح لر فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة دم الي كر كنسبة سطح لر الي سطح رن ونسبة كر الي رم كنسبة سطح لر الي سطح رن بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة دم الي كر كنسبة كر الي رم فسطح دم في مر كمربع كر بالشكل السادس عشر من السادسة فاذا اضفنا الي در سطحا متوازي الاضلاع كربع مربع حر المساوي لمربع كر بالشكل الرابع من الثانية ينقص عن تمامه مربعا بالشكل الثامن والعشرين من السادسة فيقسم السطح المضاف خط در علي نقطة م وخطا دم مر مشتركان لخط در المنطق يقوي علي خط حر المنطق في القوة فقط بمربع خط يشاركه في الطول بالشكل الثالث عشر لخط دح المنفصل الاول بالشكل الواحد والسبعين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

صح

الضلع الثاني من كل سطح قايم الزوايا مضاف الي خط محدود منطق مساويا لمربع المنفصل الموسط الاول منفصل ثان ۞

ليكن خط اب منفصل الموسط الاول واضيف سطح قايم الزوايا كمربع اب الي خط ده المحدود المنطق باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو سطح ده طح فاقول ان ضلع دح منفصل ثان برهانه ليكن بح اتصل

اتصل باب مصيرا خطي اح حب موسطين مشتركين في القوة فقط محيطين بمنطق فنضيف الي ده سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا كمربع اح باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو سطح هم لخط من مساو لخط ده بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فهو منطق ونضيف اليه سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا كمربع بح باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو سطح نر ولان كل واحد من الزوايا التي عند نقطتي م ن قايمة فكل من خطي در هن خط مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاولي فنسبة سطح دن الي سطح نر كنسبة دم الي مر بالشكل الاول من السادسة وسطح دن يشارك سطح نر لخط دم يشارك خط مر بالشكل الثامن فكل من سطحي دن نر الموسطين يشارك سطح هر بالشكل الحادي عشر فهو موسط بالشكل التاسع عشر لخط در منطق في القوة فقط بالشكل الثامن عشر ولان مربعي اح حب يساويان ضعف سطح اح في حب مع مربع اب بالشكل السابع من الثانية وسطح هح لمربع اب فسطح طر كضعف سطح اح في حب منطق فضعفه المشارك له بالشكل الحادي عشر منطق باستبانة الشكل العاشر فسطح طر منطق لخط حر منطق في الطول بالشكل السادس عشر لان خط طح المساوي لخط ده المنطق بالشكل الرابع والثلثين منطق ولان نسبة سطح طر الي سطح ره كنسبة خط حر الي خط رد وسطح طر يباين سطح ره لخط حر يباين خط در بالشكل الثامن وننصف خط حر علي نقطة ك بالشكل العاشر من الاولي ونخرج منها كل في جهة خط هن علي استقامته موازيا لخط حط بالشكل الواحد والثلثين من الاولي الي ان ينتهي الي نقطة ل منه وكل من سطحي حل لر متوازي الاضلاع بالشكل الثلثين من الاولي ولان نسبة حك الي كر المساوي له كنسبة سطح حل الي سطح لر بالشكل الاول من السادسة فسطح حل كسطح لر فلان نسبة مربع اح الي سطح اح في حب كنسبة اح الي حب بالشكل الاول من السادسة وبهذا الشكل ايضا نسبة سطح اح في حب الي مربع بح كنسبة اح الي حب فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع اح الي سطح اح في حب كنسبة سطح اح في حب الي مربع حب فسطح اح في حب وسط في النسبة بين مربعي اح حب فسطح لر وسط في النسبة بين سطحي دن نر فنسبة دم الي كر كنسبة دن الي سطح لر بالشكل الاول من السادسة ونسبة سطح لر الي سطح رن كنسبة سطح دن الي سطح لر فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة دم الي كر كنسبة

سطح ل ر الي سطح ر نه ونسبة ك ر الي ر م كنسبة سطح ل ر الي سطح ر نه بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة دم الي ك ر كنسبة ك ر الي ر م فسطح دم في م ر كمربع ك ر بالشكل السادس عشر من السادسة فاذا اضفنا الي د ر سطحا متوازي الاضلاع كربع مربع ح ر المساوي لمربع ك ر بالشكل الرابع من الثانية ينقص عن تمامه مربعا بالشكل الثامن والعشرين من السادسة فيقسم السطح المضاف خط د ر علي نقطة م وخطا ر م م د مشتركان لخط د ر المنطق في القوة فقط قوي علي خط ح ر المنطق في الطول بمربع خط يشاركه في الطول بالشكل الثالث عشر فخط دح منفصل ثان بالشكل السابعين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

صد

الضلع الثاني من كل سطح قايم الزوايا مضاف الي خط محدود منطق مساو لمربع المنفصل الموسط الثاني منفصل ثالث ۞

ليكن خط اب منفصل الموسط الثاني واضيف سطح قايم الزوايا لمربع اب الي خط ده المحدود المنطق باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو سطح ده ط ح فاقول ان ضلع ه ح منفصل ثالث برهانه ليكن ب ح اتصل باب مصيرا خطي اح ح ب موسطين مشتركين في القوة فقط محيطين بموسط فنضيف الي ده سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا كمربع اح باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو سطح ه م لخط م نه مساو لخط ده بالشكل الرابع والاربعين من الاولي فهو منطق ونضيف اليه سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا كمربع ب ح باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو سطح نه ر ولان كل واحدة من الزوايا التي عند نقطتي م نه قايمة فكل من خطي د ر ه نه خط مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاولي فنسبة سطح د نه الي سطح نه ر كنسبة دم الي م ر بالشكل الاول من السادسة وسطح د نه يشارك سطح نه ر لخط دم يشارك خط م ر بالشكل الثامن فكل من سطحي د نه نه ر الموسطين يشارك سطح ه ر بالشكل الحادي عشر فهو موسط بالشكل التاسع عشر لخط د ر منطق في القوة بالشكل الثامن عشر ولان مربعي اح ح ب يساويان ضعف سطح اح في ح ب مع مربع اب بالشكل التاسع عشر

عشر من الثانية وسطح ه ح كمربع اب فسطح ط ر كضعف سطح اح في ح ب وسطح اح في ح ب موسط فضعف المشارك له بالشكل الحادي عشر موسط بالشكل التاسع عشر فسطح ط ر موسطا لخط ح ر منطق في القوة فقط ولان نسبة سطح اح في ح ب المشارك لضعفه الي مربع ب ح المشارك لسطح ه ر كنسبة اح الي ح ب المتباينين بالشكل الاول من السادسة فسطح اح في ح ب يباين مربع ح ب بالشكل الثامن فضعفه يباين مربع ب ح ايضا والا لشاركه فيشاركه سطح اح في ح ب بالشكل العاشر وهو يباينه هذا خلف وبمثله تبين ان ضعف سطح اح في ح ب يباين سطح ه ر ولان نسبة سطح ه ر الي سطح ر ط كنسبة د ر الي ر ح بالشكل الاول من السادسة وسطح ه ر يباين سطح ر ط لخط د ر يباين خط ر ح بالشكل الثامن وننصف خط ر ح علي نقطة ك بالشكل العاشر من الاولي ونخرج منها ك ل في جهة خط ه نه موازيا بالخط ح ط بالشكل الواحد والثلثين من الاولي الي ان ينتهي اليه علي نقطة ل فكل من سطحي ح ل ل ر موازي الاضلاع بالشكل الثلثين من الاولي ولان نسبة سطح ح ل الي سطح ل ر كنسبة ح ك الي ك ر بالشكل الاول من السادسة و ح ك يساوي ك ر وسطح ح ل يساوي سطح ل ر فلان نسبة مربع اح الي سطح اح في ح ب كنسبة اح الي ح ب بالشكل الاول من السادسة وبهذا الشكل نسبة سطح اح في ح ب الي مربع ح ب كنسبة اح الي ح ب فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع اح الي سطح اح في ح ب كنسبة سطح اح في ح ب الي مربع ح ب فسطح اح في ح ب وسط في النسبة بين مربعي اح ح ب فسطح ل ر وسط في النسبة بين سطحي د نه نه ر فنسبة دم الي ك ر كنسبة سطح د نه الي سطح ل ر بالشكل الاول من السادسة ونسبة سطح ل ر الي سطح ر نه كنسبة سطح د نه الي سطح ل ر فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة دم الي ك ر كنسبة سطح ل ر الي سطح ر نه ونسبة ك ر الي ر م كنسبة سطح ل ر الي سطح ر نه بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة دم الي ك ر كنسبة ك ر الي ر م فسطح دم في م ر كمربع ك ر بالشكل السادس عشر من الخامسة فاذا اضفنا الي خط د ر سطحا قايم الزوايا كربع مربع ح ر المساوي لمربع ك ر بالشكل الرابع من الثانية ينقص عن تمامه مربعا بالشكل الثامن والعشرين من السادسة فنقسم السطح المضاف خط د ر علي نقطة م بقسمي دم م ر المشتركين لخط د ر المنطق في القوة فقط قوي علي خط ح ر المنطق في القوة فقط المباين لخط د ر في الطول بمربع خط يشاركه في الطول بالشكل الثالث عشر فخط دح المنفصل الثالث بالشكل الاول والسبعين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

صه

الضلع الثاني كل سطح قايم الزوايا مضاف الي خط محدود منطق مساويا لمربع الاصغر منفصل رابع

لبكن خط آب الاصغر واضيف سطح قايم الزوايا كمربع آب الي خط ده المحدود المنطق باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو سطح ده طح فاقول ان ضلع دح منفصل رابع برهانه لبكن بج اتصل باب مصيرا خطي اج جب متباينين في القوة مجموع مربعهما منطقا وضعف سطح احدهما في الآخر موسطا فنضيف الي ده سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا كمربع اج باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو سطح ەم خط من مساو لخط ده بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فهو منطق ونضيف اليه سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا كمربع بج باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو سطح نر ولان كل واحده من الزوايا التي عند نقطتي م ن قايمة فكل من خطي در ەن خط مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاولي فنسبة سطح دن الي سطح نر كنسبة دم الي مر والسطحان متباينان فخط دم يباين خط مر بالشكل الثامن وسطح ەر منطق فخط در منطق بالشكل السادس عشر ولان مربعي اج جب كضعف سطح اج في جب مع مربع آب بالشكل السابع من الثانية ومربع آب كسطح ەح فسطح رط كضعف سطح اج في جب فهو موسط فخط حر منطق في القوة فقط بالشكل الثامن عشر فدر يباين رح وننصف خط رح بالشكل العاشر من الاولي علي نقطة ك ونخرج منها كل في جهة ەن موازيا لخط حط بالشكل الواحد والثلثين من الاولي الي ان ينتهي الي ەن علي نقطة ل فسطح لر متوازي الاضلاع بالشكل الثلثين من الاولي ولان نسبة سطح حل الي سطح لر كنسبة حك الي كر بالشكل الاول من السادسة وحك يساوي كر فسطح حل يساوي سطح لر فكل منهما يساوي سطح اج في جب ولان نسبة مربع اج الي سطح اج في جب كنسبة اج الي جب بالشكل الاول من السادسة ونسبة سطح اج في جب الي مربع جب كنسبة اج الي جب بالشكل المذكور فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع اج الي سطح اج في جب كنسبته الي مربع جب فسطح اج في جب المساوي لسطح لر وسط في النسبة بين مربعي اج جب فسطح لر وسط في النسبة بين سطحي دن نر ولان نسبة دم الي كر كنسبة سطح دن الي سطح لر بالشكل الاول من السادسة ونسبة

ونسبة سطح لر الي سطح رن كنسبة سطح دن الي سطح لر فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة دم الي كر كنسبة سطح لر الي سطح رن ونسبة كر الي رم كنسبة سطح لر الي رن بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة دم الي كر كنسبة كر الي رم فسطح دم في مر كمربع كر بالشكل السادس عشر من السادسة فاذا اضفنا الي خط در سطحا قايم الزوايا كربع مربع رح المساوي لمربع كر بالشكل الرابع من الثانية ينقص عن تمامه مربعا بالشكل الثامن والعشرين من السادسة فيقسم السطح المضاف خط در علي نقطة م ودم يباين مر فخط در المنطق في الطول قوي علي خط حر المنطق في القوة نقطة بمربع خط يباينه بالشكل الرابع عشر فخط دح المنفصل الرابع بالشكل الثاني والسبعين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

صو

الضلع الباقي من كل سطح قايم الزوايا مضاف الي خط محدود منطق مساويا لمربع المتصل بمنطق يصير الكل موسطا منفصل خامس ۞

لبكن خط آب المتصل بمنطق يصير الكل موسطا واضيف سطح متوازي الاضلاع قايم الزوايا لمربعه الي خط ده المحدود المنطق باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو سطح ده طح فاقول ان ضلع دح منفصل خامس برهانه لبكن بج اتصل باب مصيرا خطي اج جب متباينين في القوة مجموع مربعهما موسطا وضعف سطح احدهما في الآخر منطقا فنضيف الي ده سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا لمربع اج باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو سطح ەم فخط من مساو لخط ده بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فهو منطق ونضيف اليه سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا لمربع بج باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو سطح نر ولان كل واحده من الزوايا التي عند نقطتي م ن قايمة فكل من خطي در ەن خط مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاولي فنسبة سطح دن الي سطح نر كنسبة دم الي مر بالشكل الاول من السادسة والسطحان متباينان فخط دم يباين مر

بالشكل الثامن وسطح هر موسط فخط در منطق في القوة فقط بالشكل الثامن عشر ولان مربعي اح حب يساويان ضعف سطح اح في حب مع مربع اب بالشكل السابع من الثانية وسطح هح يساوي مربع اب فسطح رط كضعف سطح اح في حب وهو منطق فخط رح منطق في الطول بالشكل السادس عشر فخط در رح متباينان وننصف رح بالشكل العاشر علي نقطة ك ونخرج منها كل في جهة هن موازيا لخط حط بالشكل الواحد والثلثين من الاولي الي ان ينتهي الي هن علي نقطة ل فسطح نر متوازي الاضلاع بالشكل الثلثين من الاولي ولان نسبة سطح حل الي سطح لر كنسبة حك الي كر بالشكل الاول من السادسة وحك كر متساويان فسطحا حل لر متساويان فكل منهما كسطح اح في حب ولان نسبة مربع اح الي سطح اح في حب كنسبة اح الي حب بالشكل الاول من السادسة ونسبة سطح اح في حب الي مربع حب كنسبة اح الي حب بالشكل المذكور فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع اح الي سطح اح في حب كنسبته الي مربع حب فسطح اح في حب وسط في النسبة بين مربعي اح حب فسطح لر وسط في النسبة بين سطحي دن نر ونسبة دم الي كر كنسبة سطح دن الي لر بالشكل الاول من السادسة ونسبة سطح لر الي سطح رن كنسبة سطح دن الي سطح لر فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة دم الي كر كنسبة سطح لر الي رن ونسبة كر الي رم كنسبة سطح لر الي سطح رن بالشكل الاول من السادسة فنسبة دم الي كر كنسبته الي رم بالشكل الحادي عشر من الخامسة فسطح دم في مر كمربع كر بالشكل السادس عشر من السادسة فاذا اضيف الي خط در سطحا متوازي الاضلاع كربع مربع رح المساوي لمربع كر بالشكل الرابع من الثانية ينقص عن تمامه مربعا بالشكل الثامن والعشرين من السادسة فالسطح المضاف يقسم خط در علي نقطة م ودم يباين مر فخط در المنطق في القوة فقط قوي علي خط رح المنطق في الطول بمربع خط يباينه في الطول بالشكل الرابع عشر فخط دح منفصل خامس بالشكل الثالث والسبعين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

صز

الضلع الثاني من كل سطح قايم الزوايا مضاف الي

خط

خط محدود منطق مساويا لمربع المنفصل بموسط يصير الكل موسطا منفصل سادس ۞

ليكن خط اب المتصل بموسط يصير الكل موسطا واضيف سطح قايم الزوايا كمربع اب الي خط ده المحدود المنطق باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو سطح دهطح فاقول ان ضلع دح منفصل سادس برهانه ليتصل باب بح مصيرا خطي اح حب متباينين في القوة مجموع مربعيهما موسط وضعف سطح احدهما في الآخر موسطا مباينا للمربعين فنضيف الي ده سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا كمربع اح باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو سطح هم فخط من مساو لخط ده بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فهو منطق ونضيف اليه سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا كمربع بح باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو سطح نر ولان كل واحدة من الزوايا التي عند نقطتي م ن قايمة فكل من خطي در هن خط مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاولي فنسبة سطح دن الي سطح نر كنسبة دم الي مر بالشكل الاول من السادسة والسطحان متباينان فخط دم يباين خط مر بالشكل الثامن فكل من سطحي هر رط موسط فكل خطي در رح منطق في القوة فقط بالشكل الثامن عشر ونسبة سطح هر الي سطح رط كنسبة در الي رح فالسطحان متباينان فخط در يباين خط رح بالشكل الثامن ولان مربعي اح حب يساويان ضعف سطح اح في حب مع مربع اب وهو يساوي سطح هح فسطح رط يساوي ضعف سطح اح في حب وننصف رح علي نقطة ك بالشكل العاشر ونخرج منها كل موازيا لخط حط في جهة خط هن بالشكل الواحد والثلثين من الاولي الي ان ينتهي اليه علي نقطة ل فلان نسبة حك الي كر كنسبة سطح حل الي سطح لر بالشكل الاول من السادسة وحك يساوي كر فسطح حل كسطح لر فكل منهما يساوي سطح اح في حب ولان نسبة مربع اح الي سطح اح في حب كنسبة اح الي حب بالشكل الاول من السادسة ونسبة سطح اح في حب الي مربع حب كنسبة اح الي حب بالشكل المذكور فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع اح الي سطح اح في حب كنسبته الي مربع حب فسطح اح في حب وسط في النسبة بين مربعي اح حب فسطح لر وسط في النسبة بين سطحي دن نر ولان نسبة دم الي كر كنسبة سطح دن الي سطح لر بالشكل الاول من

السادسة ونسبة سطح لر الي سطح نر كنسبة سطح دن الي سطح لر بالشكل الاول من السادسة ونسبة سطح لر الي سطح نر كنسبة سطح دن الي سطح لر فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة دم الي ار كنسبة سطح لر الي سطح نر ونسبة ار الي رم كنسبة سطح لر الي سطح نر بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة دم الي ار كنسبة ار الي رم فسطح دم في مر كمربع ار بالشكل السادس عشر من السادسة

فاذا اضفنا الي خط در سطحا متوازي الاضلاع كربع مربع رح اعني مربع ار بالشكل الرابع من الثانية ينقص عن تمامه مربعا بالشكل الثامن والعشرين من السادسة فالسطح المضاف يقسم خط در علي نقطة م ودم يباين مر فخط در المنطق في القوة فقط قوي علي خط رح المنطق في القوة فقط المباين لخط در بمربع خط يباينه في الطول بالشكل الرابع عشر فخط دح منفصل سادس بالشكل الرابع والسبعين فالحكم ثابت وذلك مـا اردنـا ان نبـــــــين ۞

صج

كل خط يشارك الخط المنفصل فهو منفصل في مرتبتـــــه ۞

ليكن اح المنفصل ودر يشاركه في الطول فاقول ان در منفصل في مرتبة اح برهانه

ليتصل باح بح وعاد معه الي حاله قبل الانفصال لتكن نسبة اح الي در كنسبة حب الي ره بالشكل الحادي عشر من الخامسة واح يشارك در فبح يشارك زه بالشكل الثامن وبالابدال نسبة اح الي حب كنسبة در الي ره بالشكل السادس عشر من الخامسة و بالتركيب نسبة اب الي بح كنسبة ده الي ەر بالشكل الثامن عشر من الخامسة فان كان اب يباين بح فده يباين ەر بالشكل الثامن وان كان اب يقوي علي بح بمربع خط يشاركه في الطول او يباينه فده يقوي علي ەر بمربع خط يشاركه في الطول او يباينه بالشكل الثالث عشر وبالابدال نسبة اب الي ده كنسبة بح الي ره وبح يشارك ره فاب يشارك ده بالشكل الثامن فان كان اب وبح منطق في الطول او القوة فده وەر منطق في الطول او القـــوة باستبانة الشكل العاشر فاح اي منفصل من منفصلات الست فدر ذلك المنفصل

المنفصل بعينه وذلك ما اردنا ان نبــــــين ۞

صط

كل خط يشارك المنفصل الموسط منفصـــل موسط في مرتبتـــــه ۞

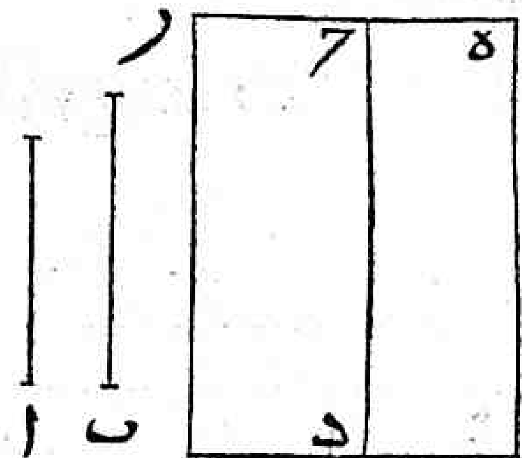
ليكن اح منفصل الموسط الاول او الثاني ودر يشاركه في الطول فاقول ان در منفصل موسط الاول او الثاني برهـانه ليتصل باح خط بح وعاد معه الي حالها قبل الانفصال ولتكن نسبة اح الي حب كنسبة در الي ره بالشكل الحادي عشر من السادسة فنسبة اب الي بح كنسبة ده الي ەر بالتركيب بالشكل الثامن عشر من الخامسة واب مباين لبح في الطول ويشاركه في القوة فده يباين ەر في الطول ويشاركه في القوة بالشكل الثامن ونسبة سطح اب في بح الي مربع بح كنسبة اب الي بح ونسبة ده الي ەر كنسبة اب الي بح فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة سطح اب في بح الي مربع بح كنسبة ده الي ەر ونسبة سطح ده في ەر الي مربع ەر كنسبة ده الي ەر بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة سطح اب في بح الي مربع بح كنسبة سطح ده في ەر الي مربع ەر ولان نسبة اب الي بح كنسبة ده الي ەر فبالابدال نسبة اب الي ده كنسبة بح الي ەر بالشكل السادس عشر من الخامسة فنسبة اح الي در كنسبة اب الي ده ونسبة حب الي ەر بالشكل التاسع عشر من الخامسة واح يشارك در فكل من خطي بح اب يشارك نظيره من خطي ده ەر وكل من اب بح موسط فكل ده ەر موسط بالشكل التاسع عشر ومربع بح يشارك مربع ره بالشكل السابع لاشتراكهما في الطول فسطح اب في بح يشارك سطح ده في ەر بالشكل الثامن فان كان سطح اب في بح منطقا فسطح ده في ەر منطقا باستبانة الشكل العاشر وان كان موسطا كان سطح ده في ەر موســطا بالشكل التاسع عشر فاح ان كان منفصل الموسط الاول فدر منفصل الموسط الاول وان كان منفصل الموسط الثاني كان منفصل الموسط الثـاني وذلك ما اردنـا ان نبـــــــين ۞

ق

كل خط يشارك الاصغر اصــــغر ۞

ليكن ا الاصغر وب يشاركه فاقول ان ب اصغر برهـانه نرسم علي خط حد المستقيم المنطق المحدود سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا كمربع ا وهي سطح ده وعلي حد ايضا سطح المتوازي الاضلاع قايم الزوايا كمربع ب

باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي فعرض جه منفصل رابع

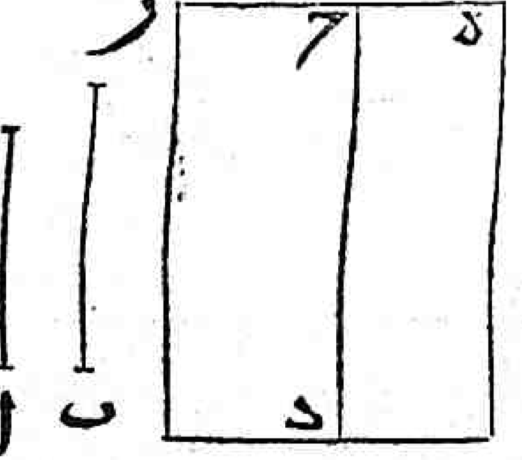


بالشكل السابع والتسعين ولان نسبة كل واحدة من الزوايا التي عند نقطتي جد قايمة فكل من خطي هز وما يقابله خط مستقيم فنسبة سطح ده الي دز كنسبة جه الي جز بالشكل الاول من السادسة وسطح ده يشارك سطح دز بالشكل السابع فخط جه يشارك خط جز بالشكل الثامن وجه منفصل رابع فخط جز منفصل رابع بالشكل الثامن والتسعين والخط القوي علي سطح دز اعني ب الاصغر بالشكل التاسع والثمنون وذلك ما اردنا ان نبين ۞

قا

كل خط يشارك المتصل بمنطق يصير الكل موسطا متصل بمنطق يصير الكل موسطا ۞

ليكن آ متصلا بمنطق يصير الكل موسطا ويشاركه ب فاقول ان ب متصل بمنطق يصير الكل موسطا برهانه نرسم علي خط جد المستقيم المحدود المنطق سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا كمربع آ وهي سطح ده ونرسم علي جد ايضا سطحا متوازي الاضلاع قايم الزوايا كمربع ب

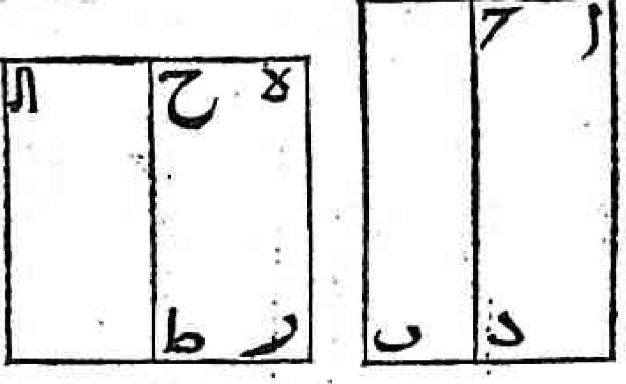


باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهي سطح دز فعرض جه منفصل خامس بالشكل السادس والتسعين ولان كل واحده من الزوايا التي عند نقطتي جد قايم فخط هجز وما يقابله خط مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاولي فنسبة سطح ده الي سطح دز كنسبة جه الي جز بالشكل الاوّل من السادسة وسطح ده يشارك سطح دز بالشكل السابع فخط جه يشارك خط جز بالشكل الثامن فخط جز منفصل خامس بالشكل الثامن والتسعين فخط ب القوي علي سطح دز متصل بمنطق يصير الكل موسطا بالشكل التسعين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

قب

كل خط يشارك الخط المتصل بموسط يصير الكل موسطا متصل بموسط يصير الكل موسطا ۞

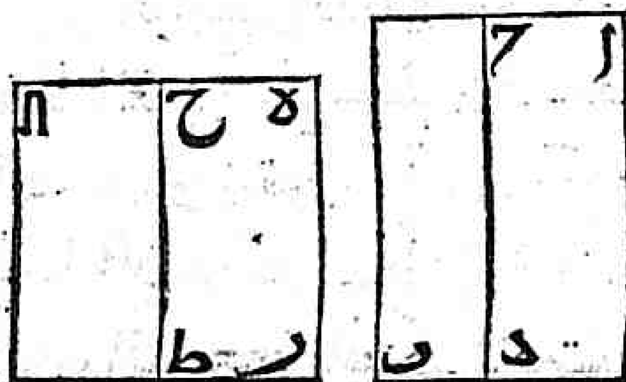
ليكن خط آ المتصل بموسط يصير الكل موسطا وب يشاركه فاقول ان خط ب متصل بموسط يصير الكل موسطا برهانه نرسم علي خط جد المستقيم المحدود المنطق سطح ده المتوازي الاضلاع القايم الزوايا كمربع آ ونرسم علي جد ايضا سطح دز



المتوازي الاضلاع القايم الزوايا باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي فعرض جه منفصل سادس بالشكل السابع والتسعين ولان كل واحده من الزوايا التي عند نقطتي جد قايمة فكل من خطي هجز وما يقابله خط مستقيم بالشكل الرابع عشر من الاولي ونسبة سطح ده الي سطح دز كنسبة جه الي جز بالشكل الاول من السادسة وسطح ده يشارك سطح دز بالشكل السابع فخط جه يشارك خط جز بالشكل الثامن فخط جه منفصل سادس بالشكل الثامن والتسعين فخط ب القوي علي سطح دز متصل بموسط يصير الكل موسطا بالشكل الاوّل والتسعين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

قج

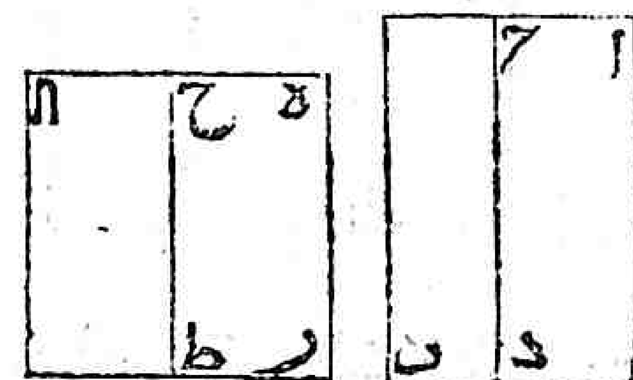
كل خط قوي علي فضل سطح منطق علي موسط اما منفصل واما اصغر ۞



ليكن سطح آب منطق وسطح آد موسطا وسطح جب فضل المنطق علي الموسط فاقول ان كل خط قوي علي سطح جب اما منفصل واما اصغر برهانه ليكن هز خطا مستقيما محدودا منطقا ونرسم عليه سطح زك المتوازي الاضلاع كسطح آب وسطح زح المتوازي الاضلاع كسطح آد باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي فخط هك منطق بالشكل السادس عشر وخط هح منطق في القوة فقط مباين لخط هز بالشكل الثامن عشر فخطا هك هح متباينان فخط حك منفصل بالشكل عه فان قوي هك علي هح بمربع خط يشاركه في الطول فحك منفصل اوّل وان قوي عليه بمربع خط يباينه فهو منفصل رابع فالخط القوي علي سطح طك ان كان حك منفصلا اوّل منفصل بالشكل السادس والتسعين لان حط منطق لانه يساوي هز بالشكل الرابع والثلثين من الاولي وان كان حك منفصلا رابع فالخط القوي علي سطح طك اصغر بالشكل التاسع والثمنين وذلك ما اردنا ان نبين ۞

قه

كل خط قوي علي فضل سطح الموسط على المنطق فهو اما منفصل الموسط الاول واما متصل بمنطق يصير الكل موسطا ۞



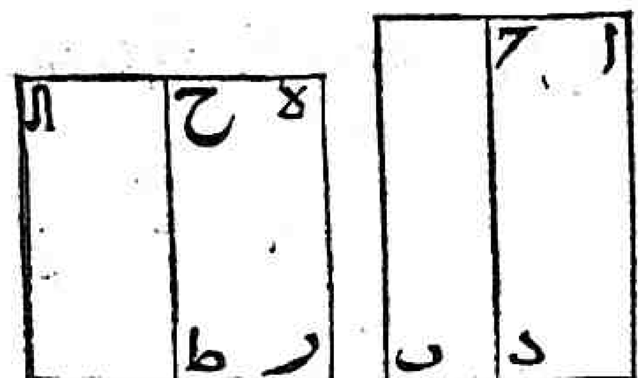
ليكن سطح اب موسطا وسطح اد منطقا فسطح حب فضل الموسط علي المنطق فاقول كل خط قوي علي سطح حب امّا منفصل الموسط الاول واما متصل بمنطق يصير الكل موسطا برهانه ليكن خط هر مستقيما محدودا منطقا فنرسم عليه سطح رك المتوازي الاضلاع يساوي سطح اب وسطح رح المتوازي الاضلاع يساوي سطح اد باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي فلان سطح رك موسط فخط هك منطق في القوة مباين لخط هر المنطق بالشكل الثامن عشر ولان سطح رح منطق فخط هح منطق في الطول بالشكل السادس عشر فخطا كه هح متباينان فخط حك منفصل بالشكل السبعين وخط حط مساوي لخط هر المنطق منطق بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فان قوي هك علي هح بمربع خط يشاركه فالخط القوي علي سطح طك منفصل الموسط الاول بالشكل التاسع والثمانين وان قوي هك علي هح بمربع خط يباينه فحك منفصل خامس والخط القوي علي سطح طك متصل بمنطق يصير الكل موسطا بالشكل الثاني والتسعين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

قه

كل خط قوي على فضل سطح موسط على سطح موسط يباينه امّا منفصل الموسط الثاني وامّا متصل بموسط يصير الكل موسطا ۞

ليكن سطحا اب اد موسطين متباينين فسطح حب فضل الموسط علي الموسط يباينه فاقول ان كل خط قوي علي سطح حب امّا منفصل الموسط الثاني وامّا متصل بموسط يصير الكل موسطا برهانه فنرسم علي خط هر المستقيم المحدود المنطق سطح رك كسطح اب وسطح رح كسطح اد باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي فلان كلا من سطحي رك رح موسطين يكون كل من

كل من خطي هح هك منطقين في القوة فقط بالشكل الثامن عشر ولان نسبة سطح رك الي سطح رح كنسبة هك الي هح بالشكل الاول من السادسة والسطحان متباينان فخطا هك هح متباينان بالشكل الثامن فخط حك منفصل بالشكل الثامن والستين فان قوي هك علي هح بمربع خط يشاركه فحك منفصل ثالث وخط حط منطق لانه يساوي خط هر



المنطق بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فالخط القوي علي سطح طك منفصل الموسط الثاني بالشكل الثامن والثمنين وان قوي بمربع خط يباينه فحك منفصل سادس فالخط القوي علي سطح طك متصل بموسط يصير الكل موسطا بالشكل الحادي والتسعين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

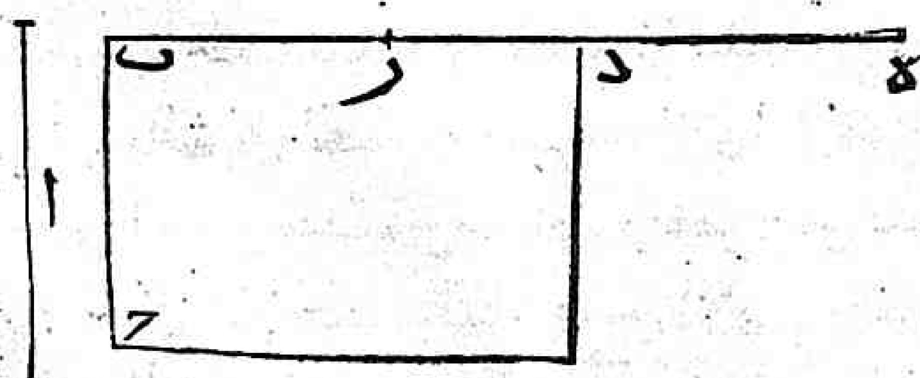
مصادرة خامسة

فلان الاضلاع الثانية من السطوح المتوازية الاضلاع المضافة الي الخط المنطق المستقيم المحدود في الطول المساوية لمربعات الخطوط الست الصم التي اولها المنفصل هي انواع المنفصلات التي كل واحد منها اصم كما مرّ ببيانه في ستة اشكال اولها الشكل الرابع والتسعين فكل واحد من انواع المنفصلات يخالف كل واحد من الخمسة الباقية بالحد والحقيقه ۞ والاضلاع الثانية من السطوح المتوازية الاضلاع المضافة الي الخط المستقيم المحدود المنطق المساوية لمربعات الخطوط الموسطة منطق في القوة فقط كما يباين في الشكل الثامن عشر ولاشئ من المنفصلات بمنطق واختلاف اللوازم يدل علي اختلاف الملزومات فلا شئ من الخطوط الست الصم التي اولها المنفصل وآخرها المتصل بموسط يصير الكل موسطا بخط آخر منها ولا بالخط الموسط ۞

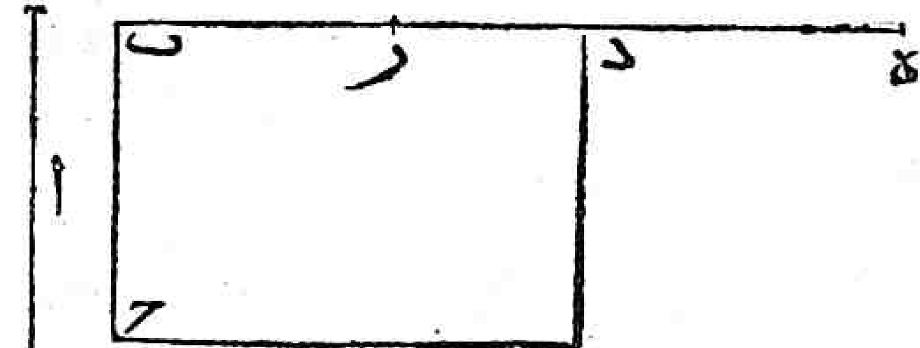
قو

لاشئ من المنفصل بذي الاسمين ۞

والا فليكن خط ا بعينه ذا الاسمين والمنفصل معا وخط بح خطا مستقيما محدودا منطقا في الطول ونرسم عليه سطحا متوازي الاضلاع كمربع ا



باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي وهو سطح ب ح د فالضلع الحادث وهو ب د ذو الاسمين الاول بالشكل الخامس والخمسين والمنفصل الاول بالشكل الثاني والتسعين وليكن ب ر القسم الاعظم من قسمي ذي الاسمين ور د القسمة الاصغر فهما منطقا في القوة فقط وليتصل بخط ب د المنفصل الاول خط د ه



معيد خطي ح ه د ه الي حالهما قبل الانفصال فيكون خط ب ه منطقا في الطول ولذلك خط ب ر ويكون خط د ه منطقا في القوة فقط فكل من خطي ب ه ب ر يشارك الخط المنطق المفروض في الطول فهما مشتركان بالشكل العاشر فخط د ه يشارك خط ب ر المنطق بالشكل الحادي عشر فره منطق في الطول باستبانة الشكل العاشر وكان كل واحد من خطي د ر د ه منطقا في القوة فقط فكل من خطي د ر د ه منفصل بالشكل الثامن والستين فيكون كل منهما اصم في القوة والطول وكان كل منهما منطقا في القوة فقط هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

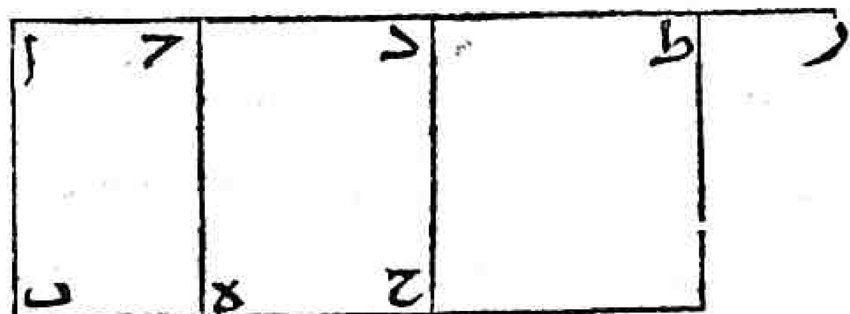
واستبان منه انه لا يمكن ان يكون احد انواع الخطوط الصم التي تتلو المنفصل احد انواع الخطوط الصم التي تتلوا ذا الاسمين لان الاضلاع الحادثه من السطوح المتوازية الاضلاع المضافة الي خط مستقيم محدود منطق المساوية لمربعا ما يتلوا المنفصل من الخطوط الصم هي ما يتلو المنفصل الاول من الخطوط الصم والاضلاع الحادثة من السطوح المتوازية الاضلاع المضافة الي خط مستقيم محدود منطق المساوية لمربعات الخطوط الصم التي يتلوذا الاسمين هي ما يتلو ذا الاسمين الاول من الخطوط الصم ۞

قز

كل خط موسط يحصل منه خطوط صم غير متناهية ليس ولا واحد منها من جنس ما قبله ۞

ليكن ا ب خطا مستقيما محدودا منطقا ونخرج من نقطة ا خط ا ر عمودا علي ا ب بالشكل الحادي عشر من الاولي ونخرجه في جهة ر الي غير النهاية وليكن ا ح من خط ا ر موسطا ونخرج من نقطة ب خط ب ه موازيا لخط ا ر بالشكل الواحد والثلثين من الاولي ونخرجه علي استقامته في جهة ه الي غير النهاية ونفصل منه ب ه مثل ا ح بالشكل الثالث من الاولي ونصل ح ه بخط

ح ه بخط مستقيم فهو مواز ومساو لخط ا ب بالشكل الثالث والثلثين من الاولي فح ه منطق في الطول فسطح ا ه لا منطق والا لكان ا ح منطقا بالشكل السادس عشر ولا موسط والا لكان خط ا ح منطقا في القوة فقط بالشكل الثامن عشر وهو موسط هذا خلف فسطح ا ه اصم غير موسط ولنجد خطا وسطا في النسبة بين خطي ا ح ح ه بالشكل التاسع من السادسة وليكن هو خط ح د ونفصل ه ح مثل ح د بالشكل الثالث من الاولي



ونصل بين نقطتي د ح بخط مستقيم فسطح ح ح متوازي الاضلاع بالشكل الثالث والثلثين من الاولي ولان مربع ح د يساوي سطح ا ه بالشكل السادس عشر من السادس فخط ح د ليس موسطا والا لكان سطح ا ه موسطا وكان خط ا ح منطقا في القوة فقط بالشكل الثامن عشر وهو موسط هذا خلف وليس ح د ايضا منطقا والا لكان سطح ا ه منطقا فكان ا ح منطقا في الطول بالشكل السادس عشر وهو موسط هذا خلف فخط ح د لا منطق ولا موسط وهو اصم ولا يشارك خط ا ح والا لكان موسطا بالشكل التاسع عشر وهو غير موسط فخطا ا ح ح د متباينان وليس ح د احد انواع ذي الاسمين ولا ما يتلوه من الخطوط الصم ولا احد انواع المنفصل وما يتلوه من الخطوط الصم والا لكان ا ح اما ذو الاسمين واما ما يتلوه من الخطوط الصم واما احد انواع المنفصل واما ما يتلوه من الخطوط الصم وليكن د ط وسطا في النسبة بين ح د د ح بالشكل التاسع من السادسة فسطح ح ح كمربع د ط بالشكل السادس عشر من السادسة فد ط يباين ا ح والا لكان موسطا بالشكل التاسع عشر فيكون سطح ح ح موسطا بالشكل التاسع عشر فيكون د ح منطقا فقط بالشكل الثامن عشر وهو اصم هذا خلف فد ط ليس بموسط ولان نسبة سطح ا ه الي سطح ه د كنسبة ا ح الي ح د بالشكل الاول من السادسة وهما متباينان فسطحا ا ه ه د متباينان بالشكل الثامن وهما مربعا ح د د ط فهما متباينان بالشكل السابع وليس د ط احد انواع ذي الاسمين او المنفصل او ما يتلوهما من الخطوط الصم والا لكان ح د احد انواع المنفصل او ما يتلوهما او احد انواع ذي الاسمين وما يتلوه فيكون ا ح احد انواع الخطوط الصم المذكورة وهو موسط هذا خلف وبمثل ما ذكرنا نبين تحصيل خطوط صم غير متناهية من خط ا ر ليس واحد منها من جنس وما قبله وذلك ما اردنا ان نبين ۞

۞ تمت المقالة العاشرة والحمد لله المساعد ۞

المقالة الحادية عشر احد واربعون شكلا

مصادرات المقالة

الشكل المجسم كل ما له طول وعرض وسمك وينتهي بالسطوح وربما ينتهي بالنقطة ۞ كل خط مستقيم قام علي سطح مستو يحيط مع كل خط مستقيم يخرج في ذلك السطح ملاقيا له بزاوية قايمة فهو عمود علي ذلك السطح ۞ كل سطحين مستويين قام احدهما علي الاخر وكان كل خطين يخرجان من اي نقطة نفرض علي الفصل المشترك بينهما عمودا عليه احدهما يخرج في احد السطحين والاخر في السطح الآخر يحيطان بزاوية قايمة فان كل واحد من السطحين قايم علي صاحبه ۞ كل شكلين لا يتلاقيان وان اخرجا في جميع جهاتهما الي غير النهاية فهما متوازيان ۞ كل سطحين مجسمين يلون السطوح المحيطة بهما بعده واحده وكان كل سطحين متناظرين من السطوح المحيطه بهما متشابهين فهما مجسمان متشابهان ۞ وكل شكلين مجسمين متشابهين يلون كل سطحين متناظرين من السطوح المحيطه بهما متساويتين فهما مجسمان متشابهان متساويان ۞ كل شكل مجسم يحيط به ثلث سطوح متوازية الاضلاع كل واحد منها ملاق للاخرين ومثلثان متشابهان سطحاهما متوازيان يسمي بالمنشور ۞ الاسطوانة كل شكل مجسم يحيط به سطحان متوازيان وسطح اوسطوح واصله بين السطحين المتوازيين ۞ والاسطوانة المستديرة كل شكل مجسم يحيط به دايرتان متساويتان متوازيتان وسطح مستدير واصل بينهما وهي تحدث من دوران ذي اربعة اضلاع جميع زواياه قوايم اثبت احد اضلاعه الي ان يعود الي وضعه الاول فذلك الخط الثابت سهم الاسطوانة وكل واحد من الدايرتين قاعدتها والسهم ان كان قايما علي سطح الدايرة فالاسطوانة قايمة والا فهي مايلة واذا قطعت الاسطوانة بسطح مستو يمرّ علي سهمه حدث في الاستوانة ذو الاربعة اضلاع وان كان الضلع الثابت مساويا لقطر قاعدتها فسمكها يساوي ثخنها وان كان اطول فسمكها اطول وان كان اقصر فاقصر ويعلم مما ذكرنا ان الاسطوانة المستديرة متساوية الثخن ۞ شكل مجسم يحيط به سطح واحد مستدير يمكن ان يفرض في داخله نقطة تكون جميع الخطوط المستقيمة الخارجة من تلك النقطة الي السطح المحيط متساوية فهو الكرة ۞ ويسمي السطح المحيط بها محيط الكرة ۞ والخطوط انصاف اقطارها ۞ والخارج منها في الجهتين الي المحيط قطرها ۞ وهي تحدث من دوران
نصف

نصف دايرة اثبت قطرها الي ان يعود الي وضعه الاول ۞ فكل قطر يتحرك الكرة عليه محور الكرة ۞ وكل واحد من النقطتين اللتين هما نهايتا المحور قطبها فالقطبان مع المحور ثابته غير متحركه عند دوران الكرة ۞ كل شكل مجسم يرتفع من سطح يحيط به سطوح وينتهي الي نقطة مقابله لذلك السطح فهو المخروط ۞ والمخروط المستدير كل شكل مجسم يرتفع من دايرة وينتهي الي نقطة مقابله لتلك الدايرة ويسمي المخروط الصنوبري ۞ ومخروط الاستوانة المستديرة ۞ والمخروط المستدير يحدث من دوران مثلث قايم الزاوية اثبت احد ضلعيه المحيطين بالقايمه الي ان يعود المثلث الي وضعه الاول ۞ ويسمي الضلع الثابت سهم المخروط ۞ فان كان قايما علي قاعدة المخروط يسمي المخروط قايما ۞ والا فهو مايل ۞ واذا قطع المخروط بسطح مستو يمرّ علي سهم المخروط حدث فيه مثلث يقال له مثلث المخروط ۞ فالزاوية التي عند راس المخروط من زوايا المثلث الحادث قايمة ان كان الضلعان المحيطان بالزاوية القايمة من المثلث الذي حدث المخروط من ادارته متساويين ۞ ومنفرجة ان كان الضلع الثابت اصغر ۞ وحادة ان كان اطول ۞ الزاوية المجسمة كل جسم يحيط به سطح واحد منته عند نقطة واحده او اكثر من زاويتين مسطحتين مجتمعه عنده نقطة واحدة كلها في جهة واحدة من تلك النقطة ولا يكون زاويتان من تلك الزوايا في سطح واحد ۞ وقد بينا في صدر المقالة الاولي ان نخرج خطا مستقيما علي استقامته الي غير النهاية ۞ وان نرسم علي اي سطح نقطة ۞ وان لا يحيط خطان مستقيمان بسطح مستو ۞ فلنا ان نخرج اي سطح مستو الي غير النهاية ۞ وان يتوهم سطحا يمرّ باي نقطة وباي خط ۞ ولا يمكن ان يحيط سطحان مستويان بجسم مايل المثلثات بزاوية مجسمة ثلثة ۞

الاشكال

آ

لا يمكن ان يكون خط واحد مستقيم بعضه في سطح مستو وبعضه في السمك ۞



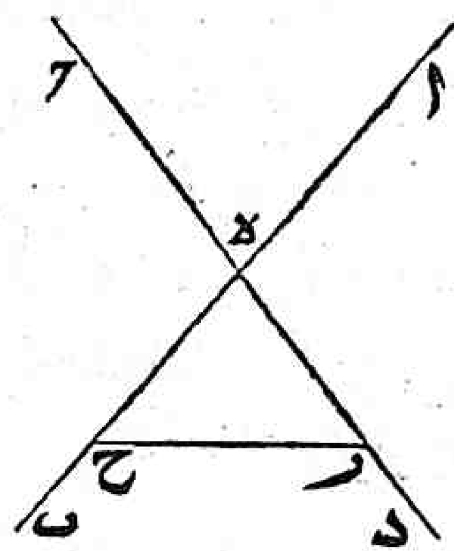
برهانه والا فليكن من خط $\overline{\text{ابج}}$ الواحد المستقيم بعضه وهو $\overline{\text{اب}}$ في سطح مستو وبعضه وهو $\overline{\text{بج}}$ في السمك ولنا ان نخرج اي خط مستقيم كاين في سطح علي استقامته في ذلك السطح فلنخرج خط $\overline{\text{اب}}$ علي استقامته فيه الي $\overline{\text{د}}$ فيكون خطا $\overline{\text{بج}}$ $\overline{\text{بد}}$ خطين مستقيمين متصلين بخط $\overline{\text{اب}}$ علي استقامته وقد بينا استحالته في صدر

المقالة الاولي هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

ب

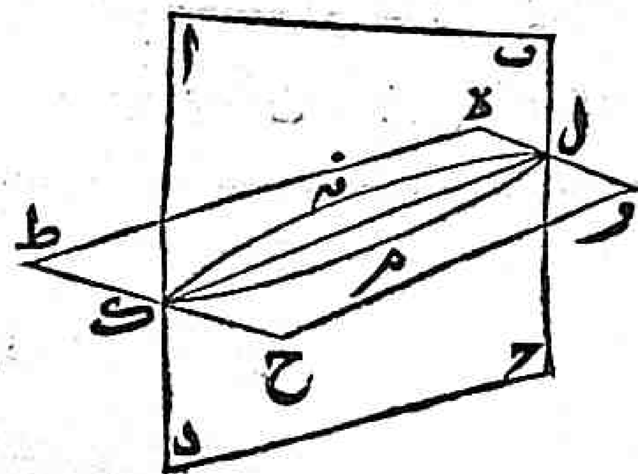
كل خطين مستقيمين متقاطعين فهما في سطح واحد وكل مثلث فهو في سطح واحد

ليكن خطا اب جد مستقيمين متقاطعين علي نقطة ه ونرسم علي خطي ده به نقطتي رح مخالفتي الوضع لنقطة ه ونصل بينهما بخط مستقيم فاقول ان خطي اب جد في سطح واحد وكذلك مثلث رهح برهانه لولم يكن في سطح واحد لكان بعضه في السطح وبعضه في السمك فيكون بعض من كل واحد من خطي هح هر اومن خطي رح رة في السطح وبعضه في السمك هذا خلف بالشكل المتقدم وخطا اب جد كاينان في سطح المثلث فلا يمكن ان يكون بعض من احدهما في ذلك السطح وبعضه الآخر في السمك بالشكل المتقدم فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين



ج

كل سطحين متقاطعين فان الفصل المشترك بينهما خط واحد مستقيم



وليتقاطع سطحا ابجد هرحط وليكن الفصل المشترك بين ضلعي اد طح نقطة ا وبين ضلعي بج هر نقطة ل فاقول ان الفصل المشترك بين سطحي اج هح خط واحد مستقيم وهو خط ال برهانه والا فنصل بين نقطتي ال بخط مستقيم في سطح اج وهو خط امل وبين نقطتي ل ا في سطح هح بخط مستقيم وهو خط انل فخطا امل انل خطان مستقيمان متصلان علي نقطتي ال ومتباعدان فيما بينهما فهما يحيطان بسطح هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين

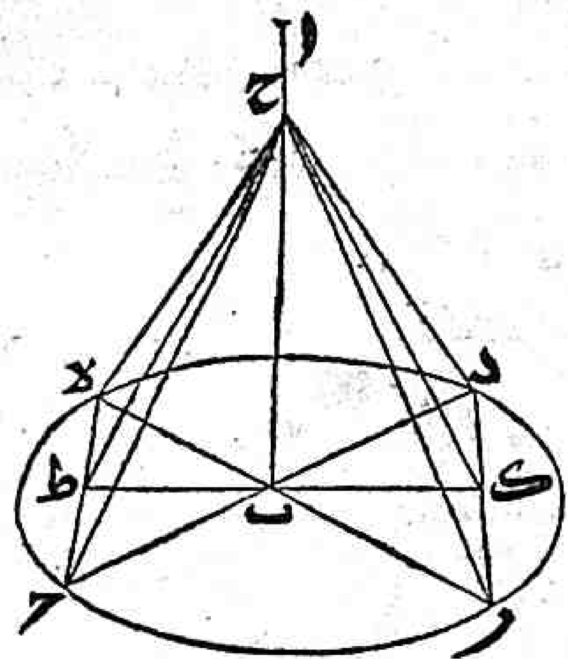
د

كل خط مستقيم قام علي الفصل المشترك بين

خطين

خطين مستقيمين عمودا عليهما فهو عمود علي سطحهما

ليكن خط اب المستقيم عمودا علي خطي جد هر المستقيمين المتقاطعين علي نقطة ب فاقول ان خط اب عمود علي سطح خطي جد هر برهانه نرسم علي نقطة ب وببعده خط من خطوط بج به بد بر ليس اعظم من باقية دايرة وليكن ذلك الخط بج وليمر محيطها علي الخطوط الباقية بنقط ه د ر ونصل بين كل واحدة من نقطتي ج ه د ر بخط مستقيم ولان زاويتي جبه دبر من مثلثي بجه بدر متساويتان بالشكل الخامس عشر من الاولي والاضلاع المحيطة بهما متساوية فبالشكل الرابع من الاولي قاعدة جه كقاعدة در وزاوية بدر كزاوية بجه وزاوية برد كزاوية بهج فخط جه يوازي خط در بالشكل السابع والعشرين من الاولي ونرسم علي قاعدة در نقطة ا ونصل بينها وبين نقطة ب بخط مستقيم ونخرجه علي استقامته في جهة ب الي ان ينتهي الي قاعدة جه علي نقطة ط فخط اط كاين في سطح خطي جد هر بالشكل الثاني فزاوية بار كزاوية بطه وضلع بر كضلع به بالشكل السادس والعشرين من الاولي قاعدة با كقاعدة بط ونرسم علي خط اب نقطة ح ونصل بينها وبين كل واحدة من نقط ج ه د ر ا ط بخط مستقيم



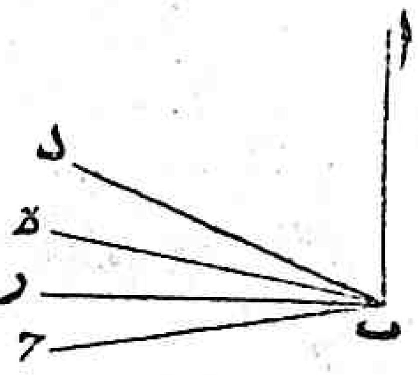
فلان ضلع بد كضلع بج وضلع بح مشترك بين مثلثي بحد بحج وكل واحدة من زاويتي دبح جبح قايمة فبالشكل الرابع من الاولي ضلع دح كضلع حج وبمثله تبين ان ضلع هح كضلع رح فاضلاع مثلثي حدر حجه متساوية علي التناظر فبالشكل الثامن من الاولي زاوايا هما المتناظرة متساوية فزاوية حرا كزاوية حطه والاضلاع المحيطة بها متساوية علي التناظر فبالشكل الرابع من الاولي ضلع حا كضلع حط وضلعا با بح من مثلث حبا كضلعي بط بح من مثلث حبط فالزوايا المتناظرة من مثلثي حبا حبط متساوية بالشكل الثامن من الاولي فزاوية حبا كزاوية حبط فخط اب عمود علي اط وبمثله تبين ان خط اب عمود علي كل يخرج في سطح خطي جد هر يلقي نقطة ب فخط اب عمود علي سطح خطي جد هر وذلك ما اردنا ان نبين

ه

كل خط مستقيم قام علي الفصل المشترك بين

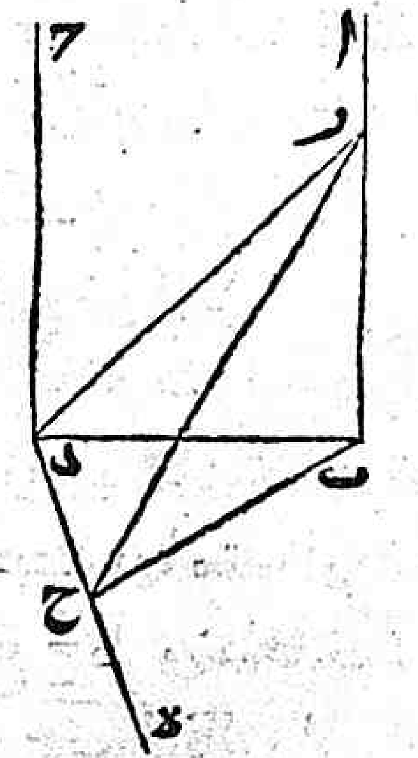
ثلثة خطوط مستقيمة واحاط مع كل واحد منها بزاوية قايمة فالخطوط الثلثة في سطح واحد ۞

ليكن خط اب قايم علي نقطة ب الفصل المشترك بين خطوط بج بد به المستقيمة وكل واحده من زوايا ابج ابد ابه قايمة فاقول ان خطوط بج بد به في سطح واحد برهانه والاّ فليكن خط بد ليس في سطح بج به فلان خطي اب بد في سطح واحد بالشكل الثاني وليس ذلك السطح سطح خطي بج به والسطحان متلاقيان عند نقطة ب فليكن الفصل المشترك بينهما خط واحد مستقيم بالشكل الثالث وليكن ذلك خط بز ولان خط اب عمود علي كل واحد من خطي بج به فهو عمود علي سطحهما بالشكل المتقدم وخط بز كاين في ذلك السطح فخط اب عمود علي خط بز فزاوية ابز قايمة وكانت زاوية ابد قايمة فجزأ الشي يساوي كله هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞



و

كل خطين كل منها عمود علي سطح بعينه فهما متوازيان ۞

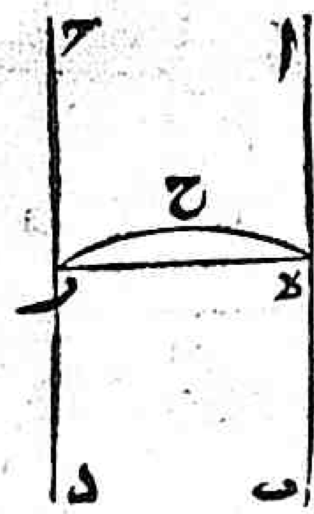


ليكن خطا اب جد عمودين علي سطح ما فاقول انهما متوازيان برهانه نصل بين نقطتي ب د بخط مستقيم من ذلك السطح ونخرج من نقطة د عمود ده علي خط بد في السطح المفروض بالشكل الحادي عشر من الاولي ونرسم علي خط اب نقطة ز كيف اتفق ونفصل دح من ده مثل زب بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين نقطة ز وكل واحده من نقطتي د ح بخط مستقيم وكذلك بين نقطتي ز ح فلان ضلعي ب ز ب د والزاوية التي بينهما تساوي ضلعي دح دب والزاوية التي بينهما كل لنظيره فقاعدة دز يساوي قاعدة بح بالشكل الرابع من الاولي ولان اضلاع مثلث بزح يساوي اضلاع مثلث دزح كل لنظيره فزاوية زبح القايمة تساوي زاوية زدح بالشكل الثامن من الاولي فهي قايمة فخط ده عمود علي خطوط دح دب دز فهي في سطح واحد بالشكل الخامس فعمودا جد اب في ذلك السطح وزاويتا ابد جدب كقايمتين فهما متوازيان بالشكل

بالشكل الثامن والعشرين من الاولي وذلك ما اردنا ان نبين ۞

ز

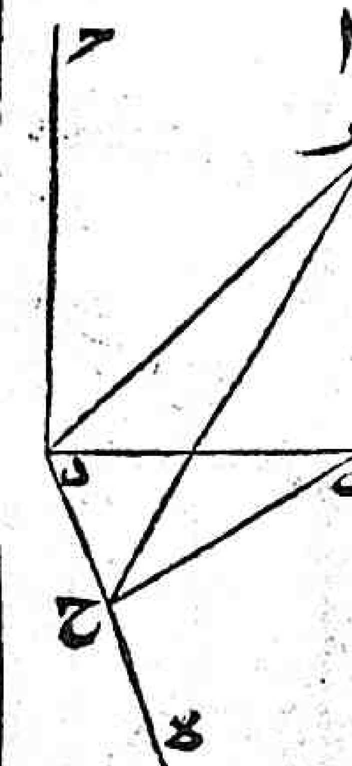
كل خط مستقيم خرج من احد الخطين المتوازيين الي الآخر كيف كان فهو في سطحهما ۞



ليكن خطا اب جد المتوازيين وخرج خط هز المستقيم من خط اب الي خط جد الموازي له فاقول انه في سطح خطي اب جد برهانه فلان خط هز لولم يكن في سطح خطي اب جد لكان في سطح آخر فذلك السطح يقطع سطح خطي اب جد لكون كل واحده من نقطتي ه ز في كل واحد من السطحين فالفصل المشترك بينهما خط مستقيم بالشكل الثالث وليكن هو خط هحز فخطا هحز هز المستقيمين متحدين الاطراف متباعدين الاوساط فهما يحيطان بسطح هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

ح

كل خطين متوازيين احدهما عمود علي سطح فالآخر عمود عليه ايضا ۞

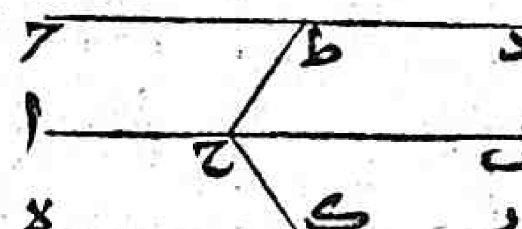


ليكن خطا اب جد المتوازيين واب عمود علي سطح مفروض فاقول ان جد عمود علي ذلك السطح ايضا برهانه نصل بين نقطتي ب د بخط مستقيم فهو في سطح خطي اب جد المتوازيين بالشكل المتقدم وزاوية ابد قايمة فزاوية بدج قايمة بالشكل التاسع والعشرين من الاولي ونخرج من نقطة د عمود ده علي بد في السطح المفروض بالشكل الحادي عشر من الاولي ونرسم علي اب نقطة ز كيف اتفق ونفصل من ده دح مثل بز بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين نقطة ز وكل واحدة من نقطتي د ح بخط مستقيم وكذلك بين نقطتي ب ح ولان خطوط اب بد جد في سطح واحد وخط زد في ذلك السطح بعينه بالشكل الثاني فخطوط اب بد جد دز في سطح واحد ولان ضلعي بز بد والزاوية التي بينهما يساوي ضلعي دح دب والزاوية التي بينهما كل لنظيره فقاعدة دز تساوي قاعدة بح بالشكل الرابع من الاولي ولان اضلاع مثلثي دزح بزح متساوية علي التناظر فزاوية زبح القايمة تساوي زاوية زدح بالشكل الثامن فزاوية

ردح قايمة فخط ده عمود علي خط دح فهو عمود علي خط ده وكان عمودا علي خط بد فحد عمود علي سطح خطي بد ده بالشكل الرابع وهو السطح المفروض فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبـــــين ۞

ط

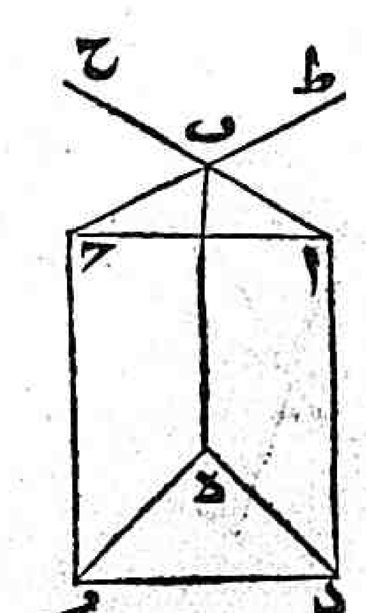
كل خطين يوازيان خطا وليسا معه في سطح واحد فهما متوازيـــــان ۞



ليكن خطا جد هز يوازيان خط اب وليسا معه في سطح واحد فاقول ان جد هز متوازيان برهـــانه نرسم علي خط اب نقطة كيف ما وقعت ونخرج منها عمودي حط حك الي خطي جد هز في سطحي اد از بالشكل الثاني عشر من الاولي ولان كل واحدة من زاويتي حطج هكح قايمة فكل واحدة من زاويتي احط احك قايمة بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فاب عمود علي كل واحد من عمودي حط حك وقد وقع علي فصلهمـــا المشترك فهو عمود علي سطح العمودين بالشكل الرابع فكل من خطي جد هز عمود علي ذلك السطح بالشكل المتقدم فخط جد يوازي هز بالشكل السابع وذلك ما اردنا ان نبين وهذا الحكم ينعكس كليا بالبرهـــــان المذكور ۞

ي

كل زاويتين اضلاعهما النظاير متوازية وليست كلها في سطح واحد فهما متساويتان ۞



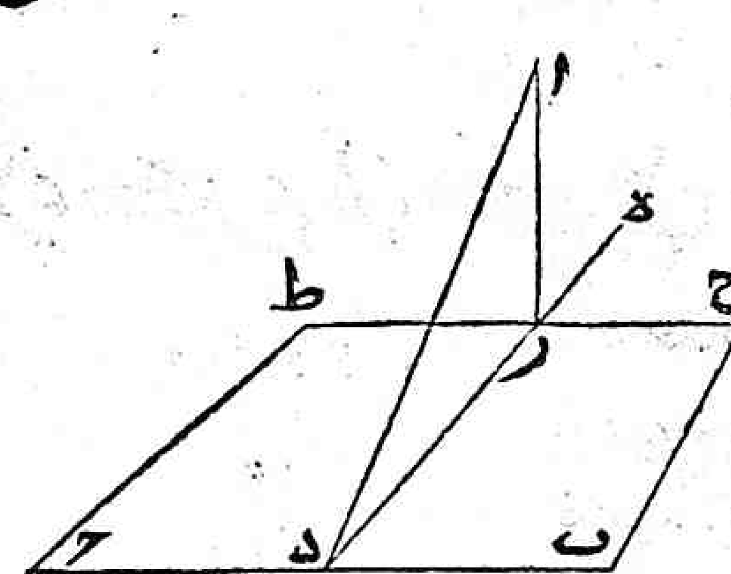
ليكن ضلعا با بج من زاوية ابج يوازيان ضلعي هد هز من زاوية دهز كل لنظيره وليست الاضلاع كلها في سطح واحد فاقول ان زاويتي ابج دهز متساويتان برهـــانه نجعل اب مساويا لده بالشكل الثالث من الاولي ونصل خطوط اج دز اد جز به المستقيم فلان اب ده متوازيان ومتساويان وكذلك بج هز فكل من خطي اد جز يوازي به ويساويه بالشكل الثالث والثلثين من الاولي فاد يوازي جز بالشكل الثلثين من الاولي وهو يساويه فخط اج يساوي دز بالشكل الثالث والثلثين من الاولي وليساوي اضلاع مثلثي ابج دهز المتناظرة تساوي زاوية ابج زاوية دهز بالشكل الثامن من الاولي وذلك ما اردنا ان نبـــــين ۞

ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان زاوية ابج قد تكون علي وضع زاوية دهز كما

دهز كما ذكرنا وقد لاتكون كزاوية حبط فنجرج خطي حب طب في جهة ب الي نقطتي ا ج ونبين ان زاوية ابج المســاوية لزاوية حبط بالشكل الخامس عشر من الاولي كزاوية دهز كما مر فيحصل المطلوب ۞

يا

لنا ان نخرج من نقطة في السمك عمودا علي سطح مفـــــروض ۞



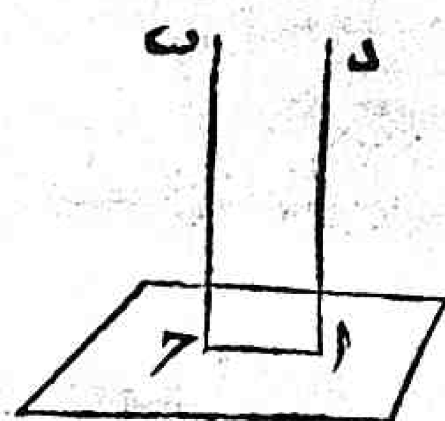
ليكن نقطة ا في سمك سطح مفروض فنرسم في ذلك الســـطح خط بج المستقيم ونفرض سطحا يمر بالنقطة وبالخط المرسوم ونخرج من نقطة ا عمود اد في ذلك السطح علي خط بج بالشكل الثاني عشر من الاولي ونخرج من نقطة د علي بج عمود ده في السطح المفروض اولا بالشكل الحادي عشر من الاولي ولان خطي اد ده في سطح واحد بالشكل الثاني فنخرج من نقطة في سطح خطي ده دا الي خط ده عمود از بالشكل الثاني عشر من الاولي ونخرج من نقطة ز في الســـــطح المفروض اولا خط حط موازيا لخط بج بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فاقول ان خط از عمود علي السطح المفروض اولا برهـــانه فلان كل واحد من خطي اد ده عمود علي بج فهو عمود عليهمـــا وقد وقع عـــلي فصلهما المشترك فهو عمود علي سطحهما بالشكل الرابع ولان حط يوازي بج العمود علي سطح خطي اد ده فحط عمود علي سطحهما بالشكل الثامن فيكون عمودا علي از فاز عمود عليه وكان عمود علي ده وقد وقع علي نقطة ز الفصل المشترك بين خطي ده حط فخط از عمود علي سطحهما اعني السطح المفروض اولا بالشكل الرابع وذلك ما اردنا ان نبـــــين ۞

ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان عمود از يمكن ان يقع مباينا لخط اد وقد بيناه ويمكن ان ينطبق عليه وحينئذ لا يحتاج الي اخراج خط حط موازيا بج فلان عمود از حينئذ عمود علي خطي ده بج وقد وقع علي نقطة د فصلهما المشترك فهو عمود علي سطحهما بالشكل السابع وهو الســـــــطح المفروض اولا ۞

يب

لنا ان نخرج من نقطة علي سطح عمودا عليـــــه ۞

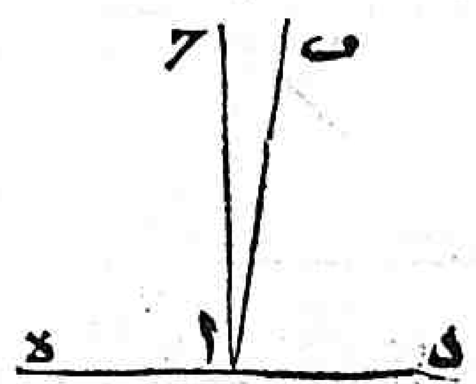
ليكن النقطة ا فنخرج من نقطة ب في السمك عمود بج علي السطح الذي فيها نقطة ا بالشكل المتقدم فان وقع العمود علي نقطة ا فبج عمود عـــلي



السطح والّا فنصل بين نقطتي آ ح بخط مستقيم فخطي آح حب في سطح واحد بالشكل الثاني فنخرج من نقطة آ في ذلك السطح خط آد موازيا لبح بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فاد عمود علي السطح المفروض بالشكل الثامن وذلك ما اردنا ان نبـــــين ۞

يح

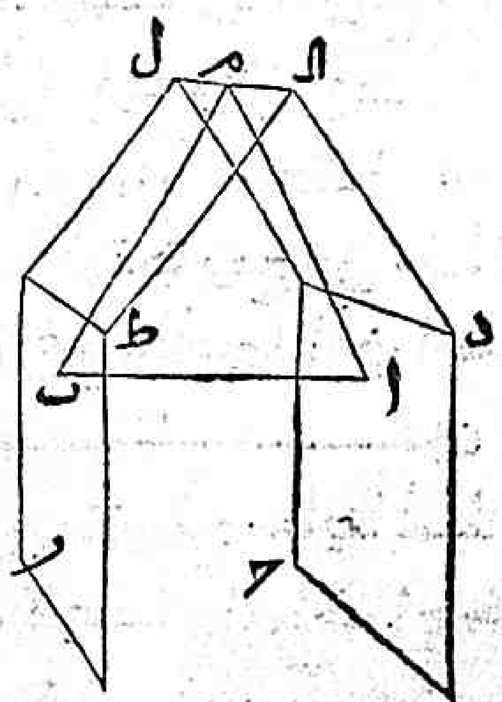
لايمكن ان يقوم علي سطح واحد عمودان ۞



والّا فلنخرج من نقطة آ الكاينة في السطح المفروض عمودا بآ حآ عليه بالشكل المتقدم فعمودا آب آح في سطح واحد بالشكل الثاني وليكن الفصل المشترك بين سطحي المفروض والعمودين خط دآه بالشكل الثالث لكونهما متلاقيين فزاويتا بآد حآد لكونهما قايمتين متساويتين فجزء الشيء يساوي كله فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبـــــين ۞

يد

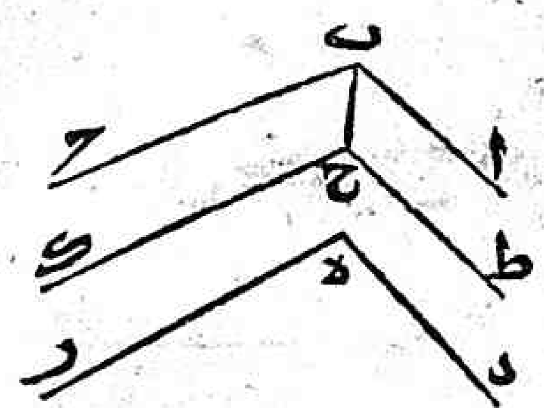
كل سطحين خط واحد عمود عليهما فهما متوازيان ۞



ليكن خط آب عمودا علي سطحي حد رط فاقول انهما متوازيان والّا فليلتقيا فيكون الفصل المشترك بينهما خطا مستقيما بالشكل الثالث وليكن هو خط ال وترسم عليه نقطة م كيف اتفق ونصل بينها وبين كل واحدة من نقطتي آ ب بخط مستقيم فلان آب عمود علي السطحين فهو عمود علي كل واحد من خطي مآ مب فزاويتا مآب مبآ من مثلث آمب قايمتان وكل زاويتي مثلث اصغر من قايمتين بالشكل السابع عشر من الاولي هذا خلف فالسطحان متوازيان وذلك ما اردنا ان نبـــــين ۞

يه

كل سطحين يحيط باحدهما خطان يوازيان خطين يحيطان بالآخر والخطوط كلها غير كاينه في سطح واحد فالسطحان متوازيان ۞

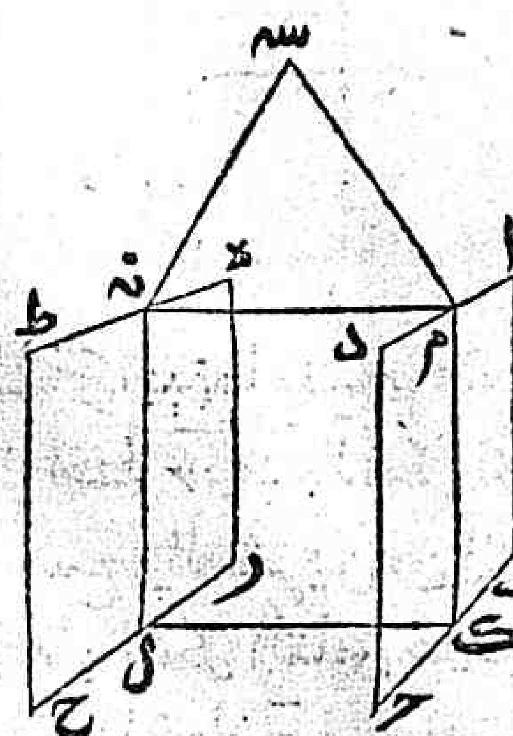


ليكن خط آب بح المحيطان بسطح آبح يوازيان خطي دد ةر المحيطان بسطح دهر والخطوط الاربعة غير كاينه في سطح واحد فاقول ان سطحي آبح دهر متوازيان فنخرج من نقطة ب عمود بح علي سطح دهر بالشكل الحادي عشر ونخرج من نقطة ح خطي حط حل موازيين لخطي دد ةر بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فلان خطي آب حط يوازيان خطي دة وخطي بح حل يوازيان خط رة وليست الخطوط المذكورة كلها في سطح واحد فخطا بآ بح يوازيان خطي حط حل بالشكل التاسع وقد وقع خط بح علي كل متوازيين منها وكل من زاويتي بحط بحل قايمة لكون بح عمودا علي سطح دهر فكل واحد من زاويتي ابح حبح قايمة بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فخط بح عمود علي كل من خطي بآ بح وقد وقع علي فصلهما المشترك فهو عمود علي آبح بالشكل الرابع وكان عمودا علي سطح دهر فسطحا آبح دهر متوازيان بالشكل المتقدم وذلك ما اردنا ان نبـــــين ۞

ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان نقطة ح اما ان يقع علي نقطة ه او علي احد خطي ةد ةر او داخل زاوية دهر او خارجها وينطبق احد خطي حط علي احد خطي دة ةر او لا ينطبق والاول لا يحتاج الي اخراج خط حط حل والاخير مذكور في الكتاب والوجه الباقي مثل ما ذكرنـــــاه ۞

يو

كل سطح فصل لسطحين متوازيين ففصلاهما المشتركان متوازيان ۞



ليكن سطحا آب حد ةرحط فصلا سطح مالنه والفصل المشترك بين كل سطحين متقاطعين مستقيم بالشكل الثالث وليكن الفصل المشترك بينهما خطي ام نل فاقول انهما متوازيان والا فليتلاقيا وليكن الالتقاء علي نقطة س فخط امس في سطح آب حد ولنس في سطح ةرحط بالشكل الاول فالسطحان المتوازيان متلاقيان هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبـــــين ۞

يز

كل خطين فصلتهما سطوح متوازية فصلتهما على نسبة واحدة ۞

ليكن خطا اب حد فصلتهما سطوح هرح ط ال م ن سع فص المتوازية على نقط ا ث ب ح ش د فاقول ان نسبة اث الى ث ب كنسبة حش الى شد برهانه نصل بين كل واحد من نقطتي ا ح ب د اد بخط مستقيم خط اد يجتاز على سطح الم فليجتز على نقطة ت فلان مثلث احد فصل بسطحي هح الم على خطي اح ت ش ومثلث ابد بسطحي الم سفا على خطي بد ث ت خط اح يوازي ت ش وبد يوازي ت ث بالشكل المتقدم فنسبة حش الى شد كنسبة ات الى ت د ونسبة اث الى ث ب كنسبة ات الى ت د بالشكل الثاني من السادسة فنسبة حش الى شد كنسبة اث الى ث ب بالشكل الحادي عشر من الخامسة وذلك ما اردنا ان نبين ۞

يح

كل خط عمود على سطح فكل سطح نفصل ذلك السطح مارا بالعمود يفصله على قوايم ۞

ليكن العمود خط اب على السطح المفروض وفصله سطح يمر بخط اب فاقول انه يفصله على قوايم فلان الفصل المشترك بين كل سطحين متفاصلين خط مستقيم بالشكل الثالث فليكن حب د هو الفصل المشترك بينهما ونرسم عليه نقطة ه ونخرج منها في السطح الفاصل عمود هر على خط حبد بالشكل الحادي عشر من الاولى فهو يوازي عمود اب بالشكل التاسع والعشرين من الاولى واب عمود على السطح المفروض فهر عمود عليه ايضا بالشكل الثامن فيحيط عمود هر مع كل خط يخرج في السطح المفروض ملاقيا لنقطة ه بزاوية قايمة وكذلك كل عمود يخرج في السطح الفاصل على الفاصل المشترك فالسطحان متفاصلان على قوايم بالمصادرة وذلك ما اردنا ان نبين ۞

واقول

واقول كل عمود يخرج على الفصل المشترك بين كل سطحين متفاصلين على قوايم في احدهما وهو عمود على الآخر ۞ ليكن اب عمودا على حد الفصل المشترك بين السطحين المفروضين وهو في احدهما ونخرج من نقطة ب على حد عمود به في السطح الآخر المتفاصلين فاب عمود على به بالمصادرة وكان عمودا على حد فاب عمود على كل واحد من خطي به حد وقد وقع على فصلهما المشترك فهو عمود على السطح الآخر بالشكل الرابع وايضا به عمود على كل من خطي اب حد وقد وقع على فصلهما المشترك فبه على السطح الذي فيه عمود اب من السطحين المتفاصلين ۞

يط

كل سطحين متفاصلين يفصل كل منهما سطحا مفروضا على قوايم ففصلهما المشترك عمود على السطح المفروض ۞

ليفصل كل واحد من سطحي اب حد هرح ط المتفاصلين سطحا مفروضا على قوايم والفصل المشترك بين سطحي اح هح خط مستقيم بالشكل الثالث وليكن هو خط ال فاقول ان خط ال عمود على السطح المفروض برهانه فلان الفصل المشترك بين سطحين متفاصلين خط مستقيم بالشكل الثالث فليكن الفصل المشترك بين سطحي اح والمفروض خط ب ل ح وبين سطحي هح والمفروض خط ه ل ر فخط ال لو لم يكن عمودا على السطح المفروض فليخرج من نقطة ل الكاينة في السطح المفروض عمود لم على خط ه ر في سطح هح وعمود ل ن على خط ب ح في سطح اح بالشكل الحادي عشر من الاولى فكل واحد من عمودي لم ل ن على السطح المفروض بالشكل المتقدم بل وبالشكل الرابع فقد قام على السطح المفروض عمودا لم ل ن وقد خرجا من نقطة واحدة وقد بينا استحالة ذلك في الشكل الثالث عشر هذا خلف فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

ك

كل زاوية مجسمة يحيط بها ثلث زوايا مسطحة

فكل ثنتين منها معا اعظم من الثالثة ۞

ليكن الزوايا الثلث المحيطة بالزاوية المجسمة زوايا ا ب ج ا ب د ج ب د فاقول ان كل ثنتين من هذه الزوايا الثلث معا اعظم من الثالثة برهانه فان كانت الزوايا الثلث متساوية فالحكم ثابت لان كل مقدارين من اي ثلثة مقادير متساوية اعظم من المقدار الثالث وان كانت مختلفة فليكن زاوية ا ب د اعظمها فنرسم علي نقطة ب من خط ا ب زاوية ا ب ه مساوية لزاوية ا ب ج بالشكل الثالث والعشرين من الاولي ونرسم علي ضلعي ا ب ب د نقطتي ط ك كيف اتفقتا ونصل بينهما بخط مستقيم فيجتاز بنقطة ح خط ب ه فيفصل منه خط ب ح ونفصل ب ز من ب ج مثل ب ح بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين نقطة ج وبين كل واحدة من نقطتي ط ك بخط مستقيم فلان زاويتي ط ب ز ط ب ح من مثلثي ط ب ز ط ب ح متساويتان وضلع ب ز مثل ضلع ب ح وضلع ب ط مشترك فبالشكل الرابع من الاولي قاعدة ط ز كقاعدة ط ح وضلعا ط ز ز ك معا من مثلث ط ز ك اعظم من ضلع ط ك بالشكل العشرين من الاولي فز ك اعظم من ك ح وضلع ب ز كضلع ب ح من مثلثي ز ب ك ح ب ك وضلع ب ك مشترك بينهما وقاعدة ز ك اعظم من قاعدة ك ح فزاوية ز ب ك اعظم من زاوية ح ب ك بالشكل الرابع والعشرين من الاولي فزاويتا ا ب ج د ب ج معا اعظم من زاوية ا ب د وكذلك تبين في البواقي وذلك ما اردنا ان نبين ۞

كا

كل زاوية مجسمة فان مجموع الزوايا المسطحة المحيطة بها كم كانت فانها اصغر من اربع زوايا قوايم ۞

لتكن الزوايا المسطحة المحيطة بزاوية ب المجسمة هي زوايا ه ب ز ه ب ح ز ب ح فاقول انها اصغر من اربع قوايم برهانه نصل بين نقط ه ز ح بخطوط مستقيمة فهي كاينة في سطوح الزوايا المسطحة المحيطة بزوية ب المجسمة بالشكل الاول فيحدث من تلك الخطوط مثلث ه ز ح ونرسم فيه نقطة ط كيف ما وقعت ونصل بينها وبين كل واحدة من نقط ه ز ح بخط مستقيم فبالشكل المتقدم زاويتا ب ه ز ب ه ح معا اعظم من زاوية ز ه ح المساوية لزاويتي ز ه ط ح ه ط وزاويتا ب ز ح ب ز ه معا اعظم من زاوية ه ز ح

ه ز ح المساوية لزاويتي ه ز ط ح ز ط وزاويتا ب ح ز ب ح ه معا اعظم من زاوية ز ح ه المساوية لزاويتي ز ح ط ه ح ط ولان كل مثلث فان زواياه الثلث كقايمتين بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فالزوايا التسع التي يشتمل عليها مثلثات ب ه ز ب ه ح ب ز ح يعدل ست قوايم ولذلك الزوايا التسع التي يشتمل عليها مثلثات ط ه ز ط ه ح ط ز ح لكن الزوايا الست التي هي زوايا ب ه ز ب ه ح ب ز ه ب ز ح ب ح ز ب ح ه من الزوايا التسع التي يشتمل عليها مثلثات ب ه ز ب ح ه ب ز ح كانت اعظم من الزوايا الست التي هي زوايا ز ه ط ح ه ط ه ز ط ح ز ط ز ح ط ه ح ط من الزوايا التسع التي يشتمل عليها مثلثات ط ه ز ط ه ح ط ز ح فالزوايا الثلث التي هي زوايا ه ب ز ه ب ح ز ب ح الباقية من التسع الاولي اصغر من الزوايا الثلث التي هي زوايا ه ط ز ه ط ح ز ط ح الباقية من التسع الثانية التي هي كاربع قوايم باستبانة الشكل الخامس عشر من الاولي فالزوايا الثلث التي هي زوايا ه ب ز ه ب ح ز ب ح اصغر من اربع قوايم وذلك ما اردنا ان نبين ۞ واعلم انا لو لم نفرض نقطة ط ولا الخطوط الخارجة اليه لا مكن البيان وذلك لان الزوايا الست التي عند نقط ه ز ح من مثلثات ب ه ز ب ه ح ب ز ح لما كانت اعظم من الزوايا الثلث من مثلث ه ز ح بالشكل المتقدم المساوية لقايمتين بالشكل الثاني والثلثين من الاولي يكون الزوايا الباقية التي هي زوايا ه ب ز ه ب ح ز ب ح اصغر من اربع قوايم وبمثله تبين لو كانت الزوايا المسطحة المحيطة بالزاوية المجسمة اكثر من الثلث ۞

كب

كل ثلث زوايا مسطحة يكون مجموع كل ثنتين منها اعظم من الثالثة وكانت الاضلاع المحيطة بتلك الزوايا متساوية فلان لنا ان نرسم من اوتار تلك الزوايا مثلثا ۞

فليكن الزوايا الثلث التي اضلاعها متساوية هي زوايا ا ب ج د ه ز ح ط ك واوتارها خطوط ا ج د ز ح ك فاقول ان لنا ان نرسم مثلثا ثلث خطوط متساوية لاوتار ا ج د ز ح ك برهانه فلان الزوايا الثلث اما ان تكون متساوية او ثنتان منها متساويتان فقط او كانت مختلفة اما ان كانت الزوايا كلها متساوية فنرسم علي نقطة ب من ضلع ا ب زاوية ج ب ل كزاوية

ده ر بالشكل الثالث والعشرين من الاولي ونفصل من ضلع ب ل ب م مساويا لضلع ب ح بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين نقطة م وبين كل واحدة من نقطتي ا ح بخط مستقيم

فلان ضلعي ب ح ب م وزاوية ح ب م من مثلث ح ب م مساوية لضلعي ده ه ر وزاوية ده ر من مثلث ده ر كل لنظيره فبالشكل الرابع من الاولي يكون وتر ح م كوتر د ر ووترا ح ا ح م معا اعظم من وتر ا م بالشكل العشرين من الاولي ولان زاوية ا ب م المساوية لزاويتي ا ب ح ده ر اللتين هما اعظم من زاوية ح ط ك وضلعا ا ب ب م كضلعي ح ط ط ك فبالشكل الرابع والعشرين من الاولي يكون وتر ا م اعظم من وتر ح ك وكان وترا ح ا ح م المساويان لوتري ا ح د ر معا اعظم من وتر ا م فوترا ح ا د ر معا اعظم من وتر ح ك فيمكن ان نرسم مثلثا من ثلث خطوط مساوية لاوتار ا ح د ر ح ك الثلثة بالشكل الثاني والعشرين من الاولي ❁

ولوتر ا م اختلاف وقوع فان كانت الزوايا كلها حواد يقع بين ضلعي ا ب ا ح وان كانت منفرجات يقع خارجا من ضلعي ا ب ا ح وهذه صورته ❁

واما ان كانت ثنتان من الزوايا الثلث متساويتين فقط سوا كانتا حادتين او قايمتين او منفرجتين والباقية اما اصغر من كل واحدة منهما او اعظم من كل منهما بشرط ان يكون اصغر منهما معا فنبين المطلوب بمثل ما بيناه في الشكل المتقدم ويكون لوتر ا م اختلاف وقوع فانه يقع بين ضلعي ا ب ا ح ان كانت المساويتان

المتساويتان حادتين وينطبق علي ضلع ا ب ان كانتا قايمتين ويقع خارجا عنهما ان كانتا منفرجتين وهذه صورته ❁

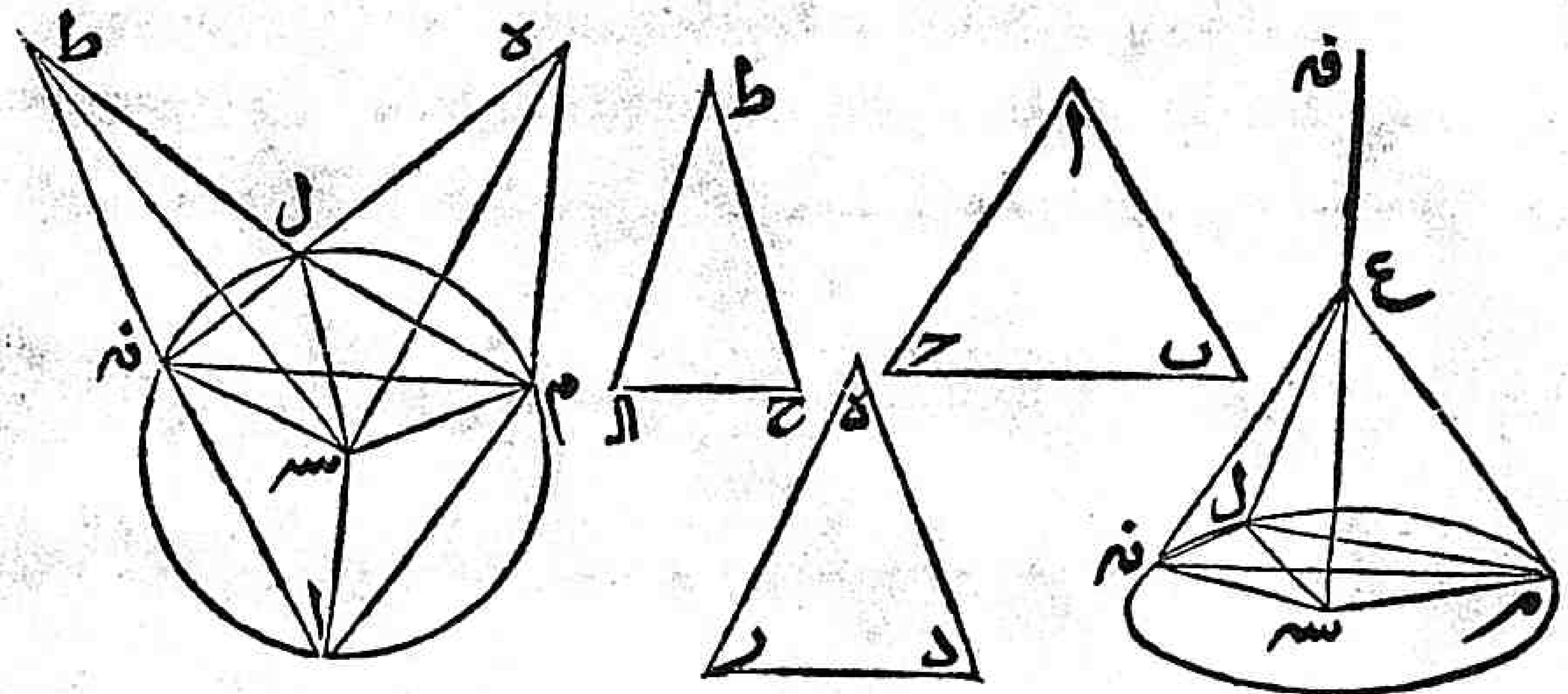
واما ان كانت الزوايا الثلث مختلفة بان كانت حواد او منفرجات او ثنتان حادتين والاخري منفرجة او قايمة او واحدة حادة والباقيتان منفرجتين او احدي الباقيتين منفرجة والاخري قايمة او ثنتان منفرجتين والباقية قايمة فهذه سبعة اقسام والبيان علي الطريقة القسم الاول وتشكيله ظاهر ❁

كح

لنا ان نرسم من ثلث زوايا مسطحة كل ثنتين منها معا اعظم من الثالثة ومجموعها اصغر من اربع قوايم زاوية مجسمة ❁

وليكن الزوايا الثلث هي زوايا ب ا ح ده ر ح ط ك ولنجعل الخطوط المحيطة بها متساوية بالشكل الثالث من الاولي ونصل اوتار ب ح د ر ح ك ونرسم منها مثلث ل م ن بالشكل المتقدم وليكن م ن يساوي ب ح و م ل يساوي د ر و ل ن ح ك ونرسم علي مثلث ل م ن دايرة ل م ن بالشكل الخامس من الرابعة ونجد مركزها بالشكل الاول من الثالثة وهو نقطة س فهي اما

داخل المثلث ان كانت زواياه حواد او علي احد اضلاعه ان كانت واحدة من زواياه قايمة او خارجة عنه ان كانت منفرجة بالشكل الثلثين من الثالثة ونصل بين نقطة سه وكل واحدة من نقط ل م نه بخط مستقيم ويركب وتر ب ح علي ضلع م نه و د ر علي م ل و ح ا علي ل نه بحيث



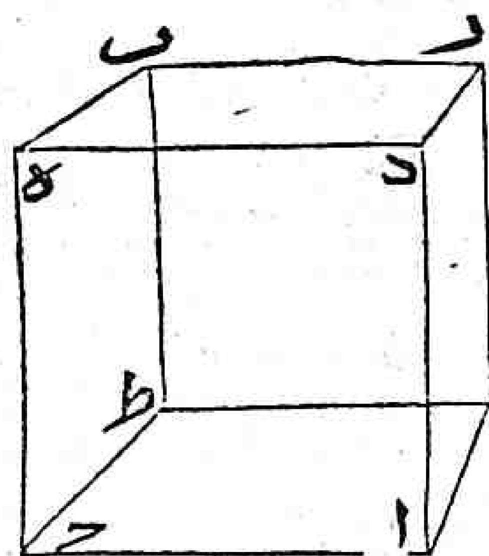
ينطبق سطوح الزوايا المذكورة علي سطح دايرة ل م نه في خلاف جهة مركزها ونصل بينه وبين كل واحدة من نقط ا ه ط بخط مستقيم فكل واحد من اضلاع زوايا ب ا ح د ه ر ح ط ا اعظم من نصف قطر دايرة ل م نه والا لكان مساويا له او اصغر فان مساويا كانت زاوية م ا سه تساوي زاوية م سه ا وزاوية نه ا سه تساوي زاوية نه سه ا بالشكل الخامس من الاولي فزاوية م ا نه تساوي زاوية م سه نه وبمثل هذا البيان تبين ان زاوية م ه ل تساوي زاوية م سه ل وزاوية ل ط نه تساوي زاوية ل سه نه والزوايا الثلث التي عند المركز يعدل اربع قوايم باستبانة الشكل الخامس عشر من الاولي فزوايا ب ا ح د ه ر ح ط ا يعدل اربع قوايم والمفروض انها اقل منها هذا خلف وان كان اصغر يلزم ان تكون زاوية م ا سه اعظم من زاوية م سه ا وزاوية نه ا سه اعظم من زاوية نه سه ا بالشكل الثامن عشر من الاولي فزاوية م ا نه اعظم من زاوية م سه نه ولذلك تبين ان زاوية م ه ل اعظم من زاوية م سه ل وزاوية ل ط نه اعظم من زاوية ل سه نه فتكون زوايا ب ا ح د ه ر ح ط ا اعظم من اربع قوايم وفرضت انها اقل منها هذا خلف فكل من اضلاع زوايا ب ا ح د ه ر ح ط ا اعظم من نصف قطر دايرة م ل نه فنخرج من مركز سه علي سطح دايرته عمود سه فه بالشكل الثاني عشر ونفصل منه حد ر تمام مربع نصف القطر من مربع احد الاضلاع المحيطة بزوايا ب ا ح د ه ر ح ط ا وهو خط سه ع ونصل بين نقطة ع وكل واحدة من نقط ل م نه بخط مستقيم فخطوط ل ع م ع نه ع متساوية بالشكل السادس والاربعين من الاولي لان كل واحدة من الزوايا التي يحيط بها احد انصاف الاقطار مع العمود قايمة وكل من خطوط ل ع م ع نه ع مساو لكل من اضلاع زوايا ب ا ح د ه ر ح ط ا المتساوية فزوايا

فزوايا م ع نه م ع ل نه ع ل تساوي زوايا ب ا ح د ه ر ح ط ا كل واحدة لنظيرها بالشكل الثامن من الاولي فقد رسمنا بزاوية مجسمة من ثلث زوايا مسطحة كل ثنتين منها اعظم من الباقية ومجموعها اقل من اربع قوايم وذلك ما اردنا ان نبين ۞ واستبان منه ان مجموع كل الزاويتين المتجاورتين الكاينتين فوق قاعدتين من قواعد ثلث زوايا كل ثنتين منها اعظم من الثالثة ومجموعها اقل من اربع قوايم اعظم من كل واحدة من زوايا مثلث معمول من القواعد المذكـــــــــورة ۞

كد

كل مجسم يحيط به سطوح متوازية فان كل سطحين متقابلين منها متساويان متوازيا الاضلاع

ليكن مجسم ا ب يحيط به سطوح ا ر ه ط ا ط ه ر ا ه ح ب و ا ر يوازي ه ط و ا ط ه ر و ا ه ح ب فكل متقابلين منهما متساويان ومتوازيا الاضلاع برهانه فلان كل واحد من سطحي ا ه ح ب فصل بسطحي ا ر ه ط وبسطحي ا ط ه ر فخط ح ر يوازي ط ب و ر ب يوازي ح ط و ا ح د ه و ا د ح ه بالشكل السادس عشر فكل منها متوازي الاضلاع وبمثله تبين في بواقي السطوح ولان ح ر ح ط يوازيان ا ح ا د كل لنظيره ويحيطان بزاوية ر ح ط ح ا د وليست الاضلاع المحيطة بهما في سطح واحد فهما متساويتان بالشكل العاشر وضلع ح ط يساوي ضلع ا د و ح ر يوازي ا ح بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فسطحا ا ه ح ب المتقابلان متساويان وهكذا تبين تساوي ساير المتقابلين السطوح المحيطة بالمجسم وذلك ما اردنا ان نبين ۞ واستبان منه ان كل متقابلين مما ذكرناه متشابهين ۞



كه

كل مجسم يحيط به سطوح متوازية الاضلاع كل متقابلين منها متوازيين فان كل سطح يفصله موازيا لسطحين متقابلين منها فانه يفصله الي مجسمين نسبة احدهما الي الآخر كنسبة قاعدتيهما

ليكن مجسم آب المحيط به سطوح الحط ام نا طل بح املط النه بح بلم نه الستة المتوازية الاضلاع كل متقابلين منها متوازيين فصل بسطح هزحد موازيا لسطحي اح مب الي مجسمي اح ب ه فاقول ان نسبتهما كنسبة قاعدتي اد هل برهانه فنخرج خطوط ام طل النه حب في جهتيها علي استقامتها الي نقط سه ع خ ضه ظ لح لد ث ونفصل من خطي اسه طخ امثالا لخطي اه طد كم شينا بعدة واحدة وهي خطوط اف فسه طذ ذخ ومن خطي هع دضه امثالا لخطي دم دل كم شينا بعدة واحدة وهي خطوط مق قر لے ےضه ومن خطوط الظ حلد نه لح بث امثالا لخطوط الزح زنه بح بعدة نظايرها وهي خطوط الغ غظ حشه شلد نه لا لالح بت تث ونخرج خطوط صح فذ قے رضه صظ فغ قلا رلح خلد ذشه ےت ضث ظلد غشه لات لحت المستقيمة فلان اضلاع السطوح المحيطة بمجسم آب متوازية فالنظاير من الخطوط المخرجة متوازية بالشكل الرابع والثلثين من الاولي وجميع المتقابلين من السطوح المحيطة بمجسمات صشه فح اح هب مت قث الحادثة متساويين بالشكل المتقدم والسطوح المتوازية الاضلاع الكاينة علي خطوط صف فا اه المتساوية الواقعة بين خطي صرظلح وبين خطي صرخضه متساوية بالشكل السادس والثلثين من الاولي ولذلك الكاينة علي خطوط هم مق قر المتساوية الواقعة بين خطي صرظلح وبين خطي صرخضه متساوية بالشكل المذكور فكل من مجسمين صشه فح يساوي مجسم اح وكل من مجسمي قث مت يساوي مجسم هب كل من سطحي صذ فط يساوي سطح اد وكل من سطحي قضه مے يساوي سطح هل فالمجسمات التي يشتمل عليها مجسم صح اضعاف لمجسم اح بعدة ما والسطوح المتوازية الاضلاع التي يشتمل عليه سطح صد اضعاف لسطح اد بتلك العدة والمجسمات التي يشتمل عليها مجسم هت اضعاف لمجسم هب بعدة ما والسطوح المتوازية الاضلاع التي يشتمل عليها سطح هضه بتلك العدة فمجسما اح هب وقاعدتا اد هل اربعة مقادير اي اضعاف اخذ للاول والثالث منها متساوية العدة وللثاني والرابع كذلك وكان ان كانت اضعاف الاول مساوية لاضعاف الثاني كانت اضعاف الثالث مساوية لاضعاف الرابع وان كانت زايدة كانت زايدة

زايدة وان كانت ناقصة كانت ناقصة فنسبة مجسم اح الي مجسم هب كنسبة قاعدة اح الي قاعدة هب بما نبين في المصادرة من المقالة الخامسة وذلك ما اردنا ان نبين ۞

كو

لنا ان نرسم علي نقطة معلومة من خط معلوم زاوية مجسمة مثل زاوية مجسمة مفروضة ۞

لتكن النقطة ا والخط اب والزاوية المجسمة المفروضة زاوية يحيط بها زوايا حدر حده رده المسطحات ولنرسم علي خطي ده دح نقطتي ح ا كيف ما اتفق ونخرج من نقطة ح علي سطح زاوية حدر عمود حط بالشكل الحادي عشر ونصل دط الط اح بخطوط مستقيمة ونرسم علي نقطة ا من خط اب زاويتي بال بام مثل زاويتي حدر حدط بالشكل الثالث والعشرون من الاولي ونفصل من خطي اب ام خطي اف انه مساويين لخطي دا دط بالشكل الثالث من الاولي ونخرج من نقطة نه عمود نهسه علي سطح زاوية بال بالشكل الثاني عشر ونفصل منه نهع مساويا لعمود حط بالشكل الثالث من الاولي ونصل خطوط فنه فع اع المستقيمة فلان ضلعي اف انه وزاوية فانه من مثلث افنه يساوي ضلعي دا دط وزاوية ادط من مثلث دالط فقاعدة فنه كقاعدة الط بالشكل الرابع من الاولي ونهع مثل طح وزاويتا فنهع الطح قايمتان فقاعدة فع كقاعدة اح بالشكل الرابع من الاولي وضلعا نها نهع كضلعي طد طح وكل من زاويتي انهع دطح قايمة فقاعدة اع كقاعدة دح بالشكل الرابع من الاولي فاضلاع مثلث فاع كاضلاع مثلث ادح كل لنظيره فزاوية فاع كزاوية ادح بالشكل الثامن من الاولي وبمثل ما بينا تبين ان زاوية عال كزاوية هدر فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

ولهذا الشكل لاختلاف وقوع فان عمود حط يمكن ان يقع فيما بين خطي

دح دم او علي نقطة من احدهما او خارجا عنهما وان كل ةد عمودا علي خطي حد زد فلا يحتاج الي اخرج عمود والبيان في الكل ظاهر ۞

كر

لنا ان نعمل علي خط مفروض مجسما شبيها بمجسم مفروض متوازي السطوح ۞

فليكن الخط المفروض اب والمجسم المفروض مجسم حد فنرسم علي نقطة آ من خط اب زاوية مجسمة كزاوية ح المجسمة بالشكل المتقدم وليكن زاوية طاب كزاوية ةحز وزاوية طاك كزاوية ةحح وزاوية باك كزاوية زحح ولنجعل نسبة حز الي اب كنسبة حح الي اك وكنسبة حة الي اط بالشكل الحادي عشر من السادس ونخرج من نقطة ك خطي كف كس موازيين ومساويين لخطي اط اب بالشكل الواحد والثلثين والثالث من الاولي ومن نقطتي ب س خطي بم سل موازيين ومساويين لخطي كف اط بالشكلين المذكورين ونصل فل طم بخطين مستقيمين فهما موازيان ومساويان لخطي با كس ونصل فط لم بس بخطوط مستقيمة فهما متوازية ومساوية لخط اك بالشكل الثالث والثلثين من الاولي فالزوايا المتناظرة من السطوح المحيطة بمجسم آل متساوية بالشكل العاشر وكل سطحين متقابلين منها متوازية بالشكل الخامس عشر فمجسم آل شبيه بمجسم حد لان الزوايا المتناظرة من السطوح المحيطة بهما متساوية والخطوط المحيطة بها متناسبة علي التناظر وذلك ما اردنا ان نبين ۞

كح

كل مجسم متوازي السطوح المتوازية الاضلاع يفصله سطح مارّا بقطري سطحين متوازيين من السطوح المحيطة به فانه ينصفه الي منشورين ۞

ليكن مجسم اب فصل سطح حة المار بقطر حدةز فاقول ان السطح الفاصل يفصله الي منشورين برهانه فلان سطوح ازاة اط يساوي السطوح المقابلة لها بالشكل الرابع والعشرين وكلا من مثلثي احد حطة ومثلثي حزة زبة المتساويين بالشكل الرابع والثلثين من الاولي يساويان نظيرتهما بالشكل الثامن من الاولي وسطح حة مشترك بين منشوري حداح حدطب فهما متساويان وقد بان ان كل منشور يتمم مجسما متوازي السطوح المحيطة به المتوازية الاضلاع وذلك المنشور نصفه وذلك ما اردنا ان نبين ۞

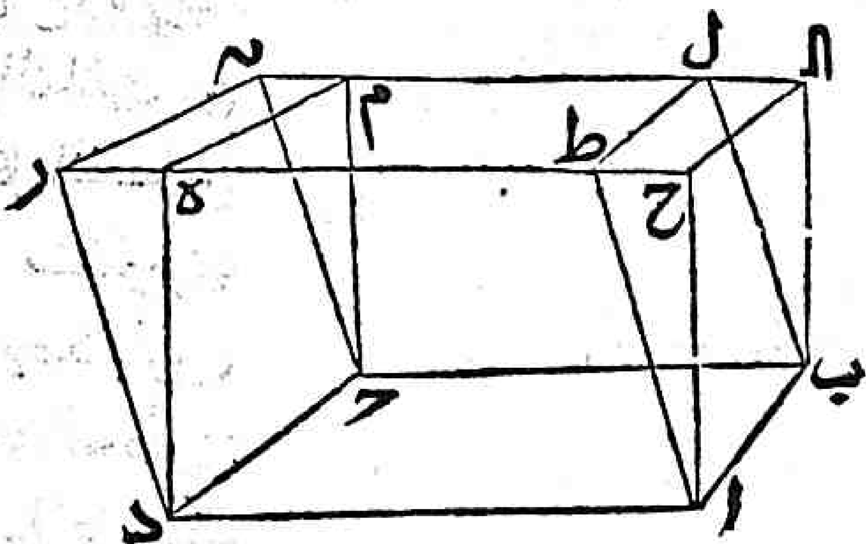
الط

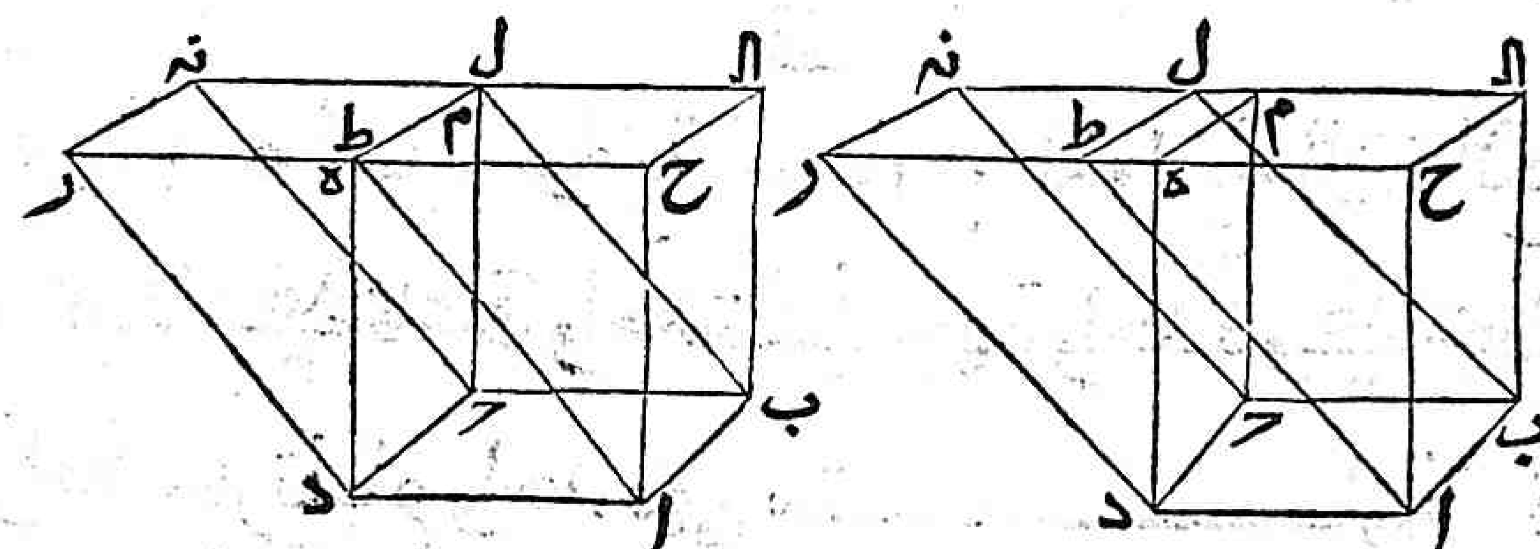
كل المجسمات المتوازية السطوح المتوازية الاضلاع الكاينة علي قاعدة واحدة في جهة واحدة وعلي خط واحد وبارتفاع واحد فهي متساوية ۞

ليكن مجسما بة بز كاينين علي قاعدة اب حد فيما بين خطي حز كنة وبارتفاع واحد فاقول انهما متساويان برهانه فلان كلا من خطي حة طز وخطي كم لنة يساويان خطي اد بح المتساويين بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فكل من خطي حة طز كم لنة متساويان فاذا القينا طة ولم المشترك بين كل منهما يبقي حط مساويا لهز والل لمن وخطوط اح اط وبك وبل يساوي خطوط دة دز حم حنة كل لنظيره بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فمثلثا احط كبل يساويان مثلثي دةز حمنة بالشكل الثامن من الاولي ولان سطحي حم طنة يساويان سطح بد بالشكل الرابع والعشرين فهما متساويان فاذا القينا طم منهما بقي حل مساويا لهن وسطحي بح بط يساويان سطحي حة حز كل لنظيره بالشكل الرابع والعشرين فالسطوح والمثلثات المحيطة بمنشور بط يساوي السطوح والمثلثات المحيطة بمنشور حز علي التناظر فهما متساويان

فاذا اضفنا منحرف به الي منشور بط حصل مجسم به واذا اضفناه الي منشور حر حصل مجسم بر فمجسما به بر متساويان وذلك ما اردنا ان نبين ✿

ولهذا الشكل اختلاف وقوع لان احد الاضلاع من احد السطحين المقابلين للقاعدة اما ان يقع بين الضلعين من السطح الاخر او خارجا عنهما او منطبقا علي احدهما وهذه صورته ✿

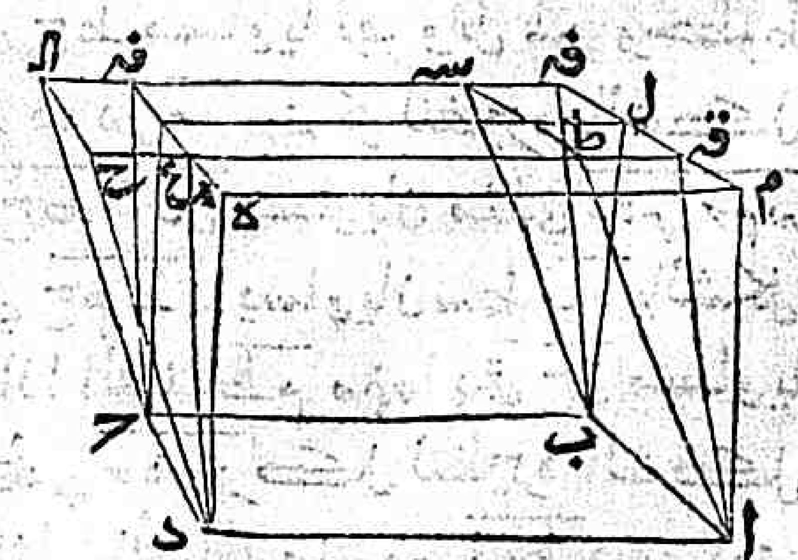




ل

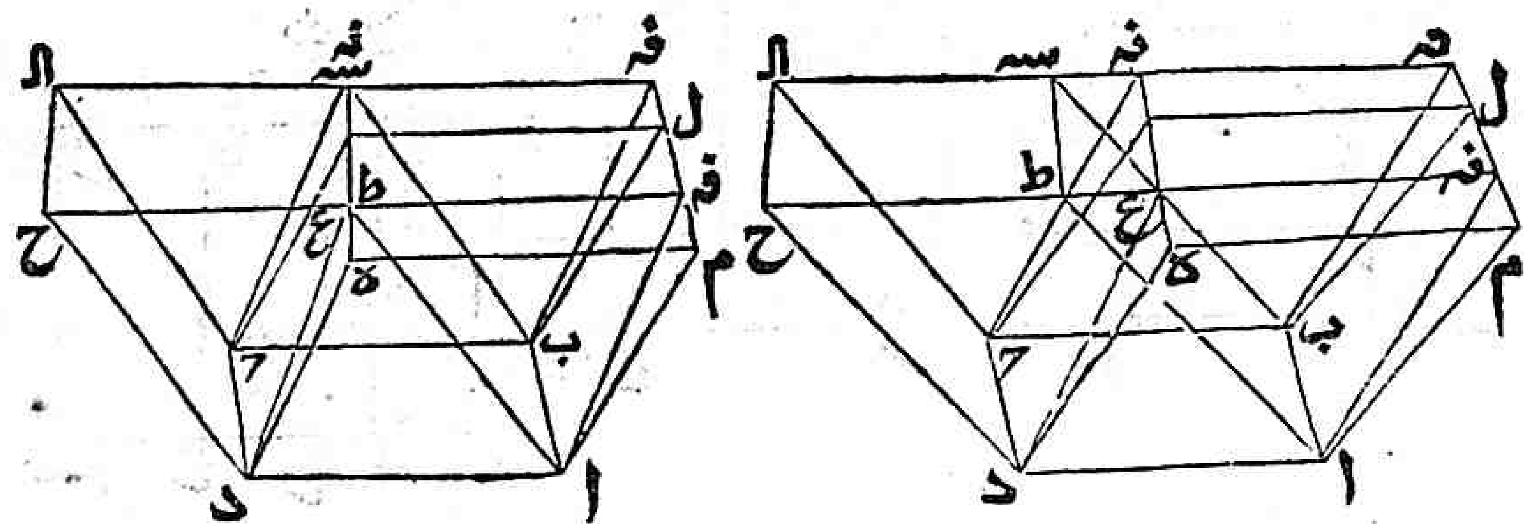
جميع المجسمات المتوازية السطوح المتوازية الاضلاع الكاينة علي قاعدة واحدة في جهة واحدة وبارتفاع واحد لا علي خط واحد فهي متساوية ✿

ليكن مجسما به بح كاينين علي قاعدة ابحد بارتفاع واحد لا علي خط واحد والسطوح المقابلة لقاعدة ابحد من احدهما له ومن الاخر سح فاقول انهما متساويان برهانه نخرج اس حط هع مل علي استقامتها في جهات س ط ل ع الي نقط ق ق ن فيتقاطع خطا اس مل فليتقاطع علي نقطتي ن ق ونصل اق بف دع حن المستقيمة فيحدث مجسم سطحه المقابل لقاعدة اح سطح فرع وهو مجسم



مجسم بع فهو مع كل واحد من مجسمي به بح علي قاعدة واحدة وخط واحد فكل منهما يساويه بالشكل المتقدم فمجسمات به بح متساويان وذلك ما اردنا ان نبين ✿

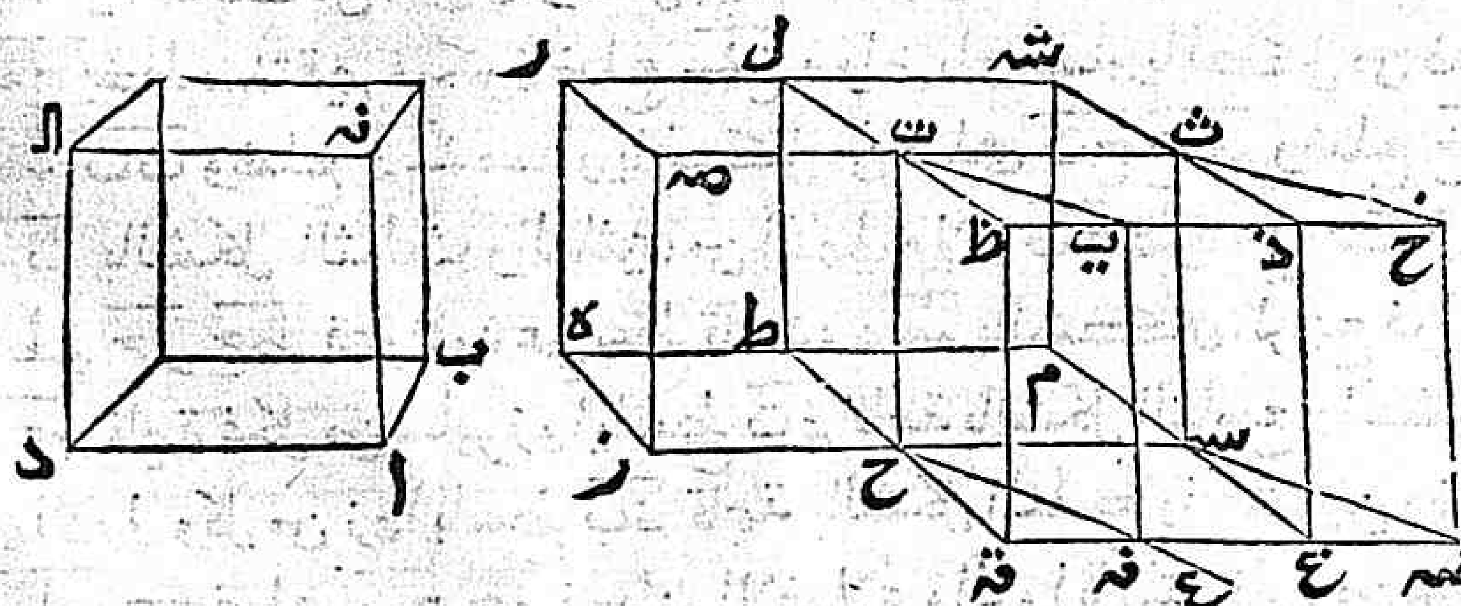
ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان خط بس يمكن ان يقع بين نقطتي ن ق او خارجا عنهما او علي احدهما فهذه صورته ✿



لا

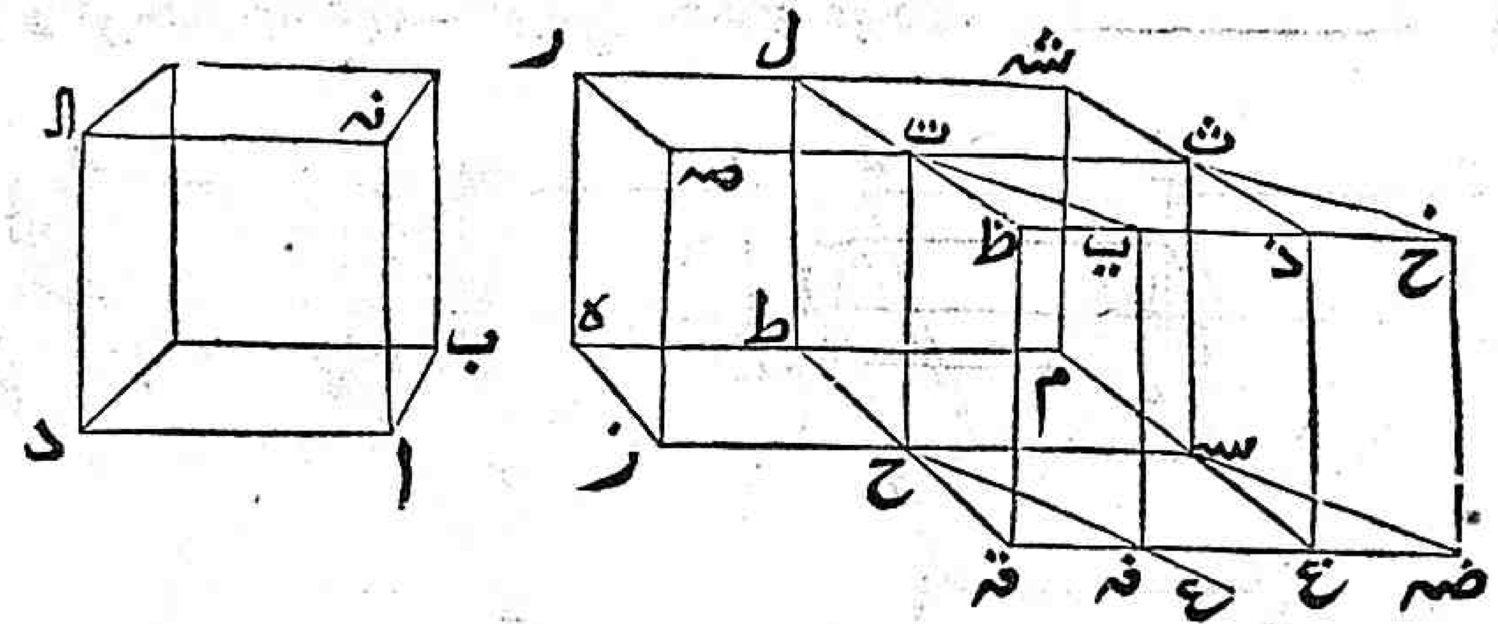
كل مجسمين متوازيي السطوح المتوازية الاضلاع كاينين علي قاعدتين متساويتين وبارتفاع واحد والخطوط المرتفعة من نقط زوايا القاعدتين الي نقط زوايا السطحين المقابلين لهما واقعة عليهما علي قوايم فهما متساويان ✿

ليكن مجسما با زل كاينين علي قاعدتي ابحد هزحط المتساويتين وخطوط ان اد طل حت واقعة علي القاعدتين علي زوايا قوايم فاقول انهما متساويان برهانه نخرج ضلع زح في جهة ح علي استقامته الي



غير النهاية ونفصل حس مساويا لضلع اد بالشكل الثالث من الاولى

ونرسم علي نقطة ح من خط حس زاوية سحع كزاوية باد بالشكل الثالث والعشرين من الاولي ونفصل من حع حفه مساويا لضلع اب بالشكل الثالث من الاولي ونخرج من نقطة س خط سضه موازيا لضلع حع بالشكل الواحد والثلثين من الاولي ونفصل منه سضه مساويا



لضلع حفه بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين نقطتي فه ضه بخط مستقيم فضلع فهضه كضلع حس ويوازيه بالشكل الثالث والثلثين من الاولي فيكون زاوية حفهضه مساوية لزاوية ابج وزاوية حسضه لزاوية اجد وزاوية سضهفه لزاوية دجب بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فسطح اج كسطح فهس بالانطباق ونخرج صت في جهة ت علي استقامته الي غير النهاية ونفصل تث مساويا لضلع حس بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين نقطتي ست بخط مستقيم فهو موازو مساو لضلع تج بالشكل الثالث والثلثين من الاولي ولان زاوية تحر قايمة فزاوية تحس قايمة بالشكل الثالث عشر من الاولي وكل واحده من زوايا سطح حث قايمة بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فالاضلاع والزوايا المتناظره من سطحي ال حث متساوية فهما متساويا بالانطباق ونخرج من نقطتي ت ث خطي تي ثخ موازيين لضلعي حفه سضه كل لنظيره بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فخطا تي ثخ متوازيان بالشكل الثلثين من الاولي ونفصل تي مساويا لضلع حقه وثخ لضلع سضه بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين كل واحده من نقطتي يخ فهي ضهح بخط مستقيم فيكون ضلع يخ موازيا ومساويا لكل من ضلعي فهضه تث وضلع فهي مساويا لكل من ضلعي تح خضه وضلع خضه ست بالشكل الثالث والثلثين من الاولي ولان تح عمود علي كل من خطي حر حط فهو عمود علي سطح قاعده فهس بالشكل الرابع فزاوية تحقه قايمة فكل من ساير زوايا سطح تفه قايمة بالشكل التاسع والعشرين من الاولي وكل من زوايا سطح بنه قايمة بالشكل التاسع والعشرين وضلعا انه اب كضلعي تح حفه فساير الاضلاع والزوايا المتناظره من سطحي بانه تقه متساوية فسطح بانه كسطح تقه بالانطباق وكل سطحين متقابلين

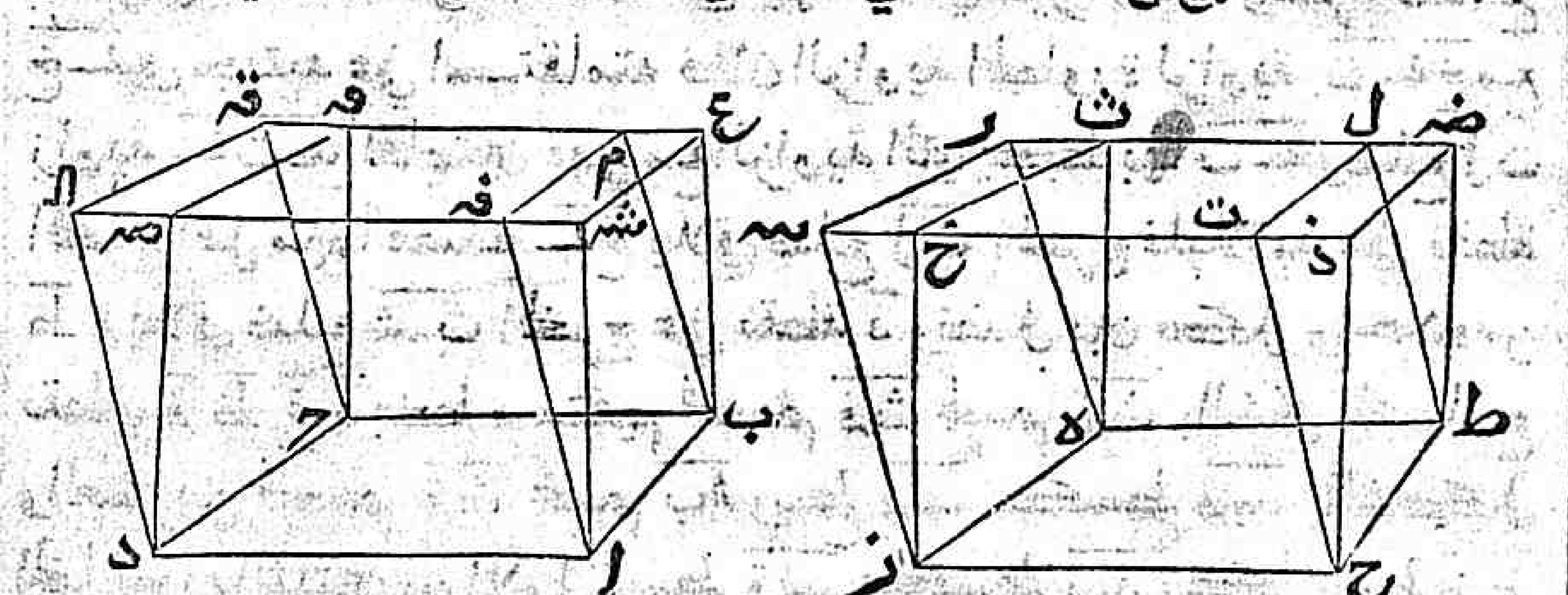
متقابلين من السطوح المتوازية المتوازية الاضلاع المحيطه بالمجسم متساوية بالشكل الرابع والعشرين فالسطوح المحيطة بمجسم فهث علي قاعدة السطوح المحيطة بمجسم بال فمجسما بال فهث متساويان ونخرج كل واحد من ضلعي هط رل علي استقامتهما في جهة ل ونفصل لشه كضلع تث وطم كضلع حس بالشكل الثالث من الاولي ونصل مس مشه شهث بخطوط مستقيمة فيكون ضلع مشه موازيا ومساويا لكل من ضلعي طل سث وضلع مس كضلع طح وضلع شهث كضلعي مس تل بالشكل الثالث والثلثين من الاولي فالسطوح المقابلة المحيطة بمجسم حشه متوازي لتوازي اضلاعها ونخرج ضلعي طح مس في جهة خ علي استقامتهما الي غير النهاية ونخرج فهضه في جهتيه علي استقامته فلان الزاوية المجاورة لزاوية حفهضه مع زاوية فهحز كقايمتين فهي مع الزاوية التي يحيط بها ضلع فهح وضلع طح المخرج اقل من قايمتين فضلع فهضه يلاقي ضلع طح المخرج فليلاقيه علي نقطة قه وبمثله تبين انه يلاقي ضلع مس المخرج فليلاقيه علي نقطة غ ونخرج كل واحد من ضلعي لت شهث علي استقامته في جهة ت الي غير النهاية ونخرج ضلع خي في جهتيه علي استقامته فلان الزاوية المجاورة لزاوية تيخ مع زاوية يتص كقايمتين فهي مع الزاوية التي يحيط بها تي وضلع لت المخرج اقل منهما فضلع يخ يلاقي ضلع لت المخرج فليلاقيه علي نقطة ظ ويلاقي ضلع شهث المخرج علي نقطة ذ ونصل بين كل واحده من نقطتي قه ظ غ ذ بخط مستقيم فمجسم قهث كمجسم فهث بالشكل التاسع والعشرين فمجسم قهث كمجسم بال وسطح قهس كسطح فهس بالشكل الخامس والثلثين من الاولي فسطح قهس كسطح بد وكان سطح زط كسطح بد فسطح قهس كسطح زط فلان نسبة مجسم زل الي مجسم حشه كنسبة قاعدة زط الي قاعدة حم بالشكل الخامس والعشرين ونسبة قاعدة قهس الي قاعدة حم كنسبة قاعدة زط الي قاعدة حم بالشكل السابع من الخامسة فنسبة مجسم زل الي مجسم حشه كنسبة قاعدة قهس الي قاعدة حم بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة مجسم قهث الي مجسم حشه كنسبة قاعدة قهس الي قاعدة حم بالشكل الخامس والعشرين فنسبة مجسم زل الي مجسم حشه كنسبة مجسم قهث الي مجسم حشه بالشكل الحادي عشر من الخامسة فبالشكل التاسع من الخامسة مجسم زل كمجسم قهث وكان مجسم بال كمجسم قهث فمجسم زل كمجسم بال وذلك ما اردنا ان نبين ۞

ولمجسم قهث مع مجسم فهث احتلاف وقوع فان ضلع تي يمكن ان يقع بين نقطتي ظ ذ ويمكن ان يقع خارجا عنهما ويمكن ان يقع علي نقطة ذ وتختار بها حسب ما ذكرناه في الشكل التاسع والعشرين ۞

لب

جميع المجسمات المتوازية السطوح المتوازية الاضلاع الكاينة علي قواعد متساوية وبارتفاع واحد ليست الخطوط المرتفعة من نقط زوايا قواعدها الي نقط زوايا السطوح المتقابلة لها قوايم علي قواعدها فهي متساوية ۞

لبكن مجسما بك زل كاينين علي قاعدتي اب حد هزحط وارتفاعهما واحد وليست خطوط ا نه دك هر طل ومقابلاتها اعمدة علي قاعدتي بد زط فاقول انهما متساويان فنخرج من نقط قاعدتي بد رط اعمدة اشه بع حفه دصه هث زخ حذ طضه علي قاعدتي بد زط الي ان ينتهي الي سطحي



مك سل بنقط شه ع فه صه خ ث ذ ضه بالشكل الثاني عشر فالاعمدة متوازية بالشكل السادس ونصل بين نهايات الاعمدة بخطوط مستقيمة فيحدث مجسما بصه زضه فالسطوح الحادثة من السطوح المحيطة بهما متوازية الاضلاع بالشكل السادس عشر فكل متقابلين من السطوح المحيطة بهما متوازية لتوازي اضلاعها فمجسما بصه زضه متساويان بالشكل المتقدم ولان كلاً من مجسمي بصه بك زل زضه متوازيي السطوح كاينين علي قاعدة واحدة وبارتفاع واحد اما علي خط واحد اوليس علي خط واحد حسب ما يقتصيه وضع الشكل فهما متساويان باحد شكلي التاسع والعشرين والثلثين فمجسم بك يساوي مجسم بصه وكان مجسم بصه مساويا لمجسم زضه فمجسم بك يساوي مجسم زضه وكان مجسم زل مساويا لمجسم زضه فمجسم بك مساو لمجسم زل وذلك ما اردنا ان نبين ۞

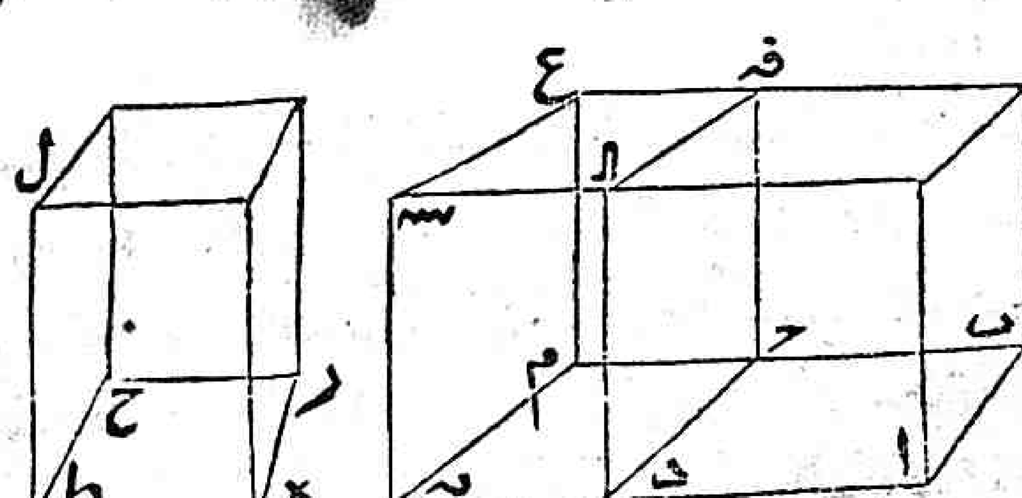
ولهذا

ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان ضلع بع يمكن ان يقع بين ضلعي نم كه او ينطبق علي احدهما ويقع خارجا عنهما ولذلك في ضلع زخ ۞

لج

كل مجسمين متوازيي السطوح المتوازية الاضلاع متساويي الارتفاعين فان نسبة احدهما الي الآخر كنسبة قاعدته الي قاعدة الآخر ۞

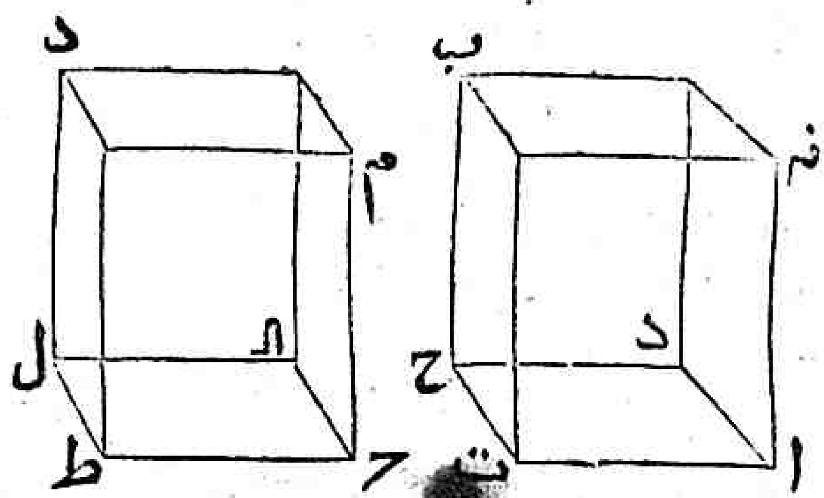
ليكن مجسما بك زل متوازيي السطوح المتوازية الاضلاع علي قاعدتي اب حد هزحط وبارتفاع واحد فاقول انهما متساويان فنعمل علي خط حد سطح حدمنه كقاعدة زط بحيث يكون خطا دنه حم علي استقامة خطي اد بح باستبانة الشكل الرابع والاربعين من الاولي ونخرج من نقطتي م نه خطي نهسه مع موازيين لضلعي دك حفه بالشكل الواحد والثلثين من الاولي ونفصل منهما نهسه مع مساويين لضلعتي دك حفه بالشكل الثالث من الاولي ونصل كسه فع بخطين مستقيمين فيحصل مجسم حسه ارتفاعه كارتفاع مجسم بك وكان ارتفاع مجسم زل كارتفاع مجسم بك فارتفاع مجسم حسه كارتفاع مجسم زل فمجسما حسه



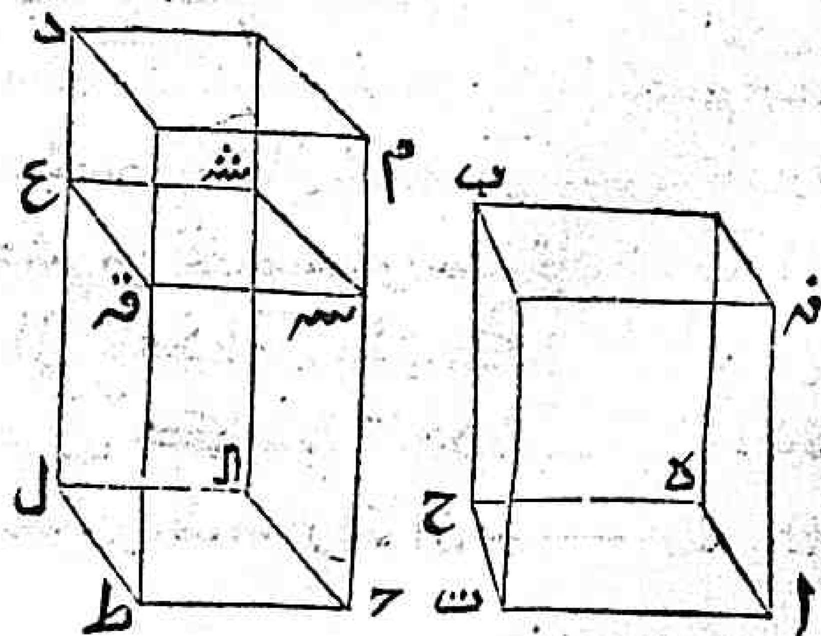
زل متوازيا السطوح المتوازية الاضلاع وبارتفاع واحد فهما متساويان باخذ شكلي الاحد والثلثين والثاني والثلثين ونسبة مجسم بك الي مجسم زل كنسبة مجسم بك الي مجسم حسه بالشكل السابع من الخامسة ونسبة قاعدة بد الي قاعدة حنه كنسبة مجسم بك الي مجسم حسه بالشكل الخامس والعشرين فنسبة مجسم بك الي مجسم زل كنسبة قاعدة بد الي قاعدة حنه بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة قاعدة بد الي قاعدة زط كنسبة قاعدة بد الي قاعدة حنه بالشكل السابع من الخامسة فنسبة مجسم بك الي مجسم زل كنسبة قاعدة بد الي قاعدة زط بالشكل الحادي عشر من الخامسة وذلك ما اردنا ان نبين ۞

لد

كل مجسمين متوازيي السطوح المتوازية الاضلاع خطوط سمكهما المرتفعه من نقط زوايا قاعدتيهما اعمدة عليهما فان كان متساويين كانت قاعدتاهما مكافيتين لارتفاعيهما في النسبة وان كانت قاعدتاهما مكافيتين لارتفاعيهما في النسبة كانا متساويين ۞



ليكن مجسما آب حد متوازيي السطوح المتوازية الاضلاع وقاعدتاهما ه‍أ ت ح حالط وارتفاعاهما آنه حم فاقول ان كان مجسما آب حد متساويين كانت نسبة قاعدة آح الي قاعدة حل كنسبة ارتفاع حم الي ارتفاع آنه وبالعكس برهانه فلان آنه حم اما متساويان او غير متساويين فان كانا متساويين كانت نسبة مجسم آب الي مجسم حد كنسبة قاعدة آح الي قاعدة حل بالشكل المتقدم فان كان المجسمان متساويين فالقاعدتان متساويان فنسبة قاعدة آح الي قاعدة حل كنسبة حم الي آنه بالتكافوء وان كانت نسبة قاعدة آح الي قاعدة حل كنسبة حم الي آنه بالتكافوء فالقاعدتان متساويتان لتساوي الارتفاعين ونسبة القاعدتين كنسبة المجسمين بالشكل المتقدم فالمجسمان متساويان ۞ وان كان الارتفاعان مختلفين وليكن الاطول حم فنفصل كل واحد من خطوط حس طق لع الس مساويا لخط آنه بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين نهاياتها بخطوط مستقيمة فيحصل مجسم حع فاضلاعه الحادثة متوازية بالشكل الثالث والثلثين من الاولي فسطح سع يوازي سطح حل لتوازي



اضلاعهما فمجسم حع متوازي السطوح المتوازية الاضلاع فمجسما آب حد

آب حد ان كانا متساويين جعلنا سطحي طم طس قاعدتين لمجسمي حد حع صارا بارتفاع واحد فلان نسبة قاعدة آح الي قاعدة حل كنسبة مجسم آب الي مجسم حع بالشكل المتقدم ونسبة مجسم حد الي مجسم حع كنسبة قاعدة طم الي قاعدة طس بالشكل المتقدم فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة قاعدة آح الي قاعدة حل كنسبة قاعدة طم الي قاعدة طس ونسبة حم الي حس كنسبة قاعدة طم الي قاعدة طس بالشكل الاول من السادسة فنسبة قاعدة آح الي قاعدة حل كنسبة حم الي حس بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة حم الي آنه كنسبة حم الي حس بالشكل السابع من الخامسة فنسبة قاعدة آح الي قاعدة حل كنسبة ارتفاع حم الي ارتفاع آنه بالتكافوء بالشكل الحادي عشر من الخامسة وان كانت نسبة قاعدة آح الي قاعدة حل كنسبة ارتفاع حم الي ارتفاع آنه فلان نسبة مجسم آب الي مجسم حع كنسبة قاعدة آح الي قاعدة حل بالشكل المتقدم وكانت نسبة حم الي آنه كنسبة قاعدة آح الي قاعدة حل فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مجسم آب الي مجسم حع كنسبة حم الي آنه ونسبة حم الي حس كنسبة حم الي آنه بالشكل السابع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مجسم آب الي مجسم حع كنسبة حم الي حس ونسبة قاعدة طم الي قاعدة طس كنسبة حم الي حس بالشكل الاول من السادسة فنسبة مجسم آب الي مجسم حع كنسبة قاعدة طم الي قاعدة طس بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة مجسم حد الي مجسم حع كنسبة قاعدة طم الي قاعدة طس بالشكل المتقدم فبالشكل الحادي عشر من الخامسة مجسم آب الي مجسم حع كنسبة مجسم حد الي مجسم حع فبالشكل التاسع من الخامسة مجسم حد يساوي مجسم آب فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

له

كل مجسمين متوازيين والمتوازية الاضلاع خطوط سمكهما المرتفعه من نقط زوايا قاعدتيهما ليست اعمدة عليهما فان كانا متساويين كانت قاعدتاهما متكافيتين لارتفاعيهما في النسبة وان كانت قاعدتاهما متكافيتين لارتفاعيهما في النسبة كانا متساويين ۞

لبكن مجسما اب حد علي قاعدتي اه حز حط لك والسطحان المتقابلان المقابلان لهما نم ب صه ت شه د ث ولبست الخطوط المستقيمة المرتفعه من نقط زوايا قاعدتي اب حد الي سطحي نب تد اعمدة علي القاعدتين فاقول انهما متساويان برهانه نخرج من نقط زوايا القاعدتين اف ه ع حر زق حذ طخ لظ كض عليهما الي ان ينتهي الي سطحي نب تد بالشكل الثاني عشر ونصل بين كل واحد من نقطتي فع عر رق قف دخ خظ ظض ضذ بخط مستقيم فكل من الاعمدة ارتفاع مجسمة فجسم اب لجسم ار ومجسم حد لجسم حط بالشكل الثاني والثلثين فان كان مجسم ار لجسم حظ كانت نسبة قاعدة اح الي قاعدة حل كنسبة ارتفاع حذ الي ارتفاع اف علي التكافوء وان كانت نسبة قاعدة اح الي قاعدة حل كنسبة ارتفاع حذ الي ارتفاع اف علي التكافوء فجسم ار لجسم اظ بالشكل المتقدم وكلما كان مجسم اب لجسم حد كان مجسم ار لجسم حظ وكلما كان مجسم ار لجسم حظ كانت نسبة قاعدة اح الي قاعدة حل كنسبة ارتفاع مجسم حد الي ارتفاع مجسم اب فكلما كان مجسم اب لجسم حد كانت نسبة قاعدة اح الي قاعدة حل كنسبة ارتفاع مجسم حد الي ارتفاع مجسم اب علي التكافوء وبمثله تبين العكس فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

لو

كل مجسمين متشابهين متوازي السطوح المتوازية الاضلاع نسبة احدهما الي الآخر كنسبة ضلع من اضلاع السطوح المتوازية الاضلاع السطوح المحيطة باحدهما الي نظيره من اضلاع السطوح المحيطة بالآخر مثلثة بالتكرير ۞

لبكن مجسم اب الذي تحيط به سطوح ازك كزه ب ه زا وما يقابلها يشبه مجسم حد الذي تحيط به سطوح حطس سط حد حطحث وما يقابلها

يقابلها وتكون نسبة از الي حط الطولين كنسبة زك الي طس العرضين وكنسبة ه ز الي ح ط السمكين فاقول ان نسبة مجسم اب الي مجسم حد كنسبة ضلع از او كز او ه ز الي نظيرها من اضلاع حط طس طح مثلثة بالتكرير برهانه نخرج خطوط از كز ه ز في جهة ز علي استقامتها الي غير النهاية ونفصل زل مثل حط وزم مثل طس وزن مثل طح بالشكل الثالث من الاولي فتكون نسبة از الي زل وكز الي زم وه ز الي زن كنسبة از الي حط وكز الي سط وه ز الي طح بالشكل السابع من الخامسة ونخرج من كل واحد من نقط ل م ن خطين موازيين لمقابليهما بالشكل الواحد والثلثين من الاولي وهي خطوط لت لر مق مر نق نت يتلاقي نت لت لانا اذا وصلنا لن بخط مستقيم كانت زاويتا زنل زلن اقل من قايمتين بالشكل السابع عشر من الاولي فتكون زاويتا لنت نلت المتقابلتين المساويتين لهما بالشكل التاسع والعشرين من الاولي وبمثله تبين في البواقي ونتمم مجسم لق فلان زوايا لزم نزم لزن كزوايا ازك كزه ازه التي هي كزوايا حطس سطح حطح فزاوية لزم كزاوية حطس وزاوية نزم كزاوية سطح وزاوية لزن كزاوية حطح ولان ضلعي زم زل والزاوية التي بينهما كضلعي سط طح والزاوية التي بينهما وهي من سطوح متوازية الاضلاع فبالانطباق سطح لم كسطح حس وبمثله تبين ان سطح نم كسطح طد وسطح لن كسطح حح والسطوح المقابلة لها مساوية اياها بالشكل الرابع والعشرين فجسم لق لجسم حد باحد شكلي الواحد والثلثين والثاني والثلثين ونخرج خطوط تن قم ظق به علي استقامتها في جهات نم قه ونجعل نع قف كاز بالشكل الثالث من الاولي ونتمم مجسمي عم اخ علي قياس ما مر في مجسم لق فلان نسبة مجسم اب الي مجسم اخ كنسبة سطح كه الي سطح ه م ونسبة سطح كه الي سطح ه م كنسبة خط كز الي خط زم فنسبة مجسم اب الي مجسم اخ كنسبة كز الي زم لكن نسبة خط كز الي خط زم كنسبه ه ز الي زن بالشكل الاول من السادسة فنسبة مجسم اب الي مجسم اخ كنسبة ه ز الي زن بالشكل الحادي عشر من الخامسة وبمثله تبين ان نسبة مجسم اخ الي مجسم اق كنسبة كز الي زم وكانت نسبة زه الي زن كنسبة كز الي زم فنسبة مجسم اخ الي مجسم اق كنسبة زه الي زن بالشكل الحادي عشر من

الخامسة وكانت نسبة مجسم اب الي مجسم اخ كنسبة زه الي زنه فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مجسم اب الي مجسم اخ كنسبة مجسم اخ الي مجسم اقه وبمثله تبين ان نسبة مجسم اقه الي مجسم قل كنسبة زه الي زنه وكانت نسبة مجسم اخ الي مجسم اقه كنسبة زه الي زنه فنسبة مجسم اخ الي مجسم اقه كنسبة مجسم اقه الي مجسم قل بالشكل الحادي عشر من الخامسة فنسبة مجسم اب الي مجسم اخ كنسبة مجسم اخ الي مجسم اقه وكنسبة مجسم اقه الي مجسم قل فنسبة مجسم اب الي مجسم قل كنسبة مجسم اب الي مجسم اخ مثلثة بالتكرير لكن نسبة مجسم اب الي مجسم حد كنسبته الي مجسم قل بالشكل السابع من الخامسة وكانت نسبة مجسم اب الي مجسم اخ مثلثة بالتكرير كنسبة مجسم اب الي مجسم حد فنسبة مجسم اب الي مجسم حد كنسبة مجسم اب الي مجسم اخ مثلثة بالتكرير ولان نسبة زه الي زنه كنسبة مجسم اب الي مجسم اخ فنسبة زه الي زنه مثلثة بالتكرير كنسبة مجسم اب الي مجسم اخ مثلثة بالتكرير فنسبة مجسم اب الي مجسم حد كنسبة زه الي زنه مثلثة بالتكرير بالشكل الحادي عشر من الخامسة لكن نسبة زه الي زنه كنسبة زه الي طح بالشكل الاول من السابعة فنسبة زه الي طح مثلثة بالتكرير كنسبة زه الي زنه مثلثة بالتكرير فنسبة مجسم اب الي مجسم حد كنسبة زه الي حط مثلثة بالتكرير بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة از الي حط كنسبة ال‍ز الي طس وكنسبة هز الي طح فنسبة از الي حط وال‍ز الي طس مثلثة بالتكرير كنسبة هز الي طح مثلثة بالتكرير فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مجسم اب الي مجسم حد كنسبة كل واحد من خطوط از الي حط وال‍ز الي طس وهز الي طح مثلثة بالتكرير فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

لز

كل خطين قاما على نقطتي زاويتين مسطحتين متساويتين في السمك واحاط احدهما مع ضلعي

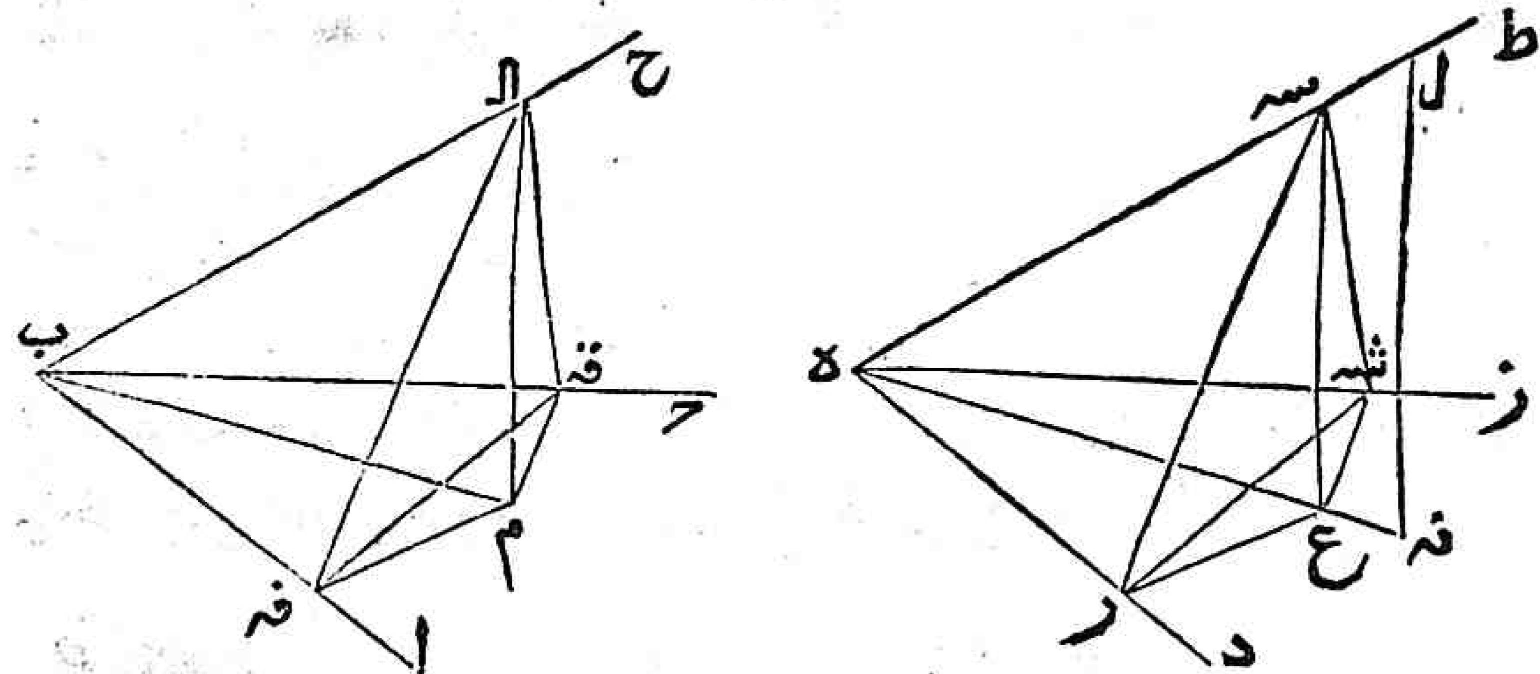
زاويتيه

زاويتيه بزاويتين مساويتين للزاويتين اللتين يحيط بها الخط الآخر مع ضلعي زاويتيه كل لنظيرتها واخرج من نقطتين علي الخطين كيف ما وقعا عمودان على سطحي الزاويتين ووصل بين نقطتي الزاويتين وبين مسقط العمودين بخطين فالزاويتان اللتان يحيط بها الخطان الحادثان والخطان الواقعان في السمك متساويتان ۞

لتكن زاويتا ابح دهز متساويتين وقام علي نقطتي ب ه خطا حب طه في السمك وصارت زاوية ابح كزاوية دهط وزاوية حبح كزاوية طهز واخرج من نقطتي ال ل الكاينتين علي خطي حب طه عمودا ام لنه علي سطحي زاويتي ابح دهز ووصل بم هنه بخطين مستقيمين فاقول ان زاوية حبم كزاوية طهنه برهانه فان لم يكن له كخط اب نفصل من اعظمهما وليكن هو له سه كخط اب بالشكل الثالث من الاولي ونخرج من نقطة سه عمود سع علي خط هنه بالشكل الثاني عشر من الاولي فهو مواز لعمود لنه بالشكل الثامن والعشرين من الاولي ولنه عمود علي سطح زاوية دهز فسع عمود عليه ايضا بالشكل الثامن ونخرج من نقطة م عمودي مفه مقه علي ضلعي اب بح ومن نقطة ع عمودي عز عشه علي ضلعي ده هز بالشكل الثاني عشر من الاولي ونصل فهقه الفه القه شهر رسه سهشه بخطوط مستقيمة فلان مربع اب كمربعي مب مال ومربع مب

لمربعي فب فم بالشكل السابع والاربعين من الاولي فمربع با لمربعات
ام مف فب لكن مربع اف لمربعي ام مف بالشكل السابع والاربعين من
الاولي فمربع با لمربعي بف فا فبالشكل الثامن والاربعين من الاولي
زاوية بفا قايمة وبمثله تبين ان مربع با لمربعي اق تق وان مربع
هس لمربعي سر ره ولمربعي سش شه ولان زاويتي ابف افب وضلع
اب من مثلث ابف كزاويتي سهر سره وضلع سه من مثلث سهر
فضلع اف كضلع سر وضلع بف كضلع هر بالشكل السادس والعشرين
من الاولي وبمثله تبين ان ضلع اق كضلع سش وضلع بق كضلع هش
فضلعا بف بق وزاوية فبق من مثلث فبق كضلعي هر هش وزاوية
رهش من مثلث رهش فبالشكل الرابع من الاولي قاعدة فق كقاعدة رش

١



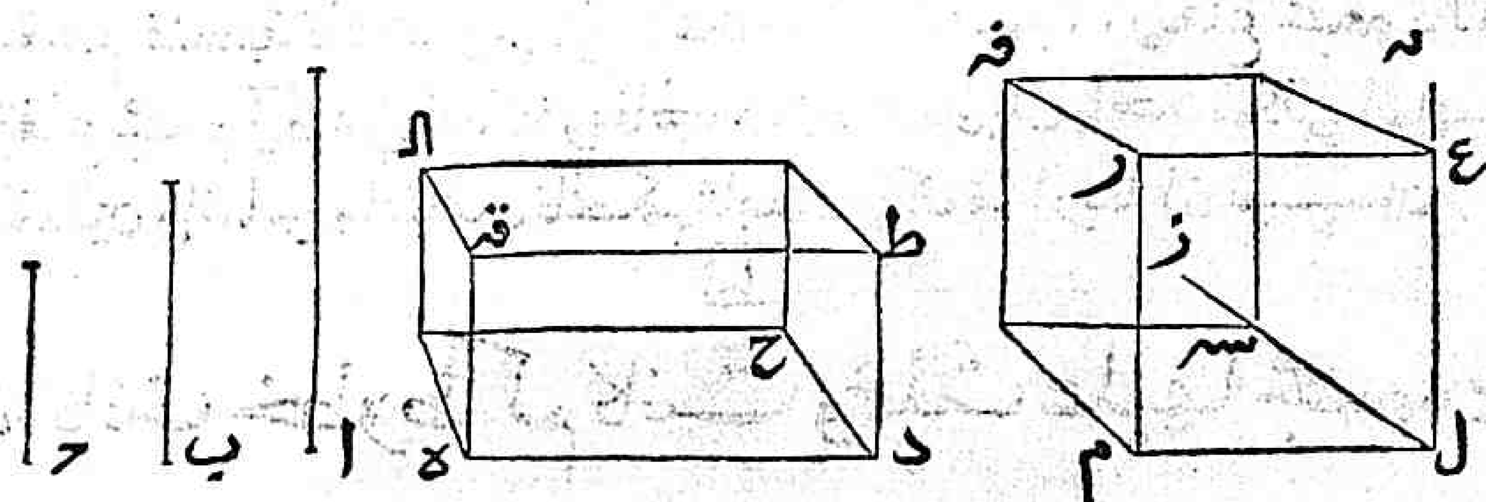
وزاوية بفق كزاوية هرش وزاوية بقف كزاوية هشر وكانت كل من
زوايا بفم بقم هرش هشع قايمة تبقي زاوية مفق كزاوية عرش
وزاوية مقف كزاوية عشر وضلع فق كضلع رش فضلع مف كضلع عر
بالشكل السادس والعشرين من الاولي وكان مربع ضلع اف لمربعي ضلعي ام
مف ومربع ضلع سر لمربعي ضلعي سع عر فاذا القينا مربع مف من مربع
فا ومربع عر من مربع سر يبقي مربع ام لمربع سع فكام كسع
وكان مربع بم لمربعي بف مف ومربع هع لمربعي عر ره فضلع بم
كضلع هع فاضلاع مثلث ابم كاضلاع مثلث شهع المتناظره
فزاوية ابم كزاوية سهع بالشكل الثامن من الاولي وان كان له لخط
اب فلا يحتاج الي اخراج عمود سع وتبين كما بينا وذلك ما اردنا ان نبين ۞
ولهذا الشكل اختلاف وقوع فان العمود يمكن ان يقع علي احد ضلعي
الزاويتين او علي نقطتي ب ه فحينيذ لا يحتاج الي بيان واخراج شي من
الخطوط فيكون الخطان عمودين علي سطحي الزاويتين بالشكل الرابع
فتكون الزوايا التي تحيط العمودان مع كل من الضلعين ومع اي خط
مستقيم يخرج من نقطتي ب ه في سطحي الزاويتين قوايم ويمكن ان يقع
خارج الزاويتين فيحتاج الي اخراج احد ضلعي الزاويتين اوكلهما ثم
تبين

تبين بمثل ما بينا ويمكن ان يقع بين ضلعي الزاويتين وبينـــاه ۞

لح

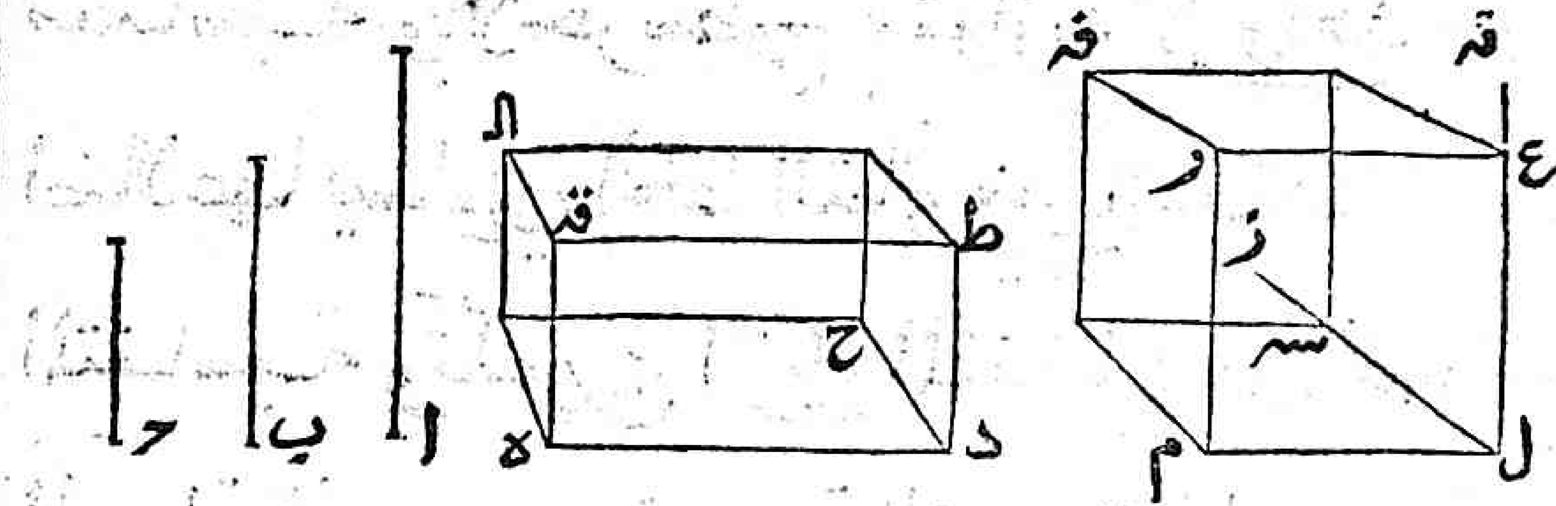
كل مجسمين تحيط باحدهما سطوح متوازية كل ضلع من اضلاعها يساوي احد ثلثة خطوط متناسبه وبالآخر سطوح متوازية كل واحد من اضلاعها يساوي الخط الثاني من الثلثة الخطوط المتناسبة وتكون الزوايا المتناظره من السطوح المحيطة بالمجسمين متساوية فانهما متساويـــة ۞

ليكن الخطوط المتناسبة ا ب ح نسبة ا الي ب كنسبة ب الي ح ولنكن
خط ده لخط ا ولنرسم علي نقطة د منه زاوية مجسمة كيف اتفق وهي
التي يحيط بها سطوح هدط حده حدط ولنجعل حد لخط ب ودط لخط
ح بالشكل الثالث من الاولي ونخرج من نقطتي ه ط خطي هق طق



موازيين لخطتي دط ده بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فهمـــا
يتلاقيان لانا اذا وصلنا هط بخط مستقيم تكون زاويتا دهط دطه اقل
من قايمتين بالشكل السابع عشر من الاولي وهما كزاويتي قطه قهط بالشكل
التاسع والعشرين من الاولي فليتلاقيا علي نقطة ق وبمثله نتمم مجسم دا
فتكون السطوح المحيطة به متوازية لتوازي اضلاعها ولنفصل من خط
مستقيم خط لم لخط ب بالشكل الثالث من الاولي ونرسم علي نقطة ل
منه زاوية مجسمة كزاوية د بالشكل السادس والعشرين علي ان تكون
زاوية مل ز كزاوية هدح وزاوية زل ن كزاوية حدط وزاوية مل ن كزاوية
هدط ونفصل من ل ز ل س ومن ل ن ل ع مساويين لخط ب بالشكل الثالث
من الاولي ونتمم مجسم لف علي قياس مجسم دا ولان نسبة ده الي لم كنسبة

آ الي ب ونسبة آ الي ب كنسبة آ الي لم بالشكل السابع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة ده الي لم كنسبة آ الي ل ب ونسبة ب الي ح كنسبة آ الي ب فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة حه الي لم كنسبة ب الي ح ونسبة لع الي دط كنسبة ب الي دط ونسبة ب الي ح كنسبة ب الي دط بالشكل السابع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة لع الي دط كنسبة بح الي دط فبهذا الشكل



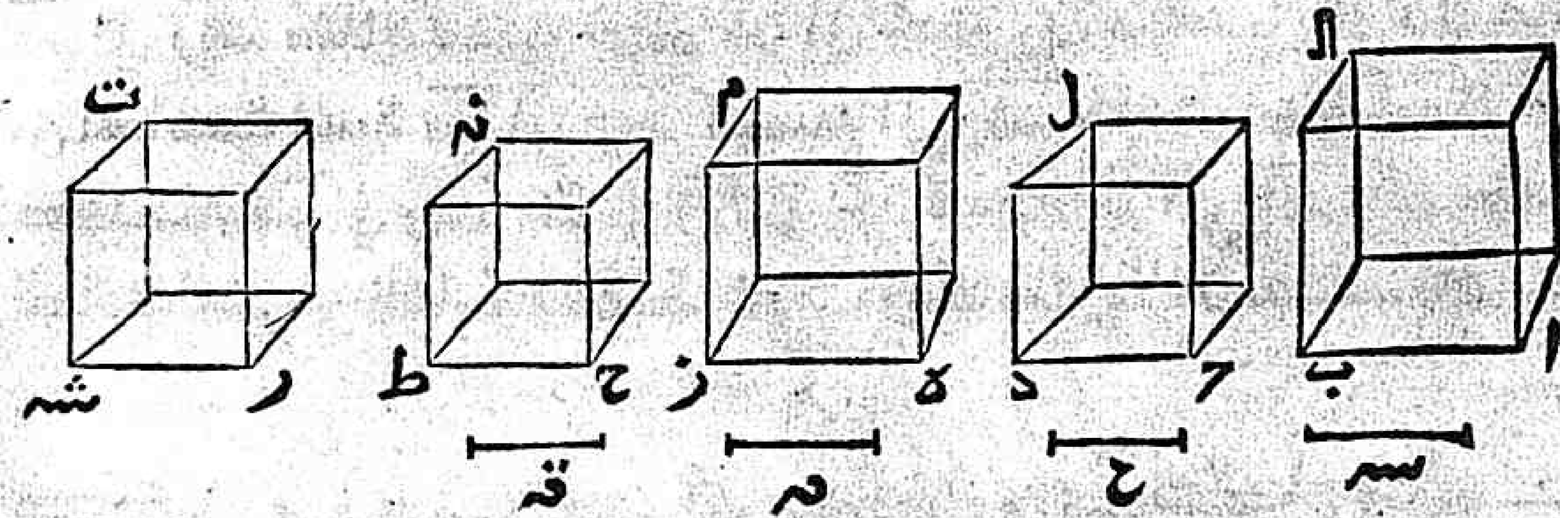
بعينه نسبة ده الي لم كنسبة لع الي دط وزاوية مرلع كزاوية هدط فقاعدة دق كقاعدة لر بالشكل الرابع من السادسة والشكل الرابع والثلثين من الاولي بعد اخراج قطري مع طه ولان مجسمي دك لق متوازيي السطوح المحيطة بهما لتوازي اضلاعهما وضلعا دح لسه متساويان وجعلناهما سمكيهما فيكون ارتفاعاهما بقدر واحد بالشكل المتقدم فنسبة قاعدة لر الي قاعدة دق كنسبة ارتفاع مجسم دك الي ارتفاع مجسم لق علي التكافوء فالمجسمان متساويان باحد شكلي الرابع والثلثين والثامن والثلثين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

لط

اذا كانت خطوط كم كانت وعملت عليها مجسمات متوازية الاضلاع متشابهة علي حلقه واحده فان كانت الخطوط متناسبة كانت المجسمات متناسبة وان كانت المجسمات متناسبة كانت الخطوط متناسبة ۞

لتكن اب حد هر حط اربعة خطوط وعملت عليها مجسمات اك حل هم حنه متوازية السطوح المحيطة بها ومتشابهة كلها علي حلقه واحدة بالشكل السابع والعشرين فاقول ان كانت نسبة اب الي حد كنسبة هر الي حط

الي حط كانت نسبة مجسم اك الي مجسم حل كنسبة مجسم هم الي مجسم حنه وبالعكس برهانه ولنجد لخطي اب حد ثالثا ورابعا في النسبة



وهما سه ع ولخطي هر حط كذلك وهما خطا فه قه بالشكل العاشر والحادي عشر من السادسة فنسبة اب الي حد كنسبة هر الي حط ونسبة حد الي سه كنسبة حط الي فه ونسبة سه الي ع كنسبة فه الي قه فبالمساوات المنتظمة نسبة اب الي ع كنسبة هر الي قه بالشكل الثالث والعشرين من الخامسة ونسبة مجسم اك الي مجسم حل كنسبة اب الي حد مثلثة بالتكرير بالشكل السادس والثلثين ونسبة اب الي ع كنسبة اب الي حد مثلثة بالتكرير فنسبة مجسم اك الي مجسم حل كنسبة اب الي ع بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة هر الي قه كنسبة اب الي ع فنسبة مجسم اك الي مجسم حل كنسبة هر الي قه بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة مجسم هم الي مجسم حنه كنسبة هر الي حط مثلثة بالتكرير بالشكل السادس والثلثين ونسبة هر الي قه كنسبة هر الي حط مثلثة بالتكرير فنسبة مجسم هم الي مجسم حنه كنسبة هر الي قه بالشكل الحادي عشر من الخامسة وكانت نسبة مجسم اك الي مجسم حل كنسبة هر الي قه فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مجسم اك الي مجسم حل كنسبة مجسم هم الي مجسم حنه وان كانت نسبة مجسم اك الي مجسم حل كنسبة مجسم هم الي مجسم حنه فنسبة اب الي حد كنسبة هر الي حط والا لكان نسبة اب الي حد كنسبة هر الي خط رشه ونعمل عليه مجسم رت شبيها بمجسم حنه بالشكل السابع والعشرين فيكون شبيها بمجسم هم لان السطوح المحيطة بمجسم هم شبيهة بالسطوح المحيطة بمجسم حنه النظير للنظير والسطوح المحيطة بمجسم رت شبيهة بالسطوح المحيطة بمجسم حنه النظير للنظير فالسطوح المحيطة بمجسم هم شبيهة بالسطوح المحيطة بمجسم رت النظير للنظير بالشكل الثامن عشر من السادسة فمجسم رت شبيه بمجسم هم فنسبة مجسم هم الي مجسم رت كنسبة مجسم اك الي مجسم حل بما تقدم في هذا الشكل وكانت نسبة مجسم هم الي مجسم حنه كنسبة مجسم اك الي مجسم حل فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مجسم هم الي مجسم حنه كنسبته الي مجسم رت ونسبة هر الي حط مثلثة كنسبة مجسم

هم الي مجسم ح نه بالشكل السادس والثلثين فنسبة هر الي حط مثلثة كنسبة مجسم هم الي مجسم رت بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة هر الي رشه مثلثة كنسبة مجسم هم الي مجسم رت فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة هر الي حط كنسبته الي رشه وكانت نسبة اب الي حد كنسبة هر الي رشه فنسبة اب الي حد كنسبة هر الي حط بالشكل الحادي عشر من الخامسة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

مر

كل مكعب يفصله سطحان ويمرّ كل منهما بانصاف اضلاع سطحين متقابلين من السطوح المحيطة به فان الفصل المشترك بين السطحين وقطر المكعب يتناصفان ۞

لبكن المكعب اب والسطحان المتقابلان من السطوح المحيطة به سطحي اح بح وقسمت اضلاعهما علي نقط ا ل م نه سه قه فه ع وفصل المكعب بسطحي الفه لع فبنقاطعا علي نقطتي ر شه ونصل رشه اب بخطين مستقيمين فاقول ان كل واحد من خطي اب رشه ينصف الآخر علي نقطة وهي نقطة ت برهانه لبكن الفصل المشترك بين السطحين المتقاطعين والمتقابلين خطوط ام لنه سه فه قه ع وهي مستقيمة بالشكل الثالث ونصل ار حر بشه سه ح بخطوط مستقيمة فلان السطوح المحيطة بالمكعب متوازية الاضلاع فالاضلاع المتقابلة من كل سطح منها متساوية بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فانصافها ايضا متساوية فلان اد يوازي حه فزاويتا الر حنه المتقابلتان متساويتان بالشكل التاسا والعشرين من الاولي وضلعي ال لر كضلعي حنه نهر فزاوية ارل كزاوية حرنه بالشكل الرابع من الاولي ولان زاويتي ارنه ارل كقايمتين بالشكل الثالث عشر من الاولي ونجعل زاوية ارنه مشتركة بين زاويتي ارل حرنه فتكون زاويتا حرنه ارنه معا كزاويتي ارل ارنه معا فزاويتا ارنه حرنه كقايمتين فخطا ار حر متصلان احدهما علي استقامة الآخر بالشكل الرابع عشر من الاولي وبمثله تبين ان خطي بشه حشه احدهما علي استقامة الآخر وخطا بح اح يوازيان خط

خط هط بالشكل الرابع والثلثين من الاولي وليست الخطوط الثلثة في سطح واحد فخطا اح بح متوازيان ومتساويان بالشكل التاسع فخطا اح بح متساويان ومتوازيان بالشكل الثالث والثلثين من الاولي فخطا ار بشه متساويان وخطا اب رتشه كاينان في سطح احبح بالشكل السابع فقطر اب يقطع خط رتشه فليقطعه علي نقطة ت فلان زاويتي اتر بتشه متساويتان بالشكل الخامس عشر من الاولي وزاوية ارت كزاوية بشهت بالشكل التاسع والعشرين من الاولي وضلع ار كضلع بشه فبالشكل السادس والعشرين من الاولي ضلع ات كضلع بت وضلع رت كضلع تشه وذلك ما اردنا ان نبين ۞

ما

كل منشورين ارتفاعهما بقدر واحد وقاعدة احدهما مثلث وقاعدة الآخر سطح متوازي الاضلاع ضعف ذلك المثلث فهما متساويان ۞

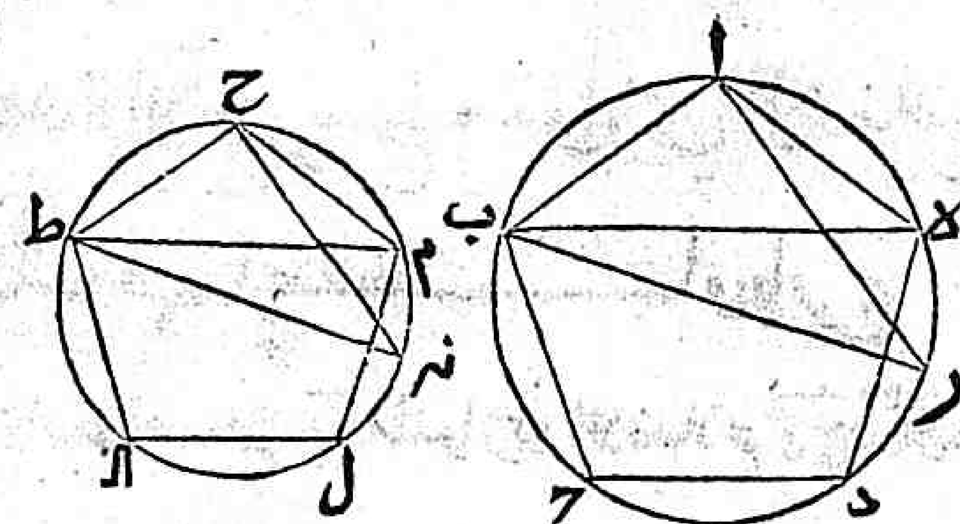
لبكن ابحده منشورا قاعدته سطح حه المتوازي الاضلاع وحنه ال ط منشورا اخر قاعدته مثلث نه ال وسطح حه ضعف مثلث نه ال وارتفاعهما بقدر واحد فاقول ان المنشورين متساويان برهانه نتمم مجسمي الع حسه كما بينا في الشكل السادس والثلثين فلان متوازي الاضلاع طا ضعف مثلث نه ال بالشكل الرابع والثلثين من الاولي وكان سطح بد ضعف مثلث نه ال فقاعدتا بد طا متساويتان فجسما حسه الع علي قاعدتين متساويتين وبارتفاع واحد فهما متساويان بالشكل الواحد والثلثين والثاني والثلثين والمنشوران نصفا المجسمين بالشكل الثامن والعشرين فهما متساويان وذلك ما اردنا ان نبين ۞

تمت المقالة الحادية عشر والحمد لله المساعد

المقالة الثانية عشر وهي خمسة عشر شكلا

ا

كل سطحين كثيري الاضلاع والزوايا المتشابهين الواقعين في دايرتين فان نسبة احد السطحين الى الآخر كنسبة مربع قطر دايرته الى مربع قطر الدايرة الآخري ☆



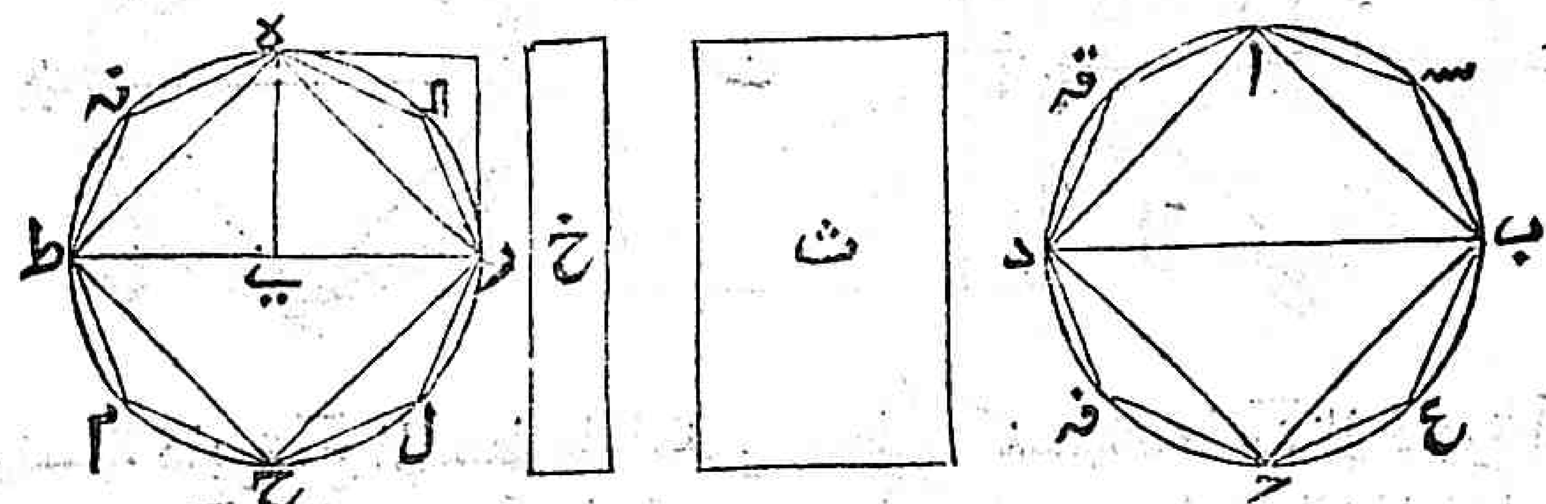
لبكن سطحا ابجده حطالم كثير الاضلاع والزوايا المتشابهان في دايرتين قطرهما بر طن فاقول ان نسبة سطح اد الي سطح حل كنسبة مربع قطر بر الي مربع قطر طن برهانه نصل ار به ه حن طم بخطوط مستقيمة فلان نسبة اب الي حط كنسبة اه الي حم وزاوية باه كزاوية طحم فزاوية اهب كزاوية حمط بالشكل العشرين من الثالثة فزاوية ارب كزاوية اهب وزاوية حنط كزاوية حمط بالشكل العشرين من الثالثة فزاوية ارب كزاوية حنط وكل من زاويتي بار طحن قايمة بالشكل الثلثين من الثالثة فزوايا مثلث ابر كزوايا مثلث طحن بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فمثلث ابر شبيه بمثلث طحن بالشكل الرابع من السادسة فنسبة بر الي طن كنسبة اب الي حط فنسبة بر الي طن مثناة كنسبة اب الي حط مثناة ونسبة سطح اد الي سطح حل كنسبة اب الي حط مثناة بالشكل التاسع عشر من السادسة فنسبة سطح اد الي سطح حل كنسبة بر الي طن مثناة بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة مربع بر الي مربع طن كنسبة بر الي طن مثناة بالشكل التاسع عشر من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة سطح اد الي سطح حل كنسبة مربع بر الي مربع طن قطري الدايرتين فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ☆

ب

كل

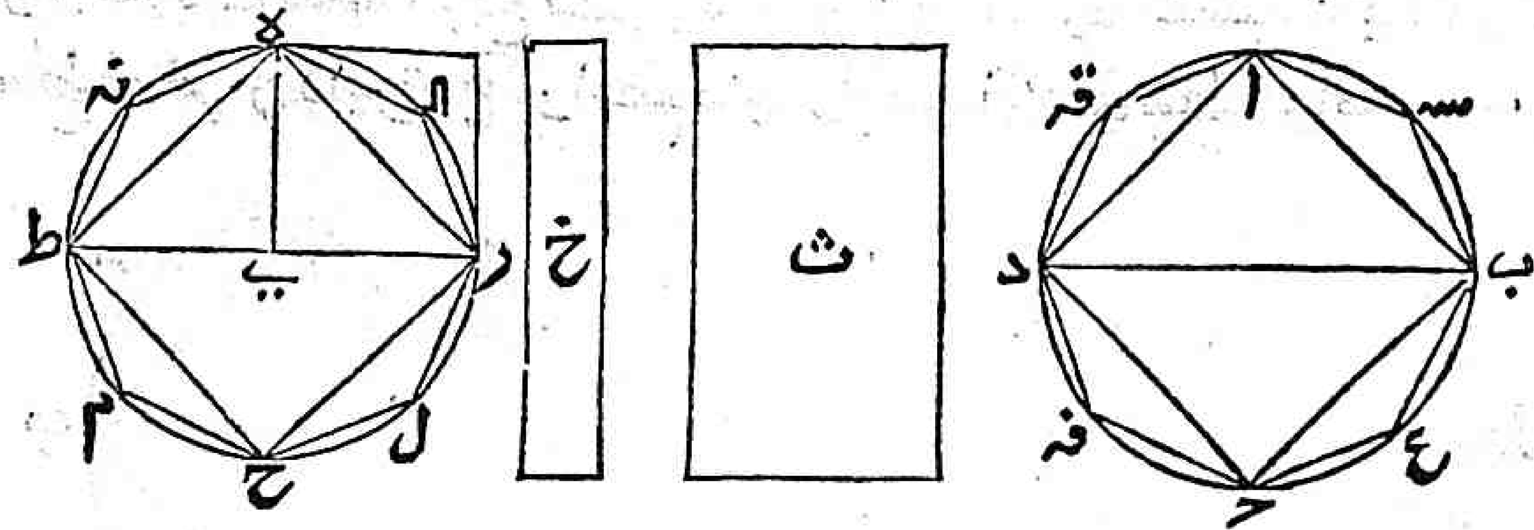
كل دايرتين نسبة مربعي قطريهما كنسبتهما النظير من النظير ☆

لبكن بد قطر دايرة ابجد وزط قطر دايرة هزحط فاقول ان نسبة مربع قطر بد الي مربع قطر زط كنسبة دايرة اج الي دايرة هح برهانه والا لكانت نسبة مربع قطر بد الي مربع قطر زط كنسبة دايرة اج الي سطح اصغر من دايرة هح او اعظم منها ولبكن اولا الي سطح هو اصغر من



دايرة هح ولبكن هو سطح ث ولبكن سطح خ كفضل دايرة هح علي سطح ث ولنرسم في دايرة هح مربع هزحط بالشكل السادس من الرابعة فسطح هزحط اعظم من نصف دايرة هح فننصف قطر زط بالشكل العاشر من الاولي علي نقطة ي ونخرج من نقطتي ز ي عمودي زش يه علي قطر زط بالشكل الحادي عشر من الاولي ونفصل زش مثل يه بالشكل الثالث من الاولي ونصل هش بخط مستقيم فخطا زش يه متوازيان بالشكل الثامن والعشرين من الاولي وخط هش موازلخط زي بالشكل الثالث والثلثين من الاولي ومثلث هزي الذي هو نصف سطح يهش المتوازي الاضلاع بالشكل الرابع والثلثين من الاولي الذي هو اعظم من رابع دايرة هزحط فشكل هزحط اعظم من نصف دايرة هح ثم فننصف قطع هز زح حط طه بالشكل التاسع والعشرين من الثالثة علي نقط ك ل م ن ونصل هك كز زل لح حم مط طن نه بخطوط مستقيمة فمثلثات هكز زلح حمط طنه اعظم من انصاف القطع الاربع وهكذا نعمل الي ان يبقي من الدايرة ما هو اقل من سطح خ بالشكل الاول من العاشرة ولتكن هي القطع المذكورة فيكون سطح الم الكثير الاضلاع اعظم من سطح ث ونعمل في دايرة اج شكلا شبيها بشكل الم كما عملنا وهو سطح اسه ب ع حف د ق الكثير الاضلاع وكانت نسبة دايرة اج الي سطح ث كنسبة مربع قطر بد الي مربع قطر زط ونسبة كثير اضلاع سف الي كثير اضلاع الم كنسبة مربع قطر بد الي مربع قطر زط بالشكل المتقدم فنسبة دايرة اج الي سطح ث كنسبة سطح سف الي سطح الم بالشكل الحادي

عشر من الخامسة وبالابدال نسبة دايرة اج الي سطح سه فه كنسبة سطح ث الي سطح ام الذي هو اعظم من سطح ث بالشكل السادس عشر من الخامسة لكن دايرة اج اعظم من سطح سه فه فسطح ث اعظم من سطح ام وهو اصغر منه هذا خلف ثم لتكن نسبة مربع قطر ب د الي مربع قطر رط كنسبة دايرة اج الي سطح هو اعظم من دايرة هح وهو سطح ث فبالخلاف نسبة مربع رط الي مربع ب د كنسبة سطح ث الي دايرة اج



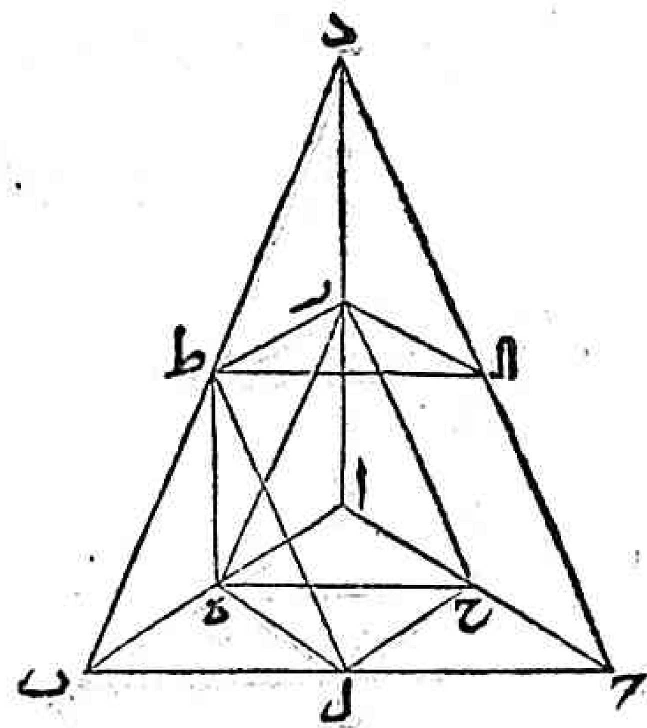
ونسبة دايرة هح الي سطح ما وليكن سطح خ كنسبة سطح ث الي دايرة اج لكن سطح ث اعظم من دايرة هح فدايرة اج اعظم من سطح خ بالشكل الرابع عشر من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع رط الي مربع ب د كنسبة دايرة اج الي سطح خ فندبر مثل ما دبرنا ونبين الخلف بمثل ما بينا فلا يمكن ان تكون نسبة مربع ب د الي مربع رط كنسبة دايرة اج الي سطح اصغر او اعظم من سطح دايرة هح فهي كنسبة دايرة اج الي سطح مساو لدايرة هح ونسبة دايرة اج الي دايرة هح كنسبتها الي سطح مساو لدايرة هح بالشكل السابع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع ب د الي مربع رط كنسبة دايرة اج الي دايرة هح وذلك ما اردنا ان نبين ۞

ج

كل مخروط مثلث القاعدة فلنا ان نفصله الي مخروطين متساويين متشابهين يشبهان المخروط الاعظم ومنشورين متساويين هما معا اعظم من نصف المخروط الاعظم ۞

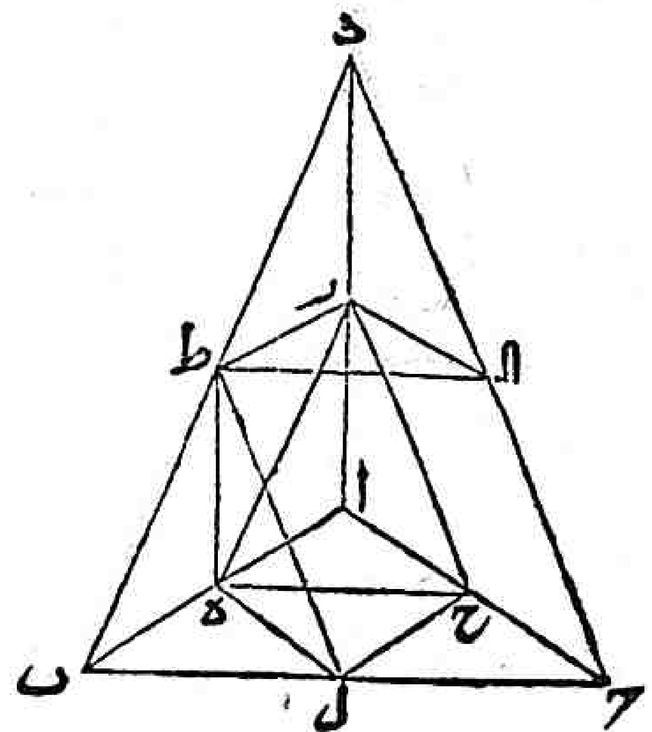
ليكن مخروط قاعدته مثلث ا ب ج وراسه نقطة د فاقول لنا ان نفصله الي مخروطين متساويين متشابهين يشبهان مخروط ا ب ج د ومنشورين متساويين هما معا اعظم من نصف المخروط الاعظم برهانه ننصف كل

كل واحد من اضلاع اب اد اج دب دج بج علي نقط ه ر ح ط ك ل بالشكل العاشر من الاولي ونصل بين كل من نقطتي ه ر ه ح ر ح رط رك طك حل طل بخط مستقيم ولان كل واحد من اضلاع مثلثات اب ج ادب اد ج ب د ج منصف باحدي النقط المذكورة فاضلاع تلك المثلثات منقسمة علي نسبة واحدة فالخطوط المستقيمة الواصلة بين النقط المذكورة موازية لاضلاع تلك المثلثات بالشكل الثاني من السادسة فيكون رط مساويا لب ه المساوي لاه فرط يساوي اه وره مساويا لب ط المساوي لط د فط د يساوي ره وار مساويا لرد بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فاضلاع مثلث اه ر مساوية لاضلاع مثلث د ر ط فزواياهما المتناظرة متساوية



والمثلث كالمثلث بالشكل الثامن من الاولي فنسبة رط الي اه كنسبة دط الي ره وكنسبة در الي ار بالشكل الرابع من السادسة فمثلثا اه ر د ر ط متساويان ومتشابهان وبمثله تبين ان مثلثي ار ح د ر ك متساويان متشابهان ولان ضلعي دط دك يوازيان ويساويان ضلعي ره رح بالشكل الثاني من السادسة والرابع والثلثين من الاولي وليست في سطح واحد فزاويتا ه ر ح ط د ك متساويتان بالشكل العاشر من الحادية عشر فقاعدة طك كقاعدة هح ومثلث ره ح كمثلث دط ك وساير الزوايا كساير الزوايا بالشكل الرابع من الاولي فنسبة دط الي ره كنسبة دك الي رح ونسبة طك الي هح بالشكل الرابع من السادسة فمثلثا ره ح دط ك متساويان متشابهان فاضلاع مثلثي اه ح رط ك متساوية فهما متساويان وزواياهما المتناظره متساوية بالشكل الثامن من الاولي فنسبة رط الي اه كنسبة رك الي اح وكنسبة طك الي هح بالشكل الرابع من السادسة فمثلثا رط ك اه ح متساويان متشابهان فالمثلثات المحيطة بمخروطي اه ح ر رط ك د متساوية متشابهة فالمخروطان متساويان متشابهان • ولان ضلعي رط طك يوازيان ضلعي اب بج وليست في سطح واحد فزاوية رط ك تساوي زاوية اب ج بالشكل العاشر من الحادية عشر وبمثله تبين ان زاويتي ط ر ك ر ك ط يساويان زاويتي ب اج اج ب فزوايا مثلث رط ك تساوي زوايا مثلث اب ج كل لنظيره فبالشكل الرابع من السادسة نسبة اب الي رط كنسبة ب ج الي طك وكنسبة اج الي رك فمثلثا اب ج ط ر ك متشابهان • ولان اب يوازي رط فزاوية دط ر كزاوية اب د وزاوية در ط كزاوية ب اد بالشكل التاسع والعشرين من الاولي وزاوية ادب مشتركة بين مثلثي اب د د ر ط

فزواياهما المتناظرة متساوية فنسبة اب الي رط كنسبة بد الي دط وكنسبة اد الي در بالشكل الرابع من السادسة فمثلثا ابد درط متشابهان وبمثله تبين ان مثلثي درك ادج متشابهان وكذلك مثلثا دبج دطك فالمثلثات المحيطة بمخروط ابجد تشبه المثلثات المحيطة بمخروط اهرح



شبيهة بالمثلثات المحيطة بمخروط رطكد فالمثلثات المحيطة بمخروط ابجد شبيهة بالمثلثات المحيطة بمخروط اهحر بالشكل الواحد والعشرين من السادسة فمخروط ابجد اهحر متشابهان ولان المنشور الذي يحيط به مثلثا بطل هرح وسطوح هط طح بح المتوازية الاضلاع والمنشور الذي يحيط به مثلثا حلج كرط وسطوح طح جر رل المتوازية الاضلاع ارتفاعهما واحد لان مثلث رطك يوازي مثلث ابج فالاعمدة النازلة من اي نقطة من نقط ركط علي سطح مثلث ابج متساو بعضها لبعض وقاعدة احدهما وهو متوازي الاضلاع بج ضعف قاعدة جحل لانا ان وصلنا هل بخط مستقيم كان سطح بح ضعف مثلث هبل بالشكل الرابع والثلثين من الاولي وكان مثلثا هبل حلج متساويين بالشكل السادس والثلثين من الاولي فالمنشوران متساويان بالشكل الحادي والاربعين من الحادية عشر ولان ارتفاع مخروط اهحر كارتفاع منشور حلجك وقاعدتاهما اعني مثلثي اهح حلج متساويتان بالشكل السادس والثلثين من الاولي وراس المخروط نقطة ر وراس المنشور مثلث رطك فالمنشور اعظم من مخروط اهحر فالمنشوران معا اعظم من مخروطي اهحر طركد معا فالمنشوران معا اعظم من نصف مخروط ابجد فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

وقد استبان منه ان لنا ان نفصل كل مخروط من مخروطي اهحر رطكد الي مخروطين متساويين متشابهين والي منشورين هما معا اعظم من مخروطيهما وهكذا الي غير النهاية ۞

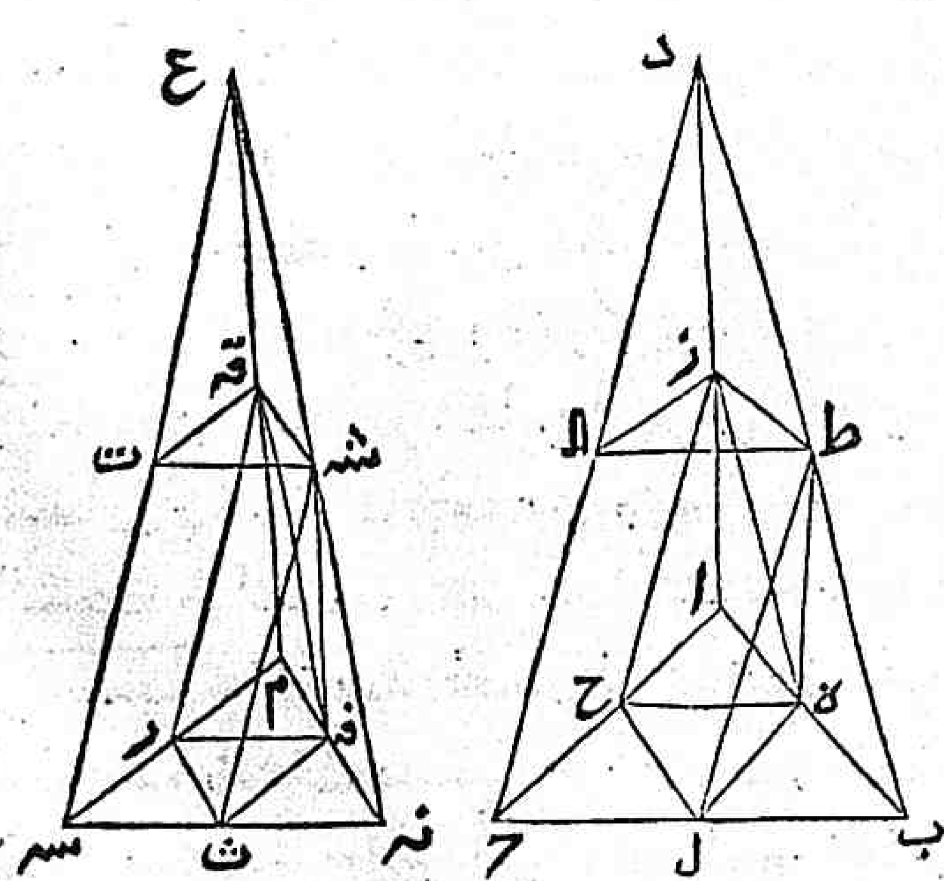
د

كل مخروطين مثلثي القاعدتين ارتفاعهما بقدر واحد فصل كل منهما الي مخروطين متساويين

متشابهين

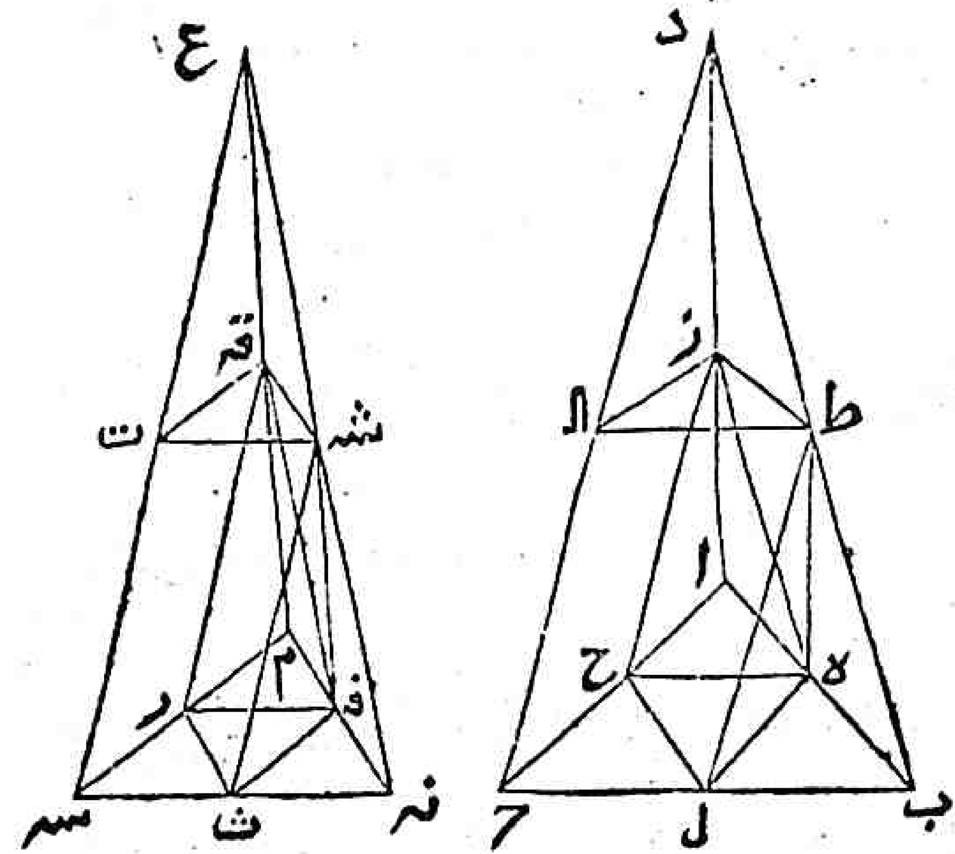
متشابهين يشبهانه والي منشورين متساويين هما معًا اعظم من نصفه وفصل كل من المخروطين الحادثين الي مخروطين متساويين متشابهين فيشبهانه والي منشورين متساويين هما معًا اعظم من نصف مخروطه وهكذا بالغا ما بلغ بشرط ان يكون عدد المناشير التي يشتمل عليها احد مخروطي الاعظم كعدد المناشير التي يشتمل عليها المخروط الآخر الاعظم فان نسبة قاعدة احد مخروطي الاعظم الي قاعدة المخروط الآخر الاعظم كنسبة جميع المناشير التي يشتمل عليها المخروط الاول الي جميع المناشير التي يشتمل عليها المخروط الثاني ۞

ليكن مخروطا ابجد منسع ارتفاعهما بقدر واحد وقاعدتاهما مثلثا ابج منس وفصل مخروط ابجد الي مخروطي اهحز طكزد المتساويين المتشابهين يشبهان مخروط ابجد والي منشوري زحبط زحلك متساويين وهما معا اعظم من نصف مخروط ابجد وفصل كل من مخروطي اهحز طكزد الي مخروطين



ومنشورين كما ذكرناه وهكذا بالغا ما بلغ وفصل مخروط منسع الي

مخروطي م ف ر ق ش ت ق ع والي منشوري ق ر ث ش ق س ث ت هما معا اعظم من نصف مخروط م ن س ع وكل من مخروطيه الي مخروطين ومنشورين كما ذكرناه وهكذا بالغا ما بلغ بحيث يكون عدد المناشير التي يشتمل عليها مخروط اب ج د كعدد المناشير التي يشتمل عليها مخروط م ن س ع وبيان تفصيل المخروطين الي المخاريط والمناشير المتساوية بالشكل المتقدم فاقول ان نسبة قاعدة اب ج الي قاعدة م ن س كنسبة جميع المناشير التي يشتمل عليها مخروط اب ج د الي جميع المناشير التي يشتمل عليها مخروط م ن س ع اذا كانت متساوية العدة برهان ذلك فلان نسبة ب ج الي ن س كنسبة ل ج الي ث س بالشكل الخامس عشر من الخامسة لان ب ج ضعف ل ج كما ان ن س ضعف ث س فنسبة ل ج الي ث س مثناة كنسبة ب ج الي ن س مثناة ونسبة قاعدة اب ج الي قاعدة م ن س كنسبة ب ج الي ن س



مثناة بالشكل التاسع عشر من السادسة فبالتقديم نسبة قاعدة اب ج الي قاعدة م ن س كنسبة ل ج الي ث س مثناة بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة قاعدة ح ل ج الي قاعدة ر ث س كنسبة ل ج الي ث س مثناة بالشكل التاسع عشر من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة قاعدة اب ج الي قاعدة م ن س كنسبة قاعدة ح ل ج الي قاعدة ر ث س ولان منشور ح ل ج ك نصف مجسم متوازي الاضلاع ارتفاعه كارتفاع منشور ح ل ج ك بالشكل الثامن عشر من الحادية عشر وبمثله نقول ان منشور ر ث س ت نصف مجسم متوازي الاضلاع ارتفاعه كارتفاع منشور ر ث س ت بالشكل الثامن عشر من الحادية عشر وارتفاعا المنشورين متساويان فارتفاعا المجسمين متساويان ونسبة الاجزاء كنسبة الاضعاف بالشكل الخامس عشر من الخامسة فنسبة منشور ح ل ج ك الي منشور ر ث س ت كنسبة المجسم الذي هو ضعف منشور ح ل ج ك الي المجسم الذي هو ضعف منشور ر ث س ت ونسبة قاعدة المجسم الذي هو ضعف منشور ح ل ج ك الي قاعدة المجسم الذي هو ضعف منشور ر ث س ت كنسبة المجسم الي المجسم بالشكل الثالث والثلثين من الحادية عشر لان ارتفاعي المجسمين متساويان فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة منشور

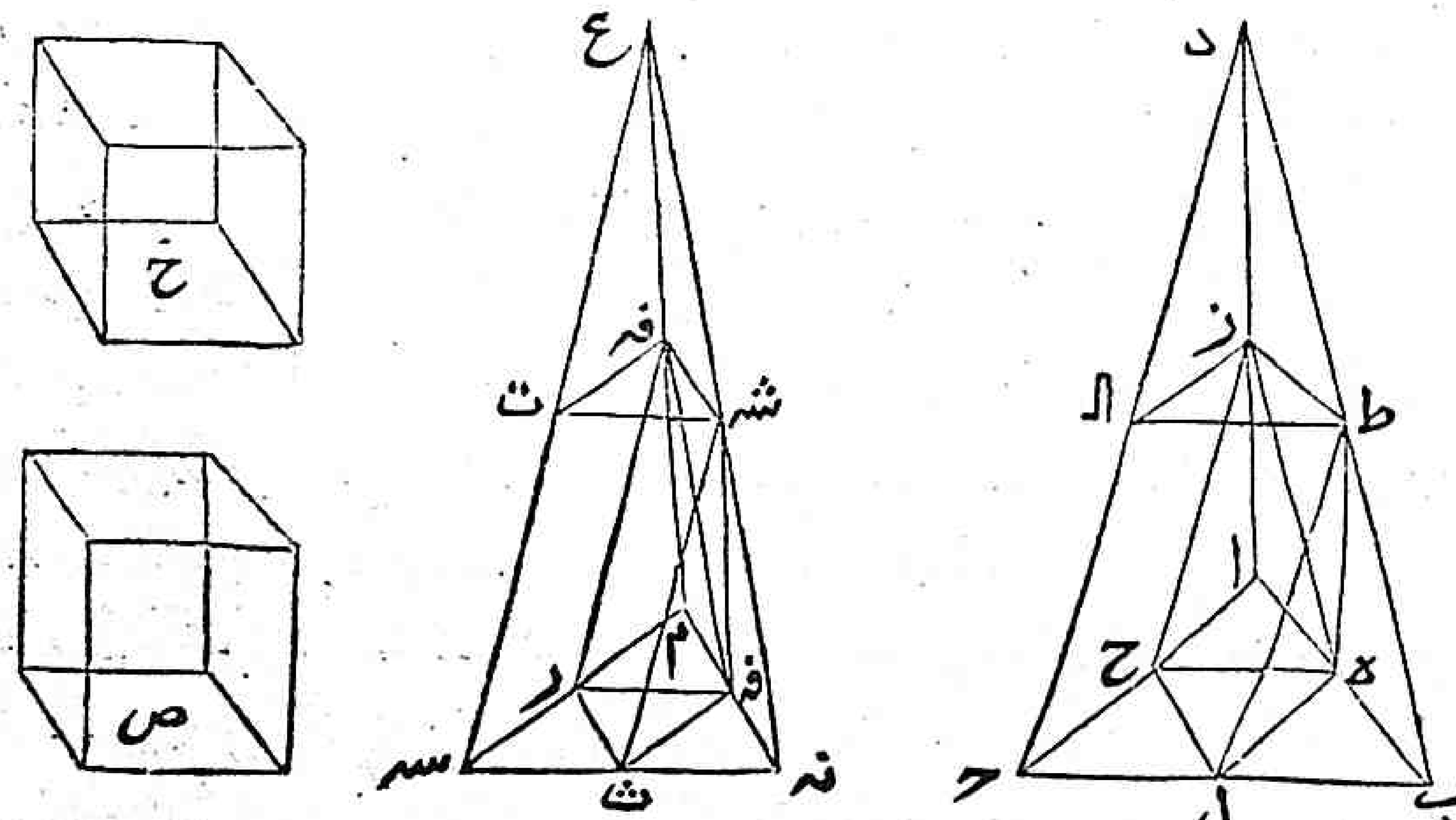
منشور ح ل ج ك الي منشور ر ث س ت كنسبة قاعدة المجسم الذي هو ضعف منشور ح ل ج ك الي قاعدة المجسم الذي هو ضعف منشور ر ث س ت ونسبة قاعدة ح ل ج الي قاعدة ر ث س كنسبة قاعدة المجسم الذي هو ضعف منشور ح ل ج ك الي قاعدة المجسم الذي هو ضعف منشور ر ث س ت بالشكل الخامس عشر من الخامسة لان كلا من قاعدتي ح ل ج ر ث س نصف قاعدة احد المجسمين بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة منشور ح ل ج ك الي منشور ر ث س ت كنسبة قاعدة ح ل ج الي قاعدة ر ث س وكانت نسبة قاعدة اب ج الي قاعدة م ن س كنسبة قاعدة ح ل ج الي قاعدة ر ث س فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة منشور ح ل ج ك الي منشور ر ث س ت كنسبة قاعدة اب ج الي قاعدة ر ث س ونسبة ضعف منشور ح ل ج ك الي ضعف منشور ر ث س ت كنسبة منشور ح ل ج ك الي منشور ر ث س ت بالشكل الخامس عشر من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة ضعف منشور ح ل ج ك الي ضعف منشور ر ث س ت كنسبة قاعدة اب ج الي قاعدة م ن س وتبين بمثل هذا البيان ان نسبة قاعدة ا ه ج الي قاعدة م ف ر كنسبة قاعدة اب ج الي قاعدة م ن س فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة ضعف منشور ح ل ج ك الي ضعف منشور ر ث س ت كنسبة قاعدة ا ه ج الي قاعدة م ف ر وتبين بمثل ما بينا ان نسبة منشوري مخروط ا ه ج ر الي منشوري مخروط م ف ر ق كنسبة قاعدة ا ه ج الي قاعدة م ف ر فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة ضعف منشور ح ل ج ك الي ضعف منشور ر ث س ت كنسبة منشوري مخروط ا ه ج ر الي منشوري مخروط م ف ر ق فلو سلكنا هذه الطريقة لحصل لنا ان نسبة كل منشورين متساويين من المناشير التي يشتمل عليها مخروط اب ج د عند انقسامه الي مخاريط ومناشير متساوية الي منشورين متساويين من المناشير التي يشتمل عليها مخروط م ن س ع عند انقسامه الي مخاريط ومناشير متساوية كنسبة ضعف منشور ح ل ج ك الي ضعف منشور ر ث س ت النظير من النظير ونسبة مقدم واحد الي تاليه كنسبة جميع المقدمات الي جميع التوالي بالشكل الثالث عشر من الخامسة فنسبة جميع المناشير التي يشتمل عليها مخروط اب ج د الي جميع المناشير التي يشتمل عليها مخروط م ن س ع عند انقسام مخروطي اب ج د م ن س ع الي مخاريط ومناشير غير متناهية العدد او متناهية العدد بشرط التساوي كنسبة ضعف منشور ح ل ج ك الي ضعف منشور ر ف س ت وكانت نسبة قاعدة اب ج الي قاعدة م ن س كنسبة ضعف منشور ح ل ج ك الي ضعف منشور ر ث س ت فبالتقديم نسبة قاعدة اب ج الي قاعدة م ن س كتسبة جميع المناشير التي يشتمل عليها مخروط اب ج د عند انقسامه الي مخاريط ومناشير متساوية

الي جميع المناشير التي يشتمل عليها مخروط م ن س ع عند انقسامه الي مخاريط ومناشير متساوية بشرط تساوي العدة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبـــــــيـن ۞

ة

كل مخروطين مثلثي القاعدتين متساويي الارتفاعين فان نسبة احدهما الي الآخر كنسبة قاعدته الي قاعدة الآخــــــر ۞

ليكن مخروطا اب ج د م ن س ع قاعدتاهما مثلثا اب ج م ن س وارتفاعهما بقدر واحد فاقول ان نسبة قاعدة اب ج الي قاعدة م ن س كنسبة مخروط اب ج د الي مخروط م ن س ع برهانه والّا فلتكن نسبة قاعدة اب ج الي قاعدة م ن س كنسبة مخروط اب ج د الي مجسم ما امّا اصغر من



مخروط م ن س ع وامّا اعظم منه فليكن اوّلا الي مجسم اصغر منه وليكن هو مجسم ص وتمامه من مخروط م ن س ع بجسم خ ونفصل من مخروط م ن س ع مخروطين متساويين ومتشابهين ومشابهين لمخروط م ن س ع ومنشورين متساويين هما اعظم من نصف مخروط م ن س ع ونفصل من المخروطين الحادثين مخروطين متساويين متشابهين ويشبهان المخروطين الذين فصلا منه ومنشورين متساويين هما اعظم من نصف المخروط الذي فصلا منه وهكذا بالغا ما بلغ بالشكل الثالث فسيبلغ التفصيل الي ان يبقي مخروط م ن س مخروطان هما اصغر من مجسم خ بالشكل الاول من العاشرة وكان مخروط م ن س ع لمجسمي ص خ فمنشورا ر س ث ت ر ث ف ق معا اعظم من مجسم ص ونفصل من مخروط اب ج د مخاريـــط ومناشير بالصفة المذكورة عدتها كعدة ما يشتمل عليها مخروط م ن س ع من

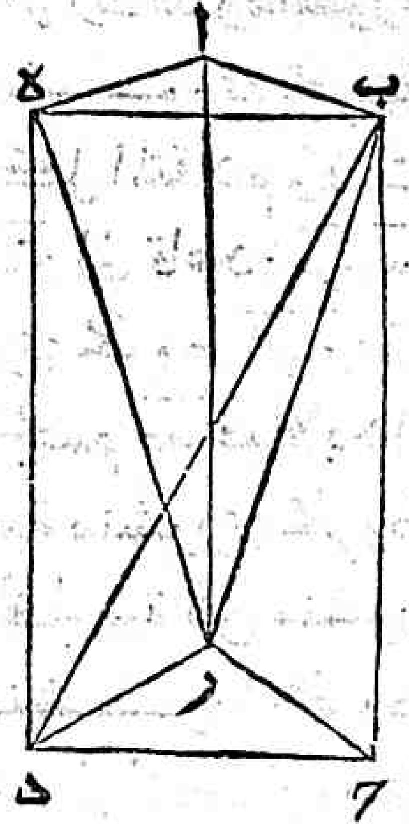
من المخاريط والمناشير بالشكل الثالث فليكن ما انفصل اليه مخروط ث ر ف ق اب ج د من المخاريط والمناشير مخروطي ا ه ح ز ز ط ا د ومنشوري ح ل ح ا ل ح ه ز فنسبة منشوري مخروط اب ج د الي منشوري مخروط م ن س ع كنسبة قاعدة اب ج الي قاعدة م ن س بالشكل المتقدم وكانت نسبة مخروط اب ج د الي مجسم ص كنسبة قاعدة اب ج الي قاعدة م ن س فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة منشوري مخروط اب ج د الي منشوري مخروط م ن س ع كنسبة مخروط اب ج د الي مجسم ص فبالابدال نسبة منشوري مخروط اب ج د الي مخروط اب ج د كنسبة منشوري مخروط م ن س ع الي مجسم ص بالشكل السادس عشر من الخامسة لكن منشورا مخروط اب ج د اصغر من مخروط اب ج د لانهما جزء فمنشـــورا مخروط م ن س ع اصغر من مجسم ص وكانا اعظم هذا خلف • ثم لتكن نسبة قاعدة اب ج الي قاعدة م ن س كنسبة مخروط اب ج د الي مجسم ما هو اعظم من مخروط م ن س ع وليكن هو مجسم خ فبالخلاف نسبة قاعدة م ن س الي قاعدة اب ج كنسبة مجسم خ الي مخروط اب ج د ونسبة مخروط م ن س ع الي مجسم ما وليكن هو مجسم ص كنسبة مجسم خ الي مخروط اب ج د لكن مجسم خ اعظم من مخروط م ن س ع فمخروط اب ج د اعظم من مجسم ص بالشكل الرابع عشر من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة قاعدة م ن س الي قاعدة اب ج كنسبة مخروط م ن س ع الي مجسم ص الذي هو اصغر من مخروط اب ج د فندبر مثل ما دبرنا ونبين الخلف مثل ما بينا فلا يمكن ان تكون نسبة قاعدة اب ج الي قاعدة م ن س كنسبة مخروط اب ج د الي مجسم اصغر او اعظم من مخروط م ن س ع فنسبة قاعدة اب ج الي قاعدة م ن س كنسبة مخروط اب ج د الي مجسم يساوي مخروط م ن س ع ونسبة مخروط اب ج د الي مخروط م ن س ع كنسبته الي مجسم يساوي مخروط م ن س ع بالشكل السابع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة قاعدة اب ج الي قاعدة م ن س كنسبة مخروط اب ج د الي مخروط م ن س ع وذلك ما اردنا ان نبـــــــيـن ۞

و

كل واحد من المناشير مثلثة القواعد يمكن ان يفصل الي ثلث مخاريط متساويـــة قاعدة كل مثــــــــلث ۞

ليكن منشور اب ج د ه ر قاعدته مثلث ج د ر فاقول انه يمكن ان يفصل الي ثلثة مخاريط متساوية قاعدة كل مثلث برهانه نصل ب د ب ر ه ر

بخطوط مستقيمة فلان مثلثي ب ح د ب ه د متساويان بالشكل الرابع والثلثين من الاولي لان سطح ب ح د ه متوازي الاضلاع ومخروطي ب ح د ر ب ه د ر متساويا الارتفاعين فنسبة مخروط ب ح د ر الي مخروط ب ه د ر كنسبة قاعدة ب ح د الي قاعدة ب د ه بالشكل المتقدم لكن القاعدتان متساويتان فمخروط ب ح د ر لمخروط ب ه د ر واذا جعلنا مثلث ر ه ا قاعدة لمخروط ر ه ا ب ومثلث ر د ه قاعدة لمخروط ر د ه ب يكون مخروط ر ه ا ب لمخروط ر د ه ب بالبيان المذكور فيكون مخروط ب ح د ر لمخروط ر ه ا ب فالمخاريط الثلثة متساوية وذلك ما اردنا ان نبين ۞

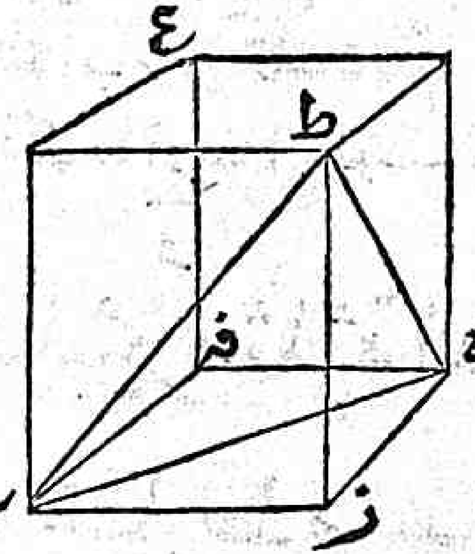


وقد بان منه ان كل مخروط مثلث القاعدة يتمم منشورا مثلث القاعدة هو ثلث المنشور ۞

ز

كل مخروطين قاعدة كل منهما مثلث فان كان متساويين كانت قاعدتاهما مكافيتين لارتفاعيهما وان كانت قاعدتاهما مكافيتين لارتفاعيهما فهما متساويين ۞

لتكن مثلثا ا ب ح ه ز ح قاعدتي مخروطي ا ب ح د و ه ز ح ط وزاوياهما نقطتي د ط فاقول ان المخروطان متساويين فقاعدتاهما متكافيتين لارتفاعيهما برهانه نخرج من نقطتي ا ح خطا ا م ح م موازيين





لخطي ب ح ا ب بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فهما يتلاقيان لان زاويتي ب ا ح ب ح ا اقل من قايمتين بالشكل التاسع عشر من الاولي وزاويتا م ا ح ا ح م تساوياهما بالشكل التاسع والعشرين من الاولي لتوازي خطوط ا ب م ح ا م ب ح وبمثله نتمم سطوح ب خ ب ن ا ل ح ل فيحصل

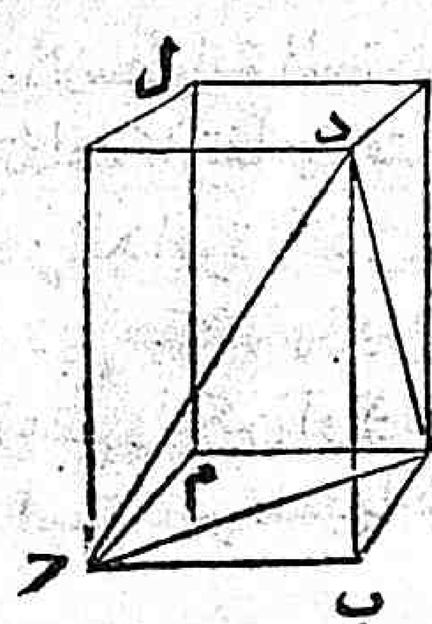
جسم

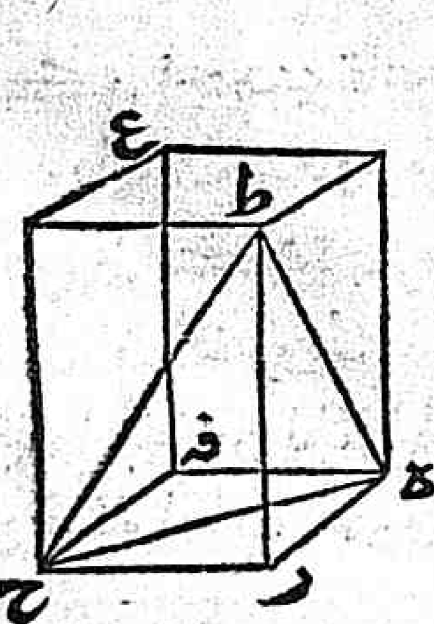
جسم ب ل متوازي السطوح لتوازي اضلاعهما وبمثله نتمم جسم ز ف ع فكل من الجسمين ينقسم الي منشورين بالشكل الرابع والعشرين من الحادية عشر وكل منشور ينقسم الي ثلث مثلثه القواعد بالشكل المتقدم فجسم ب م ل ستة امثال مخروط ا ب ح د وجسم ز ف ع ستة امثال مخروط ه ز ح ط والمخروطان متساويان فالجسمان متساويان وكل جسمين متساويتين فقاعدتاهما متكافيتان لارتفاعيهما بالشكل الرابع او الخامس والثلثين من الحادية عشر وارتفاع المجسمين والمخروطين متساويتين ونسبة الاجزآء كنسبة الاضعاف بالشكل الخامس عشر من الخامسة فنسبه قاعدة ا ب ح الي قاعدة ه ز ح كنسبة قاعدة ب م الي قاعدة ز ف بالشكل الحادي عشر من الخامسة فقاعدتا مخروطي ا ب ح د ه ز ح ط مكافيتان لارتفاعيهما • وان كانت قاعدتا المخروطين مكافيتين لارتفاعيهما فهما متساويان نتمم مجسمي المخروطين كما مرّ وهما مجسما ب م ل ز ف ع وقاعدة ب م ضعف مثلث ا ب ح وقاعدة ز ف ضعف مثلث ه ز ح بالشكل الرابع والثلثين من الاولي وارتفاع المخروطين والمجسمين متساويان ونسبة الاجزآء كنسبة الاضعاف بالشكل الخامس عشر من الخامسة فنسبة قاعدة ب م الي قاعدة ز ف كنسبة ارتفاع مجسم ز ف ع الي ارتفاع مجسم ب م ل بالشكل الحادي عشر من الخامسة فبالشكل الرابع والثلثين او الخامس والثلثين من الحادية عشر مجسما ب ل ز ع متساويان ومجسم ب ل ستة امثال مخروط ا ب ح د ومجسم ز ع ستة امثال مخروط ه ز ح ط فالمخروطان متساويان وذلك ما اردنا ان نبين ۞

ح

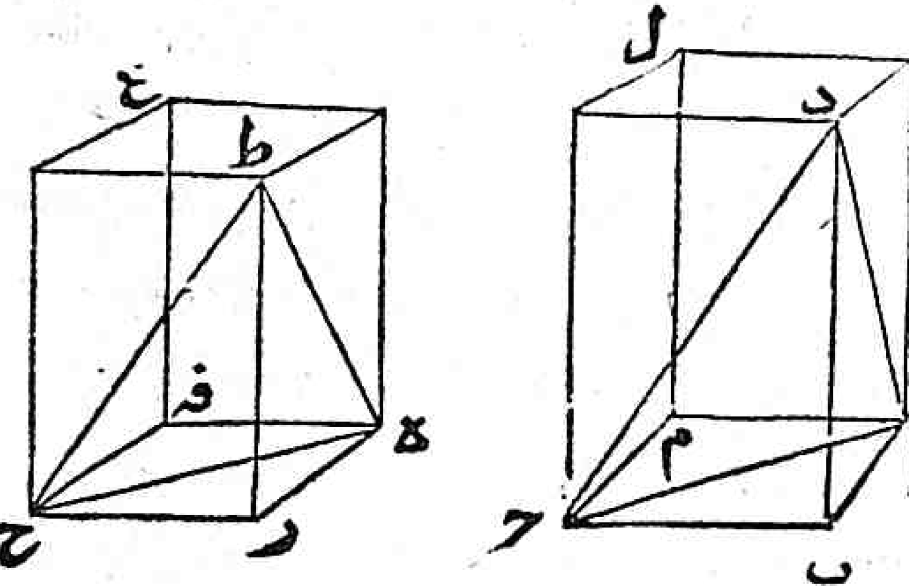
كل مخروطين متشابهين قاعدتهما مثلث فان نسبة احدهما الي الآخر كنسبة ضلع من اضلاع السطوح المحيطة به الي نظيره من اضلاع السطوح المحيطة بالآخر مثلثة بالتكرير ۞

لتكن مخروطا ا ب ح د ه ز ح ط فاقول ان نسبة مخروط ا ب ح د الي مخروط ه ز ح ط كنسبة ضلع من اضلاع السطوح المحيطه باحدهما الي ضلع من





اضلاع السطوح المحيطة بالآخر ولبكن كنسبة ب ح الي ز ح مثلثة بالتكرير برهانه نتمم مجسمي ب م ل ز ف ع كما مرّ في الشكل فتكون السطوح المقابلة من كل واحد منهما متساوية والاضلاع المقابلة من تلك السطوح متوازية بالشكل الرابع والعشرين من الحادية عشر فتكون الزوايا المقابلة من تلك السطوح متساوية بالشكل العاشر من الحادية عشر فبالشكل الواحد والعشرين من السادسة تكون السطوح المحيطة بالمجسمين متشابهة فنسبة



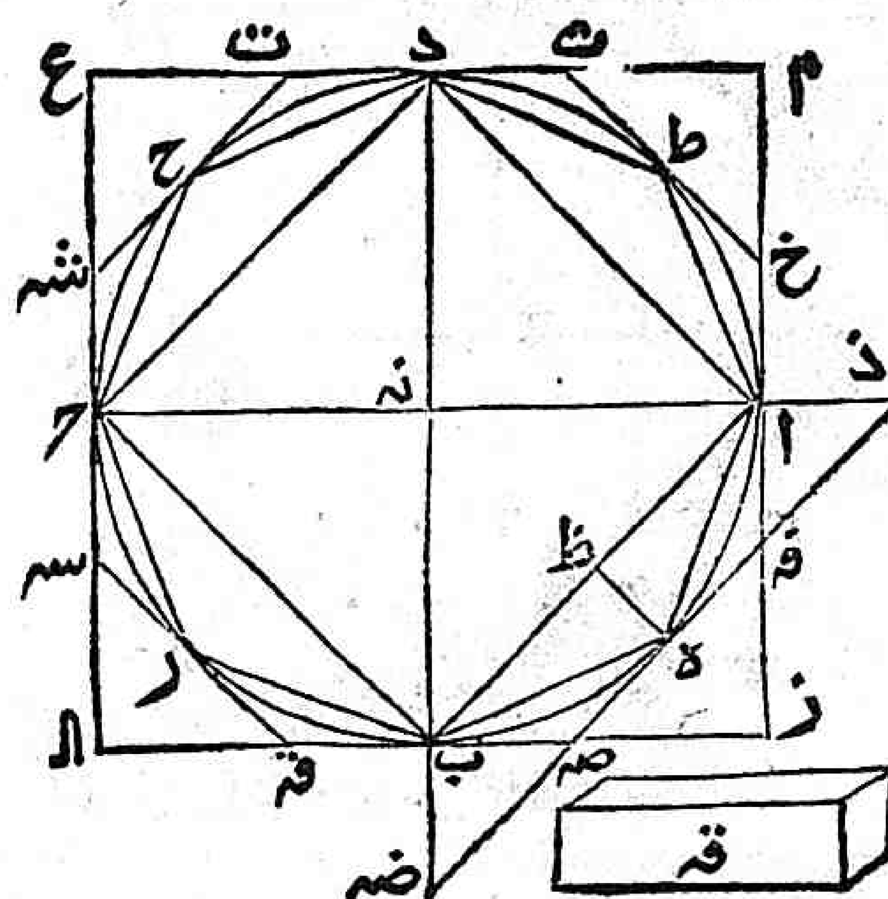
ضلع ب ح الي ضلع ز ح مثلثة بالتكرير كنسبة ب م ل الي مجسم ز ف ع بالشكل الحادي والثلثين من الحادية عشر وقد نبين في الشكل الثامن والعشرين من الحادية عشر ان كل مجسم متوازي السطوح ينصف بمنشورين وفي الشكل السادس بينا ان كل منشور مثلث القاعدة ينقسم الي ثلثة مخاريط متساوية مثلث القواعد فمخروط ا ب ح د سدس مجسم ب م ل ومخروط ه ز ح ط سدس مجسم ز ف ع ونسبة الاجزاء كنسبة الاضعاف بالشكل الخامس عشر من الخامسة فنسبة مخروط ا ب ح د الي مخروط ه ز ح ط كنسبة مجسم ب م ل الي مجسم ز ف ع بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة مجسم ب م ل الي مجسم ز ف ع كنسبة ب ح الي ز ح مثلثة بالتكرير بالشكل الثامن والعشرين من الحادية عشر فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مخروط ا ب ح د الي مخروط ه ز ح ط كنسبة ب ح الي ز ح مثلثة بالتكرير وذلك ما اردنا ان نبين ۞

ط

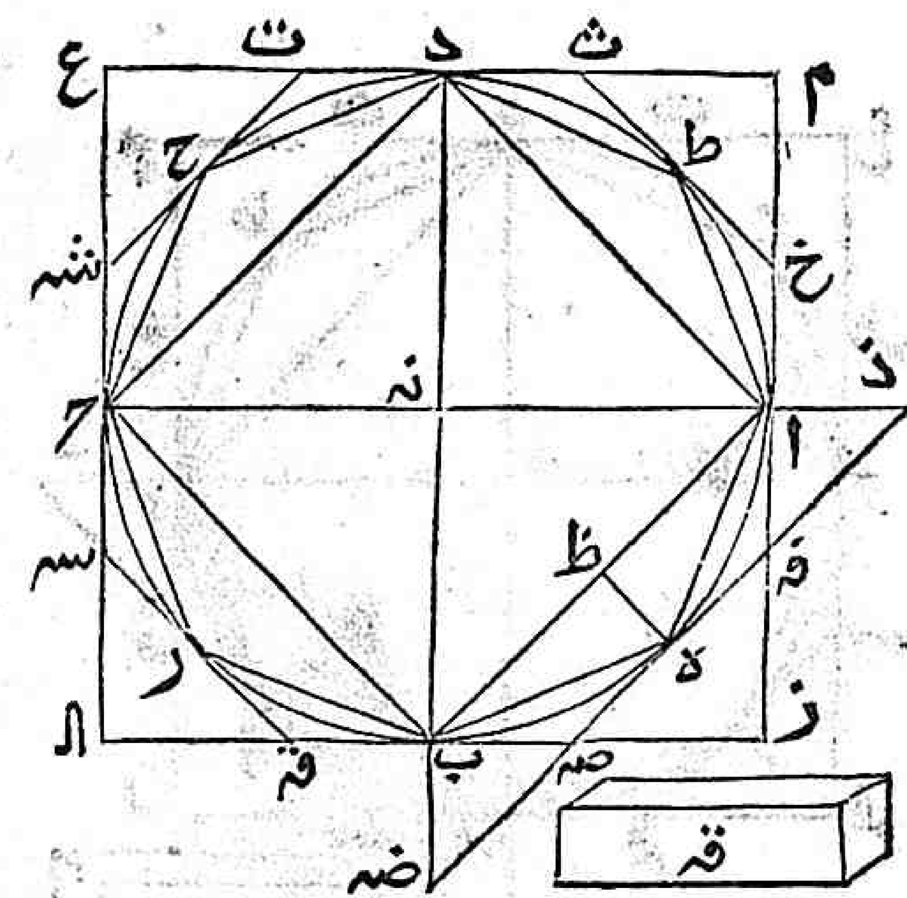
كل اسطوانة مستديرة فان مخروطها المستدير ثلثها ۞

لتكن احدي قاعدتي الاسطوانة المستديرة دايرة ا ب ح د وهي قاعدة مخروطها المستدير وارتفاعه كارتفاعها فتكون النقطة التي بين راس المخروط متحدة بمركز الدايرة التي هي لقاعدة الآخري للاسطوانة فاقول ان المخروط المستدير كثلثها برهانه فلانه لم يكن كثلثها لكان اصغر من ثلثها او اعظم وليكن اولا اصغر فالاسطوانة تكون اعظم من ثلثة اما ان المخروط المستدير فضلها عليه بجسم ق فثلثه امثال المخروط

المخروط مع مجسم ق كالاسطوانة فليمرّ سطح مستو يسهم الاسطوانة فيفصلها بقسمين وليكن الفصل المشترك بين السطح القاطع وقاعدتي الاسطوانة وسطها خطوط مستقيمة بالشكل الثالث من الحادية عشر فالمشترك بينه وبين القاعدتين قطراهما علي كل منهما وهما متوازيان لتوازي القاعدتين فالمشترك بينه وبين الاسطوانة خطان مستقيمان بين نهايتي القطرين ونرسم في قاعدتي ا ح ب د بالشكل الحادي من الرابعة وليكن القطر القاطع قطر ا ح علي زوايا قايمة قطر ب د وليربع التقاطع علي نقطة ن ولنخرج من نقط ا ب ح د في القاعدتين اعمدة ا ز ب ل ح ع د ح علي اقطار ا ح ب د بالشكل الحادي عشر من الاولي فتقع الاعمدة خارجه عن القاعدتين مما منه لهما بالشكل الخامس عشر من الثالثة فينتهي كل منهما الي عمودين منها فلبنته ا ز الي ب ل د ع علي نقطتي ز ح و ح ع الي ب ل د ع علي نقطتي ل ع لان كل واحدة من الزوايا التي يحيط بها احد الاعمدة مع احد الاضلاع ا ب ح د اقل من قايمة فتكون الاضلاع المتقابلة من سطحي ل ح المحيطين بالقاعدتين متوازية بالشكل الثامن والعشرين من الاولي فتكون متساوية بالشكل الرابع والثلثين من الاولي ونصل بين كل واحدة من النقط الكاينة علي اضلاع احد سطحي ل ح وبين النقط الكاينة علي اضلاع السطح الاخر منهما المتقاطر بخط مستقيم فتكون الخطوط الواصلة متوازية بالشكل الثالث والثلثين من الاولي فيحدث مجسم علي قاعدة ل ح متوازية السطوح المحيطة به لتوازي اضلاعها محيطا بالاسطوانة وعلي ارتفاعه واربعة مجسمات متوازية السطوح بارتفاع الاسطوانة وهي الكاينة علي قواعد ز ن ل ن ع ن ح ن وكل من المجسمات الاربعة منصف بالسطح المار ا ب ب ح ح د ا د الي منشوري بالشكل الثامن والعشرين من الحادية عشر فكل من منشورات ا ب ن ا د ن د ح ن ح ب ن اعظم من نصف قطعة الاسطوانة التي ذلك المنشور فيها

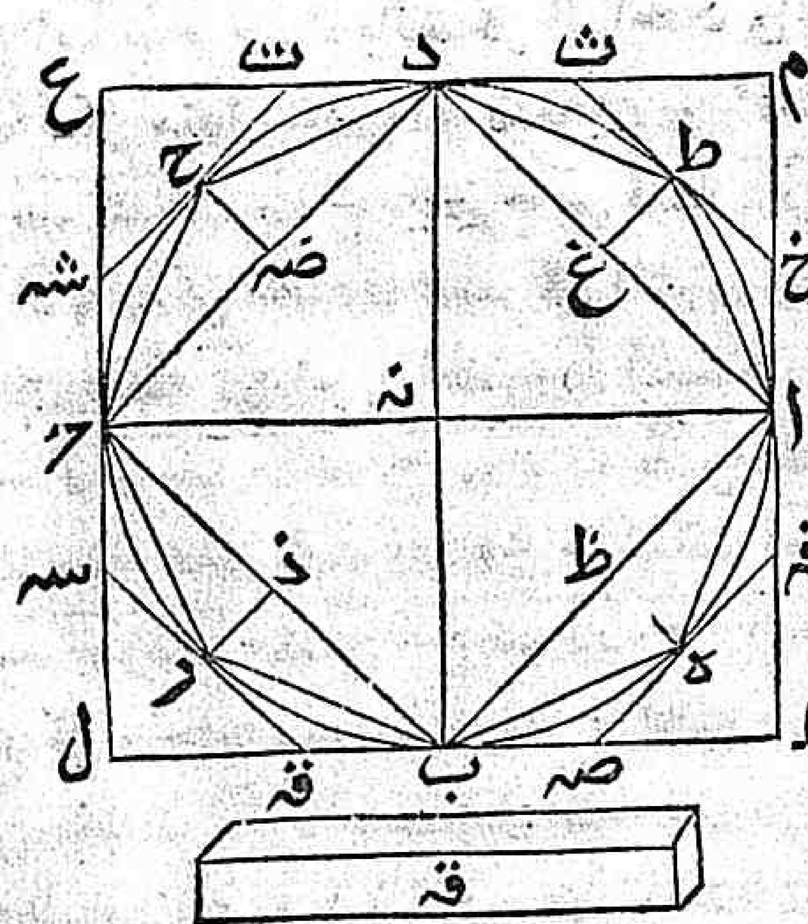


ونتصف كل واحد من قسي اب بح حد اد علي نقط ه ز خ ط من القاعدتين بالشكل التاسع والعشرين من الثالثة ونصل اوتار اه ه ب ب ز زح حخ خد دط اط فتقع الاوتار كلها داخل القاعدتين بالشكل الثاني من الثالثة ونخرج من كل واحدة من النقط المذكورة خطا موازيا لاضلاع مربع اب حد بالشكل الواحد والثلثين من الاولي فينتهي الخطوط الي اضلاع سطحي ال ح فلينته الي نقط قه صه ق سه شه ت ث خ فيحدث سطحان علي زوايا كل منها نقطة من النقط المذكورة ونخرج من نقطة ه عمود ه ظ علي وتر اب



بالشكل الثاني عشر من الاولي ونخرج خط قه ه صه في جهتيه مع كل واحد من وتري اح ب د فينتهي اليهما لان كل واحدة من الزاويتين اللتين يحيط بواحدة منها وتر اد اه از بالاخري وترا بح ب ه وكل منهما اقل من قايمة فلينته الي نقطتي ذ ضه ونصل بين كل واحدة من نقطتي ذ ونقطتي ضه بخط مستقيم فيحدث مجسم اضه بارتفاع الاسطوانة مشتملا علي مجسمي ذظ ضه ظ وكل منهما منصف للسطح المار علي وتري اه ب ه الي منشورين متساويين بالشكل الثامن والعشرين من الحادية عشر ولان مجسم ذظ اعظم من قطعة الاسطوانة الكاينة علي قطعة اه ظ من قاعدتها فالمنشور الكاين علي مثلث ب ه ظ اعظم من نصف قطعة الاسطوانة الكاينة علي قاعدة ب ه ظ من قاعدتها فالمنشور الكاين علي مثلث اب ه اعظم من نصف قطعة الاسطوانة الكاينة علي قطعة اه ب من قاعدتها وبمثله تبين ان المنشورات الكاينة علي مثلثات بزح حخد اطد اعظم من انصاف قطع الاسطوانة الكاينة علي قطع بزح حخد اطد من قاعدتها فلو سلكنا هذه الطريقة فانه سيبقي من الاسطوانة المستديرة بقايا هي اقل من مجسم قه بالشكل الاول من العاشرة وليكن الباقي من الاسطوانة هي القطع الكاينة علي قطع اه ب ه ب ز زح حخ خد دط اط من قاعدتها فالمنشور الكاين علي قاعدة اه ب زح خ دط بارتفاع الاسطوانة اعظم

اعظم من ثلثة امثال المخروط المستدير فاذا وصلنا من نقطة نه راس المخروط المستدير وبين كل واحدة من نقط ا ه ب ز ح خ د ط بخط مستقيم يكون كل من تلك الخطوط كاينا في سطح المخروط المستدير والا لكان داخلا فيه او خارجا عنه فنصل بين راس المخروط المستدير وبين كل من تلك النقط بخط مستقيم في سطح المخروط المستدير فيلزم حاطة خطين مستقيمين بسطح • هذا خلف فيحدث مخروط مضلع علي قاعدة اه ب زح خ دط بارتفاع المخروط المستدير ويكون داخلا فيه لانا اذا وصلنا من راس المخروط المستدير وبين كل واحدة من النقط التي تفرض علي اوتار اه ب ه ب ز زح حخ خد دط اط في سطح المخروط المضلع يقع داخل المخروط المستدير لكن المخروط المضلع ثلث المنشور الكاين علي قاعدة اه ب زح خ دط بالشكل السادس وكان المخروط المستدير اقل من ثلث ذلك المنشور فالمخروط المضلع الكاين علي قاعدة اه ب زح خ دط وبارتفاع المخروط المستدير اعظم من المخروط المستدير فيلزم ان يكون جزء الشي اعظم من كله هذا خلف فالمخروط المستدير ليس باصغر من ثلث الاسطوانة • وليس باعظم منها والا لكان اعظم من ثلثها فليكن اعظم بجسم قه فنرسم في قاعدتي الاسطوانة مربعي اب حد وعليها ذا اربعة اضلاع م ال ع ونجعلهما قاعدتي مجسم ال ع المتوازية السطوح المحيطة به وبارتفاع الاسطوانة محيطا بها بمثل ما مرّ في القسم الاول ونصل بين نقطة نه راس المخروط المستدير وبين كل واحدة من نقط ا ال ب ل ح ع د م بخط مستقيم فيحدث ثمانية مخاريط مثلثة القواعد قواعدها مثلثات اب نه اب ال ب ح نه ب ح ل ح نه د ح ع د ا نه د ا م د كل منها داخل المخروط المستدير بمثل ما مرّ في القسم الاول فلان



كلا من سطوح ال نه ل نه ع نه م نه متوازي الاضلاع فمثلث اب ال كمثلث اب نه ومثلث ا م د كمثلث ا د نه ومثلث ب ل ح كمثلث ب ح نه ومثلث ح ع د كمثلث ح نه د بالشكل الرابع والثلثين من الاولي

فنسبة المخروط الكاين علي مثلث اب ل الي المخروط الكاين علي مثلث اب نه كنسبة مثلث اب ل الي مثلث اب نه بالشكل الخامس لكن المثلث كالمثلث فالمخروط مثل المخروط لكن بمجموع مخروطي ال ب اب نه معا اعظم من قطعة المخروط المستدير الكاين علي قطعة اب نه من قاعدة الاسطوانة لان المحيط اعظم من المحاط فالمخروط المضلع الكاين علي مثلث ال ب اعظم من نصف قطعة المخروط المستدير الكاين علي قاعدة اب نه وبمثله تبين في المخاريط الكاينة علي قواعد ب ج نه ج د نه ا د نه ثم ننصف كل واحدة من قسي اب ب ج ج د اد من قاعدة الاسطوانة علي نقط ه ز ح ط بالشكل التاسع والعشرين من الثالثة ونصل اوتار اه ه ب ب ز ز ج ج ح ح د د ط ا ط فيقع الشكل داخل القاعدة بالشكل الثامن من الثالثة ونخرج من نقط ه ز ح ط سطوحا متوازيه الاضلاع اب ب ج ج د اد بالشكل الواحد والثلثين من الاولي ونخرجها في جهتها فكل منها ينتهي الي ضلعين من اضلاع سطح ال ع فيحدث متمم ف ص ق س ش ت ث خ ونخرج من نقط ه ز ح ط اعمدة علي اوتار اب ب ج ج د اد بالشكل الحادي عشر من الاولي وهي اعمدة ه ظ ز ذ ح ض ط غ ونصل بين نقطة نه راس المخروط المستدير وبين كل واحدة من نقط ا ف ه ص ق ز س ج ش ح ت د ث ط خ ظ ذ ض غ بخط مستقيم فيحدث ستة عشر مخاريط علي مثلثات اه ظ ا ف ه ب ص ه ب ه ض ب ق ز ب ز ذ ز س ج ز ذ ج ج ش ح ج ح ض د ت ح د ح ض د ث ط د ط غ ا ط خ ا ط غ وارتفاع كل واحد منها كارتفاع المخروط المستدير ولان مثلث اه ظ اعظم من مثلث ا ف ه فالشكل الخامس من المخروط الكاين علي قاعدة اه ظ اعظم من المخروط الكاين علي قاعدة ا ف ه فنسبة المخروطين كنسبة القاعدتين ومجموع المخروطين اعظم من قطعة المخروط المستدير الكاينة علي قطعة اه ظ من قاعدة الاسطوانة فالمخروط المضلع الكاين علي قاعدة اه ظ اعظم من نصف قطعة المخروط المستدير الكاين علي قاعدة اه ظ من قاعدة الاسطوانة وايضا فلان المخروط الكاين علي قاعدة ب ه ظ

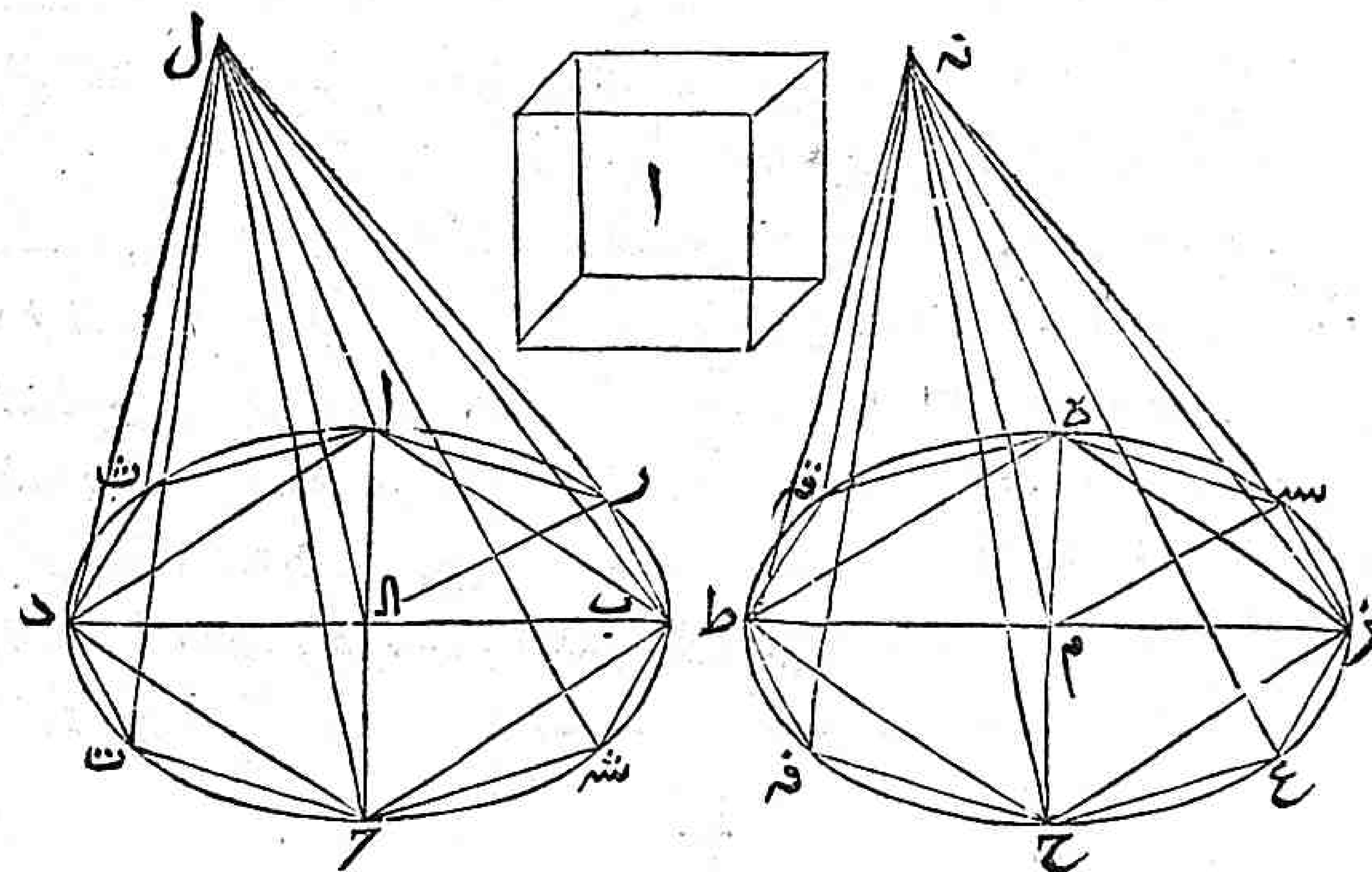
ب ه ظ اعظم من المخروط الكاين علي قاعدة ب ص ه فالمخروطان معا اعظم من قطعة المخروط المستدير الكاينة علي قطعة ب ه ظ من قاعدة الاسطوانة وذلك لان المحيط اعظم من المحاط فالمخروط الكاين علي مثلث اه ب وبارتفاع المخروط المستدير اعظم من نصف قطعة المخروط المستدير الكاين علي قطعة اه ب من قاعدة الاسطوانة وبمثله تبين في باقي المخروطات الكاينة علي مثلثات ب ز ج ج ح د ا ط د فلو سلكنا هذه الطريقة فانه سيبقي من المخروط المستدير بقايا هي اصغر من مجسم ق بالشكل الاول من العاشرة فليبق من المخروط المستدير القطع الكاينة علي قطع اه ه ب ب ز ز ج ج ح ح د د ط ا ط من قاعدة الاسطوانة وهو ثلث المنشور الكاين علي قاعدة اه ب ز ج ح د ط بارتفاع الاسطوانة بالشكل السادس فهو اصغر من ثلث الاسطوانة وكان اعظم منه هذا خلف فالمخروط المستدير ليس باعظم من ثلث الاسطوانة وقد انه ليس باصغر من ثلثها وهو مساو لثلث الاسطوانة المستدير وبارتفاع المخروط المستدير وذلك ما اردنا ان نبين ۞

ي

كل مخروط واسطوانة مستديرة علي دايرة واحدة هي قاعدتها وسهمها خط واحد يشبهان مخروطا واسطوانة مستديرين قاعدتهما دايرة واحدة وسهمها خط واحد غير سهم الاولين فان نسبة المخروط الي المخروط والاسطوانة الي الاسطوانة كنسبة خط قاعدتها مثلثة بالتكرير ۞

ليكن مخروطا واسطوانة مستديرين قاعدتهما دايرة اب ج د وسهمهما ال يشبهان مخروطا واسطوانة قاعدتهما دايرة ه ز ح ط وسهمهما م نه فاقول ان نسبة مخروط اب ج د ال الي مخروط ه ز ح ط م نه كنسبة قطر ب د الي قطر ز ط مثلثة بالتكرير برهانه فان لم تكن النسبة كما ذكرنا فلتكن نسبة قطر ب د الي خط ز ط مثلثة بالتكرير كنسبة مخروط اب ج د ال الي مجسم اصغر او اكبر من مخروط ه ز ح ط م نه وليكن اولا الي مجسم اصغر منه وليكن مجسم ا فنرسم في دايرة ه ز ح ط مربع ه ز ح ط بالشكل

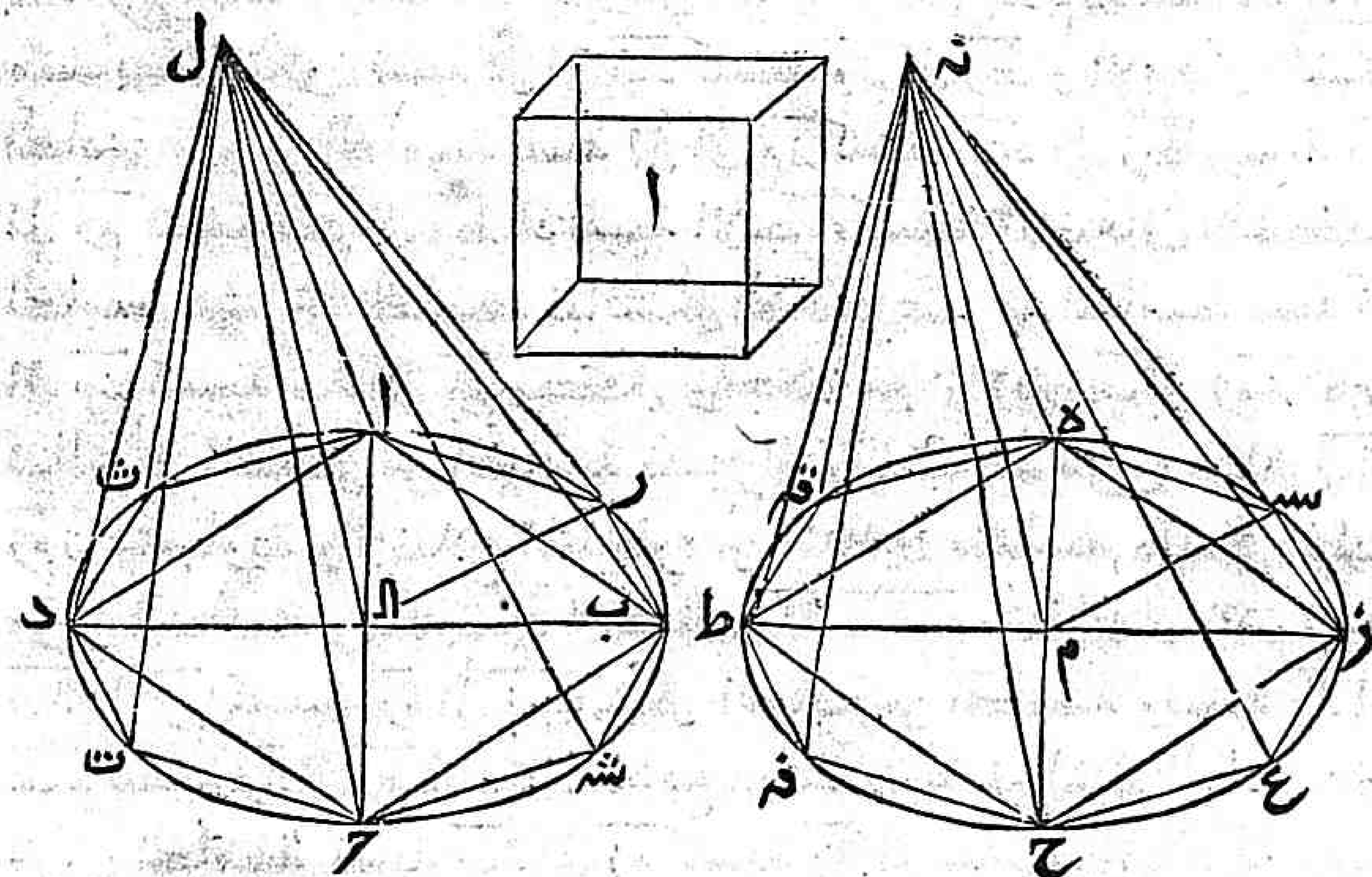
السادس من الرابعة ونصل بين نقطة ن وبين كل واحدة من نقط ه ز ح ط بخط مستقيم فتكون الخطوط الواصلة في سطح المخروط المستدير لانا اذا وصلنا بين نقطتي م ه مثلا بخط مستقيم حدث مثلث ن م ه فاذا اثبتنا ضلع م ن وادرنا المثلث الي ان عاد الي وضعه الاول فخط ن ه



يلازم سطح المخروط بالمصاورة فينطبق علي جميع تلك الخطوط والا لزم احاطة خطين مستقيمين بسطح هذا خلف فيحدث مخروطان مضلعان علي قاعدتي ه ز ط ز ح ط بارتفاع المخروط المستدير هما اعظم من نصف القطعة الكاينة من المخروط المستدير علي مربع ه ز ح ط لما بيّنا في الشكل المتقدم وننصف كل واحده من قسي ه ز ز ح ح ط ط ه من محيط دايرة ه ز ح ط بالشكل التاسع والعشرين من الثالثة علي نقط س ع ف ق ونصل اوتار ه س س ز ز ع ع ح ح ف ف ط ط ق ق ه فتكون واقعة في دايرة ه ز ح ط بالشكل الثاني من الثالثة ونصل بين نقطة ن وبين كل واحدة من نقط س ع ف ق بخط مستقيم فتكون الخطوط كاينة في سطح المخروط المستدير لما بيّنا قبل فيحدث اربعة مخاريط مثلثات كاينة علي قطاع ه س ز ز ع ح ح ف ط ط ق ه بارتفاع المخروط المستدير وتكون كل واحدة منها اعظم من نصف قطعة المخروط المستدير الكاينة علي القطع المذكورة لما بيّنا في الشكل المتقدم فلو سلكنا هذه الطريقة فانه سيبقي من المخروط المستدير قطع اقل من مجسم آ بالشكل الاول من العاشرة ولتكن الباقية قطع المخروط المستدير كاينة علي قطع ه س س ز ز ع ع ح ح ف ف ط ط ق ق ه فالمخروط المضلع الكاين علي قاعدة ه س ز ع ح ف ط ق وبارتفاع المخروط المستدير اعظم من مجسم آ ولان كل خط مستقيم يصل بين راسي المخروط وبين اي نقطة تعرض علي الاوتار المذكورة يقع داخل المخروط المستدير يكون المخروط المضلع

المضلع كاينا في داخل المخروط المستدير في دايرة ه ز ح ط ونرسم في دايرة ا ب ج د شكلا كثير الاضلاع شبيها بالشكل الكثير الاضلاع المرسوم في دايرة ه ز ح ط وهو شكل ا ر ب ش ج ت د ث وعليه مخروط مضلع بارتفاع مخروط ا ب ج د ل المستدير كما تقدم فهو شبه المخروط المضلع الكاين علي قاعدة ه س ز ع ح ف ط ق وذلك لان مخروطي ا ب ج د ل ه ز ح ط م ن المستديرين متشابهان فتكون نسبة ا ل الي ب د كنسبة م ن الي ز ط وبالابدال بالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة ا ل الي م ن كنسبة ب د الي ز ط ونسبة ب ا الي ز م كنسبة ب د الي ز ط اذ نسبة الاجزآء كنسبة الاضعاف بالشكل الخامس عشر من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة ا ل الي م ن كنسبة ب ا الي ز م وكل واحدة من زاويتي ب ا ل ز م ن قايمة فبالشكل السادس من السادسة تصير الزوايا الباقية من مثلثي ب ا ل ز م ن متساوية والاضلاع المتناظره من المثلثين متناسبة بالشكل الرابع من السادسة وبمثله تبين ان مثلثي ر ا ل س م ن متشابهان ولان نسبة ب ا الي ز م كنسبة ر ا الي ز م بالشكل السابع من الخامسة ونسبة ر ا الي س م كنسبة ر ا الي ز م بالشكل السابع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة ب ا الي ز م كنسبة ر ا الي س م وزوايا ب ا ر ز م س متساويتان من مثلثي ب ا ر ز م س فالزوايا الباقية منهما متساوية بالشكل السادس من السادسة فبالشكل الرابع من السادسة الاضلاع المتناظرة متناسبة فهما متشابهان فنسبة ب ر الي ز س كنسبة ب ا الي ز م وكانت نسبة كل واحد من ب ل ر ل الي ز ن س ن كل الي نظيره كنسبة ب ا الي ز م فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة ب ر الي ز س كنسبة ب ل الي ز ن ونسبة ر ل الي س ن فمثلثا ب ل ر ز ن س متشابهان وبمثله تبين ان جميع المثلثات المحيطة بمخاريط المحيطة بسهمي ا ل م ن متشابهة كل لنظيره لكن نسبة مخروط ب ر ا ل الي مخروط ز س م ن كنسبة ب ا الي ز م مثلثة بالتكرير بالشكل الثامن وكانت نسبة د ب الي ز ط كنسبة ب ا الي ز م فنسبة ب د الي ز ط كنسبة ب ا الي ز م فنسبة ب د الي ز ط مثلثة بالتكرير كنسبة ب ا الي ز م مثلثة بالتكرير فنسبة مخروط ب ر ا ل الي مخروط ز س م ن كنسبة ب د الي ز ط مثلثة بالتكرير بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة جميع المقدمات الي جميع التوالي كنسبة مقدم الي تاليه بالشكل الثالث عشر من الخامسة فنسبة المخروط المضلع الكاين علي قاعدة ا ر ب ش ج ت د ث الي المخروط المضلع الكاين علي قاعدة ه س ز ع ح ف ط ق كنسبة مخروط ب ر ا ل الي مخروط ز س م ن وكانت نسبة ب د الي ز ط مثلثة بالتكرير كنسبة مخروط ب ر ا ل الي مخروط ز س م ن فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة المخروط المضلع الكاين علي قاعدة ا ر ب ش ج ت د ث الي المخروط المضلع الكاين علي قاعدة

قاعدة ەسـزعحفطق كنسبة بد الي زط مثلثة بالتكرير وكانت نسبة مخروط ابحدال المستدير الي مجسم ا كنسبة بد الي زط مثلثة بالتكرير فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة المخروط المضلع الكاين علي قاعدة ارسحتدث الي المخروط المضلع الكاين علي قاعدة



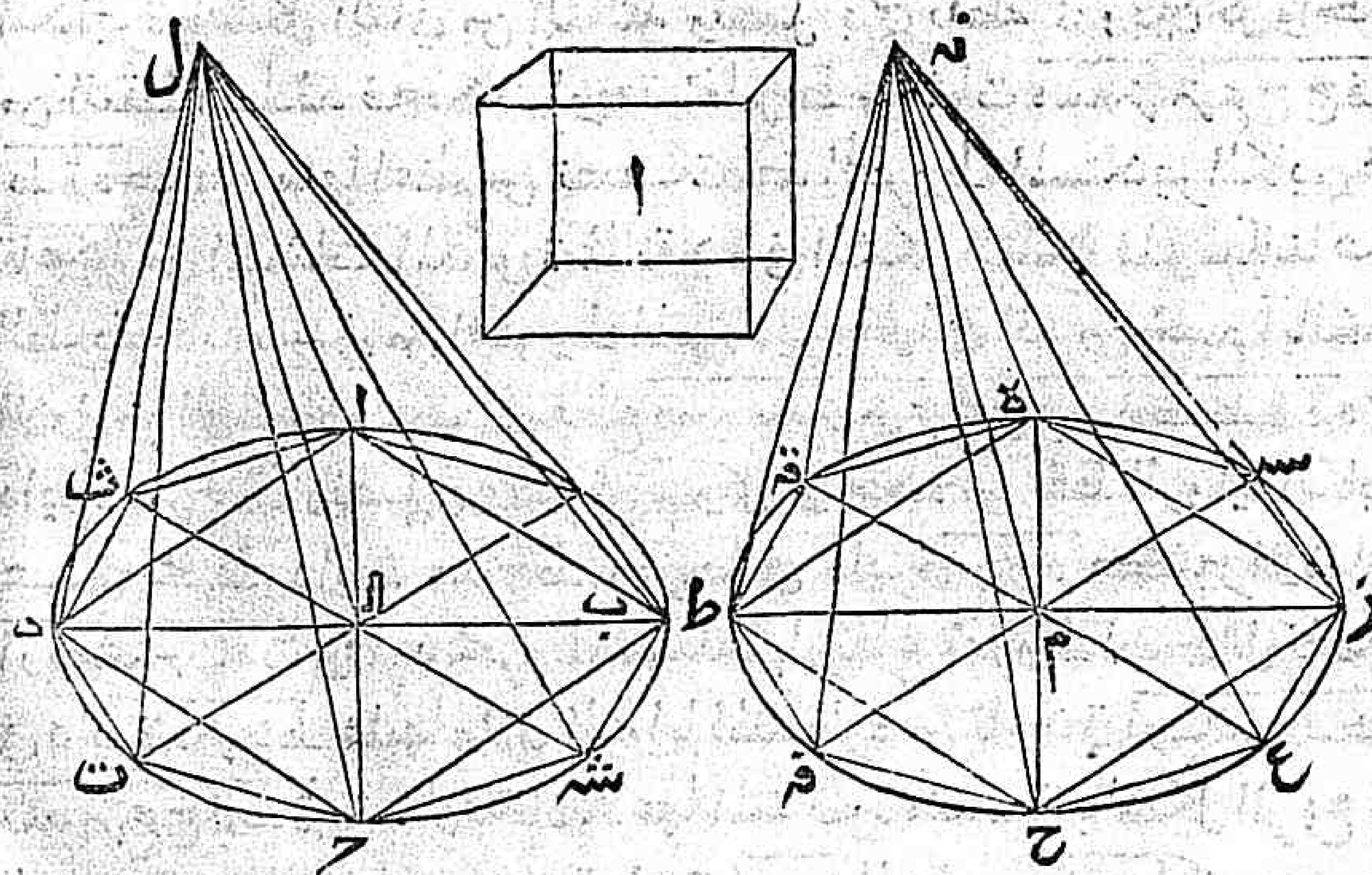
ەسـزعحفطق كنسبة المخروط ابحدال المستدير الي مجسم ا لكن المخروط الكاين علي قاعدة ارشحتدث اصغر من مخروط ابحدال المستدير فالمخروط المضلع الكاين علي قاعدة ەسـزعحفطق اصغر من مجسم ا بالشكل الرابع عشر من الخامسة وكان اعظم منه هذا خلف فليست نسبة قطر بد الي قطر زط مثلثة بالتكرير كنسبة مخروط ابحدال الي مجسم اصغر من مخروط ەزحطمن • ولا الي مجسم اعظم منه والا لكانت نسبة بد الي زط مثلثة بالتكرير كنسبة مخروط ابحدال الي مجسم اعظم من مخروط ەزحطمن وليكن هو مجسم ا فبالخلاف والتقديم نسبة مجسم ا الي مخروط ابحدال كنسبة زط الي بد مثلثة بالتكرير ولتكن نسبة مخروط ەزحطمن الي مجسم ما كنسبة زط الي بد مثلثة بالتكرير فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مجسم ا الي مخروط ابحدال كنسبة مخروط ەزحطمن الي مجسم ما لكن مجسم ا اعظم من مخروط ەزحطمن فمخروط ابحدال اعظم من ذلك المجسم بالشكل الرابع عشر من الخامسة فندبر مثل ما دبرنا ونبين الخلف بمثل ما بينا فليست نسبة قطر بد الي قطر زط مثلثة بالتكرير كنسبة مخروط ابحدال الي مجسم اصغر او اعظم من مخروط ەزحطمن فهي كنسبة مخروط ابحدال الي مجسم يساوي مخروط ەزحطمن ونسبة مخروط ابحدال الي مخروط ەزحطمن كنسبة مجسم يساوي مخروط ەزحطمن بالشكل الرابع من الخامسة مثلثة بالتكرير كنسبة مخروط

مخروط ابحدال الي مخروط ەزحطمن وبمثله تبين الحكم في الاسطوانتين الا انا نفصل الاسطوانة الي المنشورات او نقول ان نسبة الاجزاء كنسبة الاضعاف ونتم البيان فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ۞

يا

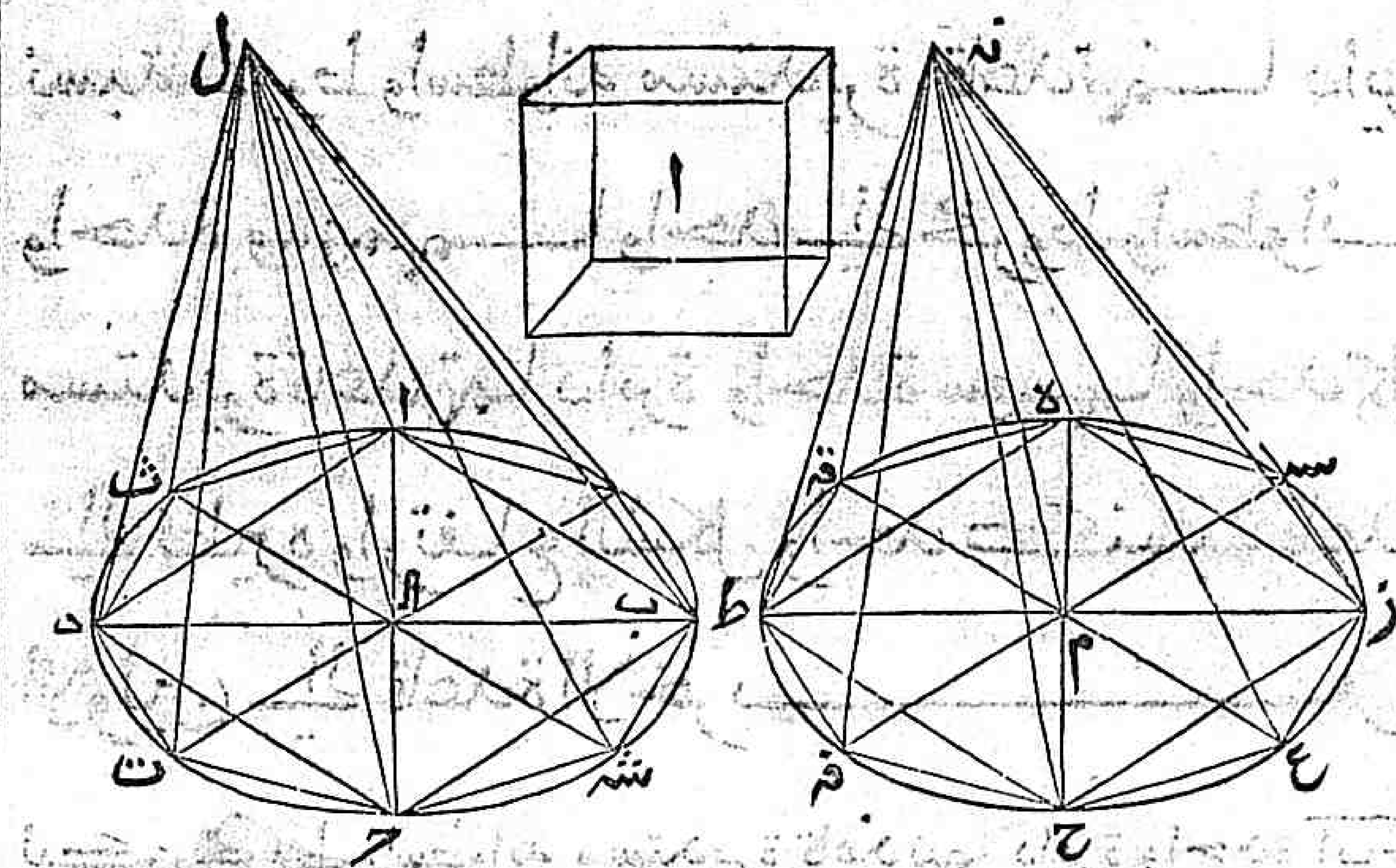
نسبة مخروط واسطوانة مستديرة قاعدتهما دايرة واحدة وسهمهما واحد الي مخروط واسطوانة مستديرة قاعدتهما دايرة واحدة سهمهما واحد كل الي نظيره وارتفاع الشكل واحد كنسبة قاعدة الاولين الي قاعدة الاخرين

ليكن مخروط واسطوانة مستديرة قاعدتهما دايرة واحدة ابحد وسهمهما ال ومخروط واسطوانة مستديرة قاعدتهما دايرة ەزحط وسهمهما من وارتفاع كل واحد منهما بقدر واحد فاقول ان نسبة مخروط ل واسطوانة مستديرة قاعدتهما دايرة ابحد الي مخروط



واسطوانة مستديرة قاعدتهما دايرة ەزحط كنسبة دايرة ابحد الي دايرة ەزحط كل لنظيرة برهانه فان لم يكن النسبة كذلك لكانت نسبة دايرة ابحد الي دايرة ەزحط كنسبة مخروط ابحدال الي مجسم اصغر من مخروط ەزحط او اعظم وليكن اولا الي مجسم اصغر وليكن مجسم

بجسم آ فنرسم في دايرة هزحط مربع هزحط بالشكل السادس من الرابعة ونصل بين نقطة ن وبين كل واحدة من نقط هزحط بخط مستقيم فيحدث مخروطان مضلعان علي قاعدتي هزط زحط وبارتفاع المخروط المستديرهما اعظم من نصف قطعة مخروط هزحطمن الكاينة



علي مربع هزحط لما بينا في الشكل التاسع ونتصف القسي التي اوتارها اضلاع مربع هزحط علي نقط سع فق بالشكل التاسع والعشرين من الثالثة ونصل اوتارهس سز زع عح حف فط طق قه فهي تقع داخل الدايرة بالشكل الثاني من الثالثة ونصل بين نقطة ن وبين كل واحدة من النقط الحادثة فيحدث اربعة مخاريط مثلثات هسز زعح حفط طقه كل منها اعظم من نصف قطعة المخروط المستدير الكاين علي قاعدة من المثلثات المذكورة لما تقدم في الشكل التاسع فلو سلكنا هذه الطريقة فانه سيبقي من المخروط المستدير بقايا هي اقل من مجسم آ بالشكل الاول من العاشرة ولتكن هي قطع هس سز زع عح حف فط طق قه من دايرة هزحط ونصل بين نقطة م وكل واحدة من نقط الزوايا الكاينة علي محيط دايرة هزحط ونرسم في دايرة ابحد كثير الاضلاع اربشحتدث وعليه مخروطا مضلعا بارتفاع مخروط ابحدل كما عملنا في دايرة هزحط عليها ولان الزوايا المتناظرة من قاعدتي اربشحتدث هسزعحفطق متساوية فاضلاعها المتناظرة متناسبة بالشكل الرابع من السادسة فهي متشابهة فنسبة دايرة ابحد الي دايرة هزحط كنسبة مربع قطر بد الي مربع قطر زط بالشكل الثاني ونسبة قاعدة اربشحتدث الي قاعدة هسزعحفطق كنسبة مربع قطر بد الي مربع قطر زط بالشكل الاول فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة دايرة ابحد الي دايرة هزحط كنسبة قاعدة اربشحتدث الي قاعدة هسزعحفطق كنسبة

كنسبة مربع قطر بد الي مربع قطر زط بالشكل الاول فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة دايرة ابحد الي دايرة هزحط كنسبة قاعدة اربشحتدث الي قاعدة هسزعحفطق ونسبة مخروط اربشحتدثل الي مخروط هسزعحفطقمن كنسبة قاعدة اربشحتدث الي قاعدة هسزعفطق بالشكل الثامن فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة دايرة ابحد الي دايرة هزحط كنسبة مخروط اربشحتدثل الي مخروط هسزعحفطقمن وكانت نسبة مخروط ابحدل الي مجسم آ كنسبة دايرة ابحد الي دايرة هزحط فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مخروط اربشحتدثل الي مخروط هسزعحفطقمن كنسبة مخروط ابحدل الي مجسم آ وبالابدال نسبة مخروط اربشحتدثل الي مخروط ابحدل كنسبة مخروط هسزعحفطقمن الي مجسم آ بالشكل الحادي عشر من الخامسة لكن مخروط اربشحتدثل لما بينا في التاسع بمخروط هسزعحفطقمن اصغر من مجسم آ وكان اعظم منه هذا خلف فليست نسبة دايرة ابحد الي دايرة هزحط كنسبة مخروط ابحدل الي مجسم اصغر من مخروط هزحطمن ولا الي مجسم اعظم منه والا لكانت نسبة دايرة ابحد الي دايرة هزحط كنسبة مخروط ابحدل الي مجسم اعظم من مخروط هزحطمن وليكن هو مجسم آ فبالخلاف والتقديم نسبة مجسم آ الي مخروط ابحدل كنسبة دايرة هزحط الي دايرة ابحد وليكن هو نسبة مخروط هزحطمن الي مجسم آ كنسبة دايرة هزحط الي دايرة ابحد فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مجسم آ الي مخروط ابحدل كنسبة مخروط هزحطمن الي مجسم آ لكن مجسم آ اعظم من مخروط هزحطمن فمخروط ابحدل اعظم من ذلك المجسم بالشكل الرابع عشر من الخامسة فندبر مثل ما دبرنا ونبين الخلف بمثل ما بينا فليست دايرة ابحد الي دايرة هزحط كنسبة مخروط ابحدل الي مجسم اصغر او اعظم من مخروط هزحطمن لكن الي مجسم مساو لمخروط هزحطمن ونسبة مخروط ابحدل الي مخروط هزحطمن كنسبته الي مجسم مساو لمخروط هزحطمن بالشكل السابع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة دايرة ابحد الي دايرة هزحط كنسبة مخروط ابحدل الي مخروط هزحطمن وبمثله الحكم في الاسطوانة . او نقول نسبة الاجزاء كنسبة الاضعاف وذلك ما اردنا ان نبين

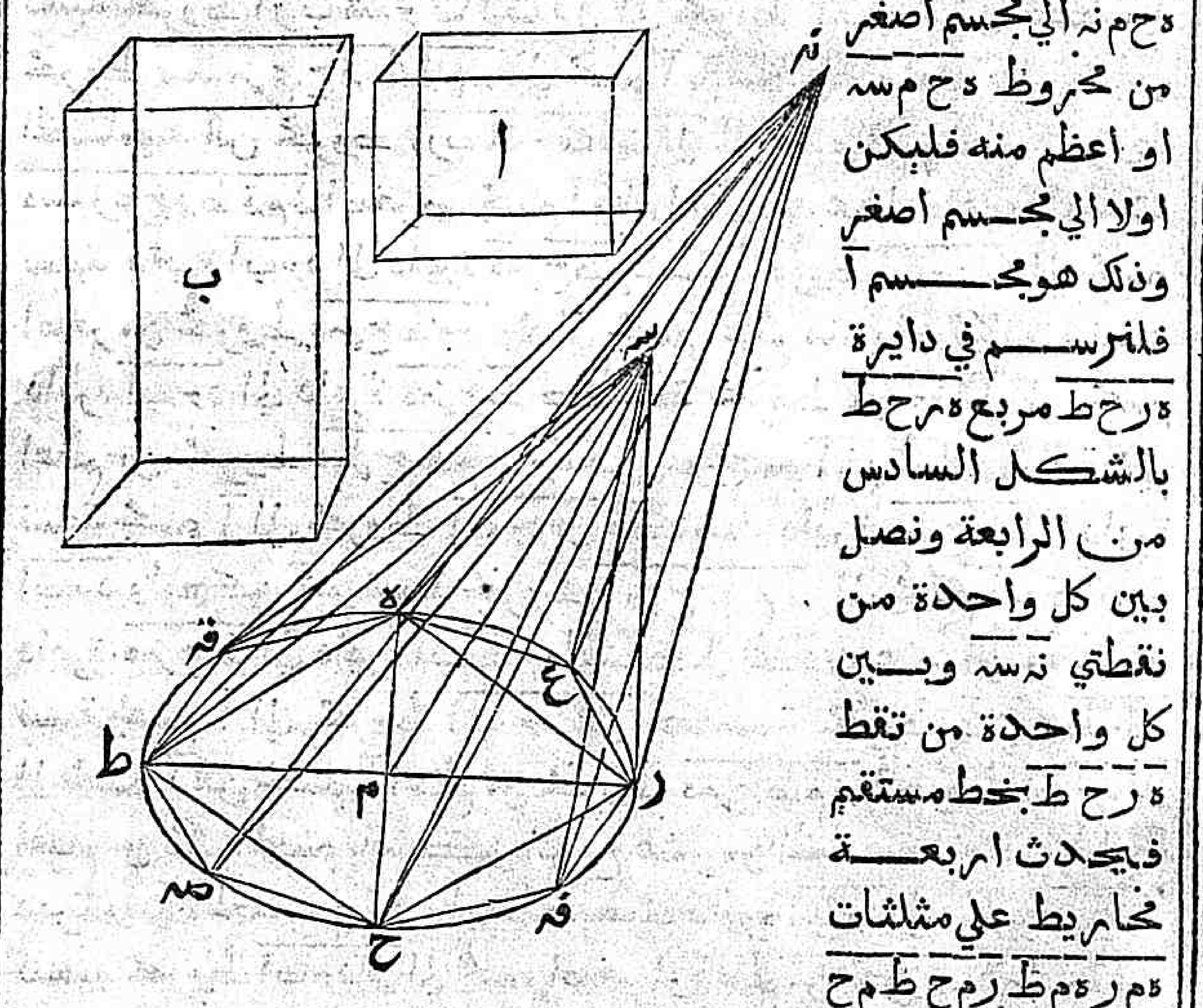
مقدمة

كل مخروطين مستديرين علي دايرة واحدة في

جهة

جهة منها وسهم احدهما اقصر من سهم الآخر فان نسبة المخروط الاعظم منهما الي المخروط الاصغر كنسبة سهم الاعظم الي سهم الاصغر

ليكن مخروط مستدير قاعدته دايرة ه ر ح ط وسهم م ن ومخروط آخر مستدير قاعدته تلك الدايرة بعينها وسهم م س فاقول ان نسبة م ن الي م س كنسبة مخروط ه ح م ن الي مخروط ه ح م س برهانه ان لم يكن نسبة م ن الي م س كنسبة مخروط ه ح م ن الي مخروط ه ح م س لكانت نسبة مخروط ه ح م ن الي مجسم اصغر من مخروط ه ح م س او اعظم منه فليكن اولا الي مجسم اصغر وذلك هو مجسم ا فلنرسم في دايرة ه ر ح ط مربع ه ر ح ط بالشكل السادس من الرابعة ونصل بين كل واحدة من نقطتي ن س وبين كل واحدة من نقط ه ر ح ط بخط مستقيم فيحدث اربعة مخاريط علي مثلثات ه م ر ه م ط ر م ح ط م ح



كل واحد من تلك المخاريط اعظم من نصف القطعة الكاينة علي ربع دايرة ه ر ح ط من مخروط ه ح م س لما نبين في الشكل التاسع وننصف كل واحدة من القسي ه ر ر ح ح ط ط ه علي نقط ع ف ص ق ونصل بين كل واحدة من نقط ه ع ر ف ح ص ط ق بخط مستقيم ونصل بين كل واحدة من نقطتي ن س وبين كل واحدة من نقط ه ع ر ف ح ص ط ق بخط مستقيم فيحدث اربعة مخاريط علي قطع ه ع ر ر ف ح ح ص ط ط ق ه كل واحد من تلك المخاريط اعظم من نصف القطعة من مخروط ه ح م س الكاينة علي قاعدة ذلك المخروط المضلع من دايرة ه ر ح ط لما بينا في الشكل التاسع فلو سلكنا هذه الطريقة فانه سيبقي من مخروط ه ح م س قطع

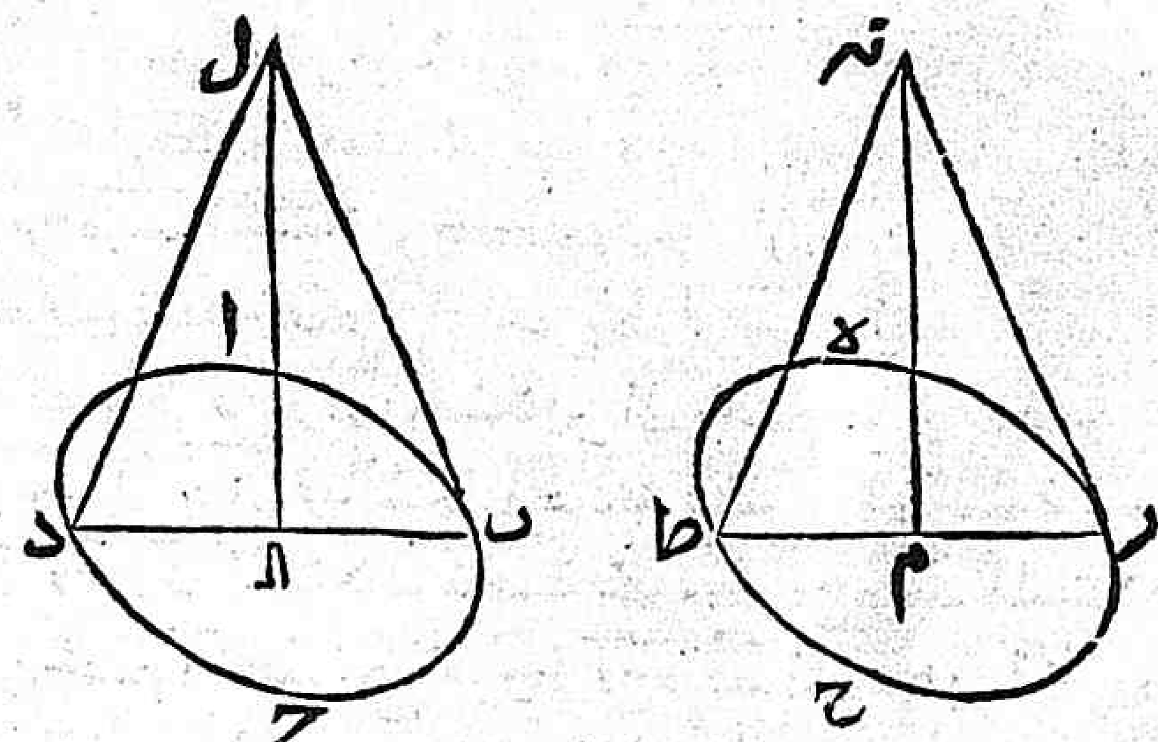
قطع اصغر من مجسم آ بالشكل الاول من العاشرة لتكن هي القطع الكاينة من مخروط ه ح م س علي قطع ه ع ع ر ر ف ف ح ح ص ص ط ط ق ق ه من دايرة ه ر ح ط فيكون المخروط المضلع الكاين علي قاعدة ه ع ر ف ح ص ط ق وبارتفاع مخروط ه ح م س المستدير اعظم من مجسم آ ونصل بين نقطة س وبين كل واحدة من نقط ه ع ر ف ح ص ط ق فيحدث مخروط مضلع علي قاعدة ه ع ر ف ص ق وبارتفاع مخروط ه ح م ن فيكون المخروط المضلع الذي بارتفاع م ن كاينا في مخروط ه ح م ن لما بينا في الشكل التاسع فلان نسبة المخروط المضلع الذي قاعدته مثلث ن م ح وراسه نقطة ط الي المخروط المضلع الذي قاعدته مثلث س م ح وراسه نقطة ط كنسبة مثلث ن م ح الي مثلث س م ح بالشكل الخامس لان ارتفاعهما متساويان ونسبة م ن الي م س كنسبة مثلث ن م ح الي مثلث س م ح بالشكل الاول من السادسة لان ارتفاعهما متساويان وبمثله تبين ان نسبة مخروط ن ه م ط الي مخروط س ه م ط كنسبة م ن الي م س ولذلك نسبة مخروط ن م ح الي مخروط س م ح ونسبة مخروط ن م ه ر كنسبة م ن الي م س ونسبة جميع المقدمات الي جميع التوالي كنسبة مقدم واحد الي تالية بالشكل الثالث عشر من الخامسة فنسبة مخروط ه ع ف ح ص ط ق م ن المضلع الي مخروط ه ع ر ف ح ص ق م س المضلع كنسبة م ن الي م س وكانت نسبة مخروط ه ح م ن الي مجسم آ كنسبة م ن الي م س فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مخروط ع ص م ن المضلع الي مخروط ع ص م س المضلع كنسبة مخروط ه ح م ن المستدير كنسبة مخروط ع ص م س المضلع الي مجسم آ لكن مخروط ع ص م ن المضلع اصغر من مجسم آ وكان اعظم منه هذا خلف فليست نسبة م ن الي م س كنسبة مخروط ه ع م ن المستدير الي مجسم اصغر من مخروط ه ح م س المستدير . ولا الي مجسم اعظم منه والا فليكن نسبة مخروط ه ح م ن المستدير الي مجسم اعظم من مخروط ه ح م س المستدير كنسبة م ن الي م س وليكن ذلك هو مجسم آ فبالاختلاف نسبة مجسم آ الي مخروط ه ح م ن كنسبة م س الي م ن ولتكن نسبة مخروط ه ح م ن المستدير الي مجسم ما وليكن هو مجسم ب كنسبة م س الي م ن فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مجسم آ الي مخروط ه ح م ن المستدير كنسبة مخروط ه ح م س المستدير الي مجسم ب لكن مجسم آ اعظم من مخروط ه ح م س المستدير فمخروط ه ح م س المستدير اعظم من مجسم ب فنديركما دبرنا ونبين الخلف بمثل ما بينا فليست نسبة م ن الي م س كنسبة مخروط ه ح م ن الي مجسم اصغر من مخروط ه ع م س ولا الي مجسم اعظم منه فهي كنسبته الي مجسم يساوي مخروط ه ح م س بالشكل السابع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة م ن الي م س كنسبة مخروط ه ح م ن المستدير الي

الي مخروط هحمسه المستدير وبمثله نبين اذا كان بدل المخروطين اسطوانتان مستديرتان الا انا نبدل المخاريط بالمناشر او نبين بالشكل الخامس عشر من الخامسة فان نسبة الاجزآ كنسبة الاضعاف المتساوية العدة وذلك ما اردنا ان نبين ❁

يب

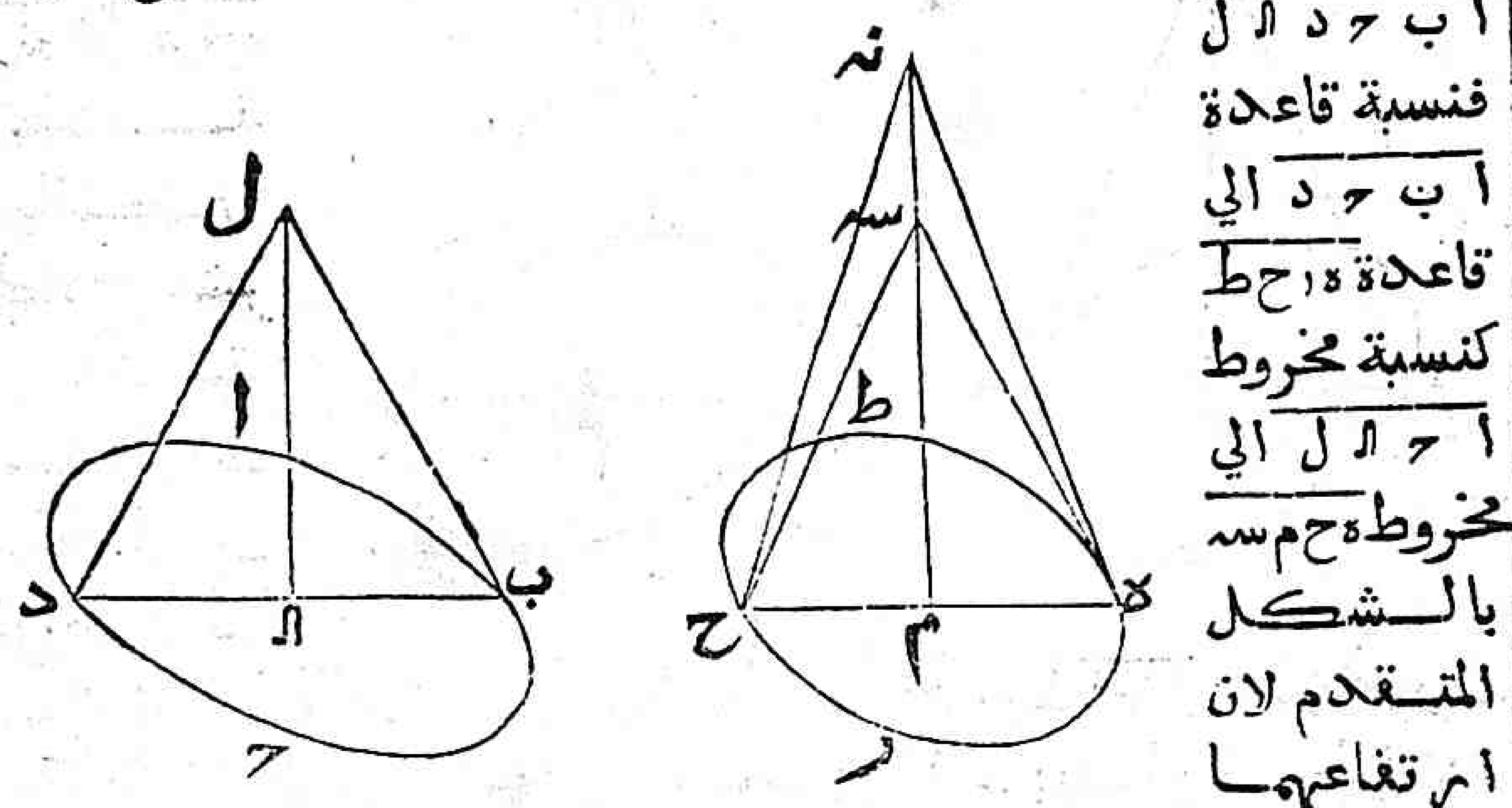
كل مخروطين مستديرين واسطوانتين مستديرتين فان كانا متساويتين كانت قاعدتاهما مكافيتين لارتفاعهما وان كانت قاعدتاهما مكافيتين لارتفاعهما كانا متساويتين ❁

لتكن قاعدة احد المخروطين او الاسطوانتين دايرة اب‍حد وسهمه ال وقاعدة الاخر دايرة هرحط وسهمه من فاقول ان مخروط اب‍حدال او اسطوانته ان كانا مساويا لمخروط هرحطمن او اسطوانته كل لنظيره كانت نسبة قاعدة اب‍حد الي قاعدة هرحط كنسبة ارتفاع من الي ارتفاع ال وبالعكس برهانه فلان مخروط اب‍حدال ان كان مساويا لمخروط هرحطمن فلا يخلو اما ان يكون ارتفاع ال مساويا لارتفاع من او لم فان كانا الارتفاعان متساويتين فنسبة المخروط الي المخروط حينيذ تكون لنسبة القاعدة الي القاعدة النظير من النظير بالشكل المتقدم والمخروطان متساويان بالغرض فالقاعدتان متساويتان



والارتفاعان متساويان بالغرض فنسبة قاعدة اب‍حد الي قاعدة هرحط كنسبة ارتفاع من الي ارتفاع ال ومثله تبين في الاسطوانتين ان كان ارتفاعهما متساويين . وان لم يكن ارتفاع ال كارتفاع من وليكن ارتفاع من اعظم من ارتفاع ال فنفصل من مل مسه مساويا لارتفاع ال

ال بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين نقطة ه مثلا وبين كل واحدة من نقطتي مسه بخط مستقيم فيحدث مثلث همسه زاوية همسه منه قايمة منثبت ضلع مسه وندير المثلث الي ان يعود الي وضعه الاول فيحدث مخروط هرحطمسه المستدير مساويا ارتفاعه لارتفاع مخروط اب‍حدال فنسبة قاعدة اب‍حد الي قاعدة هرحط كنسبة مخروط اح‍ال الي مخروط هحمسه بالشكل المتقدم لان ارتفاعهما



متساويان ونسبة مخروط هحمن الي مخروط هحمسه كنسبة مخروط احال الي مخروط هحمسه بالشكل السابع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة قاعدة اب‍حد الي قاعدة هرحط كنسبة مخروط هحمن الي مخروط هحمسه ونسبة من الي مسه كنسبة مخروط هحمن الي مخروط هحمسه بالمقدمة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة قاعدة اب‍حد الي قاعدة هرحط كنسبة من الي مسه ونسبة من الي ال كنسبته الي مسه بالشكل السابع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة قاعدة اب‍حد الي قاعدة هرحط كنسبة من الي ال. واما العكس وهو ان يكون نسبة قاعدة اب‍حد الي قاعدة هرحط كنسبة ارتفاع من الي ارتفاع ال فان كان الارتفاعان متساويين تكونا القاعدتان متساويتين ونسبة مخروط احال الي مخروط هحمن كنسبة قاعدة اب‍حد الي قاعدة هرحط المتساويتين بالشكل المتقدم فالمخروطان متساويان وان لم تكن الارتفاعان متساويين وليكن من اعظمهما فنفصل منه مسه مساويا لارتفاع ال بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين كل واحدة من نقطتي مسه وبين نقطة ه بخط مستقيم فيحدث مثلث همسه منثبت ضلع مسه وندير المثلث الي ان يعود الي وضعه الاول فيحدث مخروط هرطمسه المستدير فنسبة مخروط احدل الي مخروط هحمسه كنسبة قاعدة اب‍حد الي قاعدة هرحط بالشكل المتقدم لان ارتفاعهما متساويان ونسبة من الي ال كنسبة قاعدة اب‍حد الي قاعدة درهط فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مخروط احال الي مخروط هحمسه كنسبة من الي ال ونسبة من الي مسه كنسبته الي ال بالشكل السابع

السابع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مخروط ا ح ك ل الي مخروط ه ح م س كنسبة م ن الي م س ونسبة مخروط ه ح م ن الي مخروط ه ح م س كنسبة م ن الي م س بالمقدمة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مخروط ا ب ح ك ل الي مخروط ه ح م س كنسبة مخروط ه ح م ن الي مخروط ه ح م س فمخروط ا ح ك ل يساو مخروط ه ح م ن بالشكل التاسع من الخامسة وبمثل ما بينا في الاسطوانتين مستديرتين ونبدل المخاريط بالمناشير اونبين بان نسبة الاجزآء كنسبة الاضعاف بالشكل الخامس عشر من الخامسة وذلك ما اردنا ان نبين ❁

يج

كل دائرتين علي مركز واحد احديهما اعظم من الآخر فان لنا ان نرسم في اعظمهما شكلا كثير الاضلاع لايماس الدائرة الصغري ولايفصلها الي قطعتين ❁

لبكن دايرتا ا ب ج د ح ل علي مركز م ودايرة ا ب ج د اعظمهما فاقول لنا ان نرسم فيها شكلا كثير الاضلاع لا يماس دايرة ح ل برهانه نصل بين نقطتي ا م بخط مستقيم ونخرجه علي استقامته في جهة م الي ان ينتهي الي محيط ا ب ج د ولينته الي نقطة ج ونخرج من نقطة م الي ا ج عمود د م بالشكل الحادي عشر من الاولي ونخرجه في جهتيه علي استقامته الي ان ينتهي الي محيط الدايرة العظمي ولينته الي نقطتي ب د وليقطع محيط الدايرة الصغري

الصغري علي نقطتي ح ل ونخرج من نقطة ح علي قطر ح ل عمود ر ح بالشكل الحادي عشر من الاولي فهو يماس دايرة ح ل علي نقطة ح باستبانة الشكل الخامس عشر من الثالثة ونخرجه في جهتيه الي ان ينتهي الي محيط العظمي علي نقطتي ر ط وننصف قوسي ا د وننصف احد نصفيه وهكذا دايما بالشكل التاسع والعشرين من الثالثة الي ان يبقي قوس اقل من قوسي ر د بالشكل الاول من العاشرة ولتكن هي قوس ه د ونخرج من نقطة ه خطا موازيا لخط ر ط بالشكل الواحد والثلثين من الاولي وليقطع محيط دايرة ا ب ج د علي نقطة ك فهو لا يماس دايرة ح ل ونصل د ه بخط مستقيم فهو يقع داخل دايرة ا ب ج د بالشكل الثاني من الثلثة فخط د ه لا يماس دايرة ح ل بالطريق الاولي ولان قوس د ه تقدر محيط ا د فهي بقدر محيط دايرة ا ب ج د ونفصل محيط دايرة ا ب ج د بامثال قوس د ه بان نرسم علي نقطة د وببعد د ه دايرة وعلي نقطة ه وبذلك البعد ايضا دايرة اخري وهكذا الي ان نتعرف جميع المحيط ونفصل اوتار تلك القسي فتكون متساوية فقسي تلك الاوتار متساوية بالشكل السابع والعشرين من الثلثة فيكون قد رسمنا في دايرة ا ب ج د شكلا كثير الاضلاع لا يماس دايرة ح ل ضلع من اضلاعه وذلك ما اردنا ان نبين ❁

يد

كل كرتين عظمي وصغري علي مركز واحد في الوضع فان لنا ان نرسم في العظمي مجسما كثير القواعد لايماس قواعده محيط الصغري ولايفصله الي قطعتين

لبكن كرتان علي مركز ك وليفصلها سطح ا ب ج د المستوي وليمر علي نقطة ك فينصف كل واحدة منهما ونصل بين نقطتي ب ك بخط مستقيم وليمر علي محيط الصغري علي نقطة ز ونُدير خط ب ز ك في سطح ا ب ج د بحيث يلازم نقطة ب محيط العظمي ونقطة ز محيط الصغري الي ان يعود الي وضعه الاول فيحدث من مير نقطتي ب ز علي محيط الكرتين دايرتا ا ب ج د ه ز ح ط ونخرج ب ك في جهة ك علي استقامته الي ان ينتهي الي محيط العظمي علي نقطة د والي محيط الصغري علي نقطة ط ونخرج من نقطة ك علي قطر ب د عمود ا ك بالشكل الحادي عشر من الاولي ونخرجه في جهة ك الي ان ينتهي الي محيط العظمي علي نقطة ج وعلي محيط الصغري علي نقطة ح ونرسم في دايرة ا ب ج د سطحا كثير الاضلاع لا يماس دايرة ه ز ح ط ولا

ولا يفصلها الي قطعتين بالشكل المتقدم ونخرج من نقطة ك علي سطح
دايرة ابجد عمود اع بالشكل الحادي عشر من الحادية عشر ونخرجه في
جهة ع الي ان ينتهي الي محيط العظمي فلينته الي نقطة ع وليمر بسطحين
مستويين ويفصلان محيط دايرة ابجد علي نقطتي م ل فيحدث في الكرة

العظمي دايرتا مع س لع ن لما تقدم فكل منهما يقوم علي دايرة ابجد
علي زوايا قوايم وليكن الفصل المشترك بين دايرة ابجد وبين دايرتي
مع س لع ن سطحا كثير الاضلاع ولنقسم كل من ارباع كل واحد منهما
بثلثة اقسام متساوية بالشكل المتقدم وهي قسي م ر ش ع ل ق ف ع
ق ع من مربعي م ع ل ع ونخرج من نقطة ر في سطح دايرة م ع س علي قطر
م ا س عمود ر ت ومن نقطة ف في سطح دايرة ل ع ن علي قطر ل ا ن عمود ف ث
بالشكل الثاني عشر من الاولي فيكون كل من العمودين عمودا علي سطح
دايرة ابجد باستبانة الشكل الثامن عشر من الحادية عشر ونصل بين
نقطتي ت ث بخط مستقيم وكذلك بين نقطتي ر ف فعمودا ر ت ف ث
متوازيان بالشكل السادس من الحادية عشر ولان قسي م ر ل ف متساويان
وهما من الدايرتين المتساويتين فضعفاهما متساويان فوتر الضعفين
متساويان بالشكل الثامن والعشرين من الثالثة وا ت ا ث عمودان علي
الوترين فكل واحد من العمودين ينصف احد الوترين بالشكل الثالث
من الثالثة فعمود ر ت يساوي عمود ف ث فخطا ر ف ت ث الواصلان بين
العمودين المتساويين المتوازيين متساويان بالشكل الثالث والثلثين من
الاولي فعمودا ا ت ا ث اللذان هما ابعاد الوترين المتساويين عن المركز
متساويان بالشكل الثالث عشر من الثالثة فخطا م ت ل ث متساويان
فنسبة ت ا الي ت م كنسبة ث ا الي ث ل بالشكل السابع من
الخامسة

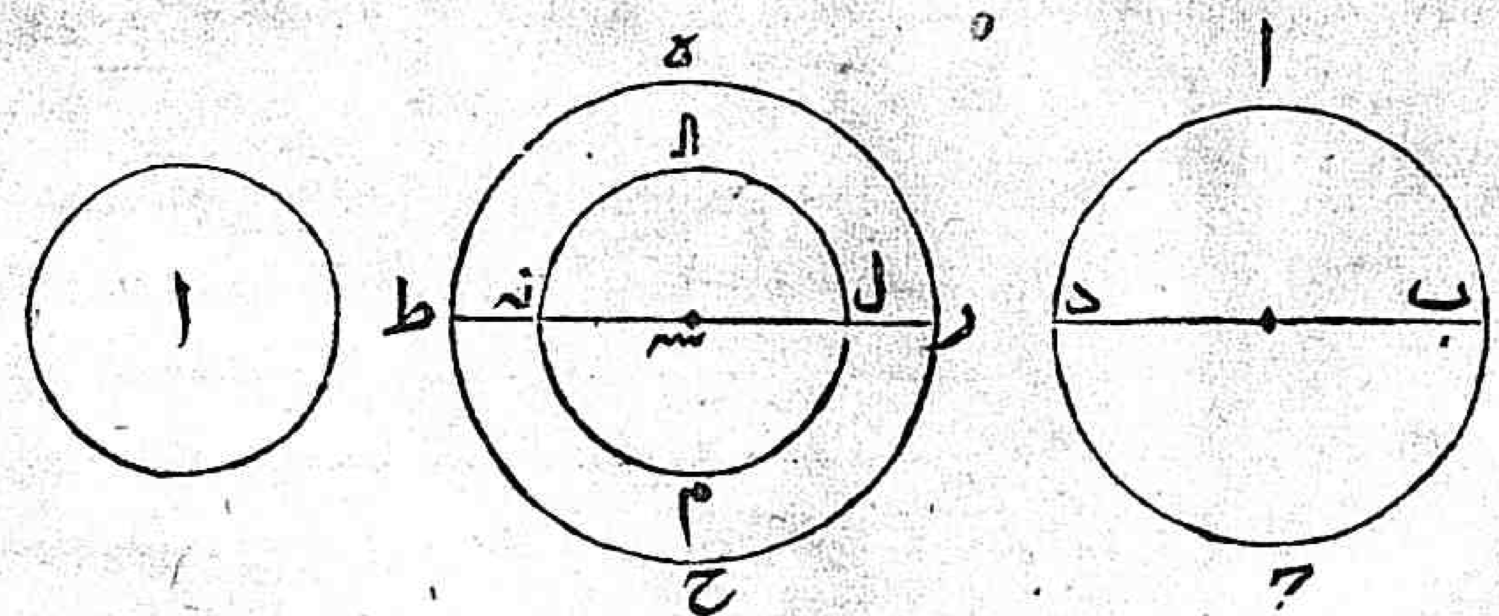
الخامسة فخط ت ث يوازي وتر م ل بالشكل الثاني من السادسة ور ف مواز
لخط ت ث وليست الثلثة في سطح واحد فخط م ل يوازي خط ر ف بالشكل
التاسع من الحادية عشر فخطا م ر ل ف الواصلان بين طرفي م ل ر ف في سطح
واحد وبمثله تبين ان ذا اربعة اضلاع ر ش ق ف في سطح واحد ولذلك
مثلث ع ق ش وكذلك نعمل في ساير الارباع الي ان يتم المجسم الذي
تحيط به الكرة العظمي . ولان اضلاع قواعد المجسم كاينة علي محيط
الكرة العظمي وسطحها في داخلها فيجوز الفعل في بادي النظر ان تلك
السطوح تماس الكرة الصغري او نفصلها الي قطعتين فنخرج لامتناع هذا
الجواز من نقطة ا عمود ا ص وبين كل واحدة من نقط م ل ق ر بخط
مستقيم ونصل ايضا بين نقطة ا وبين كل وحدة من نقط م ل ق ر بخط
مستقيم فانصاف اقطار ا م ا ر ا ل ا ف متساوية ومربع ا م لمربعي م ص
ا ص ومربع ا ل لمربعي ا ص ل ص ومربع ا ف ف ص ا ص ومربع ا ر لمربعي
ر ص ا ص بالشكل السابع والاربعين من الاولي فمربعات خطوط م ص
ل ص ف ص ر ص متساوية فهي متساوية فاضلاع مثلثات م ص ل ر ص ف
م ص ر ل ص ف من اوتار ص ل ر ص ف ص ص م متساوية بالشكل الثامن من
الاولي . ولان ضلعي ر ص ف ص يساويان ضلعي م ص ر ص مثلا وقاعدة
ف ر اصغر من قاعدة م ر فزاوية م ص ر اعظم من زاوية ر ص ف بالشكل
الخامس والعشرين من الاولي ولان الزوايا التي تحدث عند نقطة ص
من اخراج خطوط مستقيمة الي نقط م ل ف ر تساوي اربع قوايم
باستبانة الشكل الخامس عشر من الاولي وزاوية ر ص ف اقل من كل
واحدة من زوايا م ص ر م ص ل ل ص ف فكل واحدة منها منفرجه ونخرج
من نقطة ل علي نصف قطر ا م عمود ل خ بالشكل الثاني عشر من الاولي
فمربع ل ص اقل من نصف مربع م ل بالشكل الثاني عشر من الثانية وزوايا
ا م ل ا ل م متساويتان بالشكل الخامس من الاولي وزاوية ل م خ اعظم من
زاوية م ل خ فضلع ل خ اعظم من ضلع م خ بالشكل التاسع عشر من الاولي
فمربع ل خ اعظم من نصف مربع ل م فل خ اعظم من ل ص ومربع ا ل
لمربعي ا ص ل ص وهو ايضا يساوي مربعي ا خ ل خ بالشكل السابع
والاربعين من الاولي فعمود ا ص اعظم من عمود ا خ وخط ل خ غير مماس
الكرة الصغري ولا واقع داخله بالشكل المتقدم فسطح ذي اربعة اضلاع
م ل ق ر لا مماس لمحيط الكرة الصغري . ولا فاصل اياها بقطعتين ونصل بين
نقطة ك وبين كل واحدة من نقط قواد المجسم المعمول في الكرة العظمي
فتحدث مخاريط بعدة تلك القواعد مضلعات فيكون المجسم مولفا من
تلك المخاريط المضلعات ثم نعمل في كرة آخري مجسما عدد قواعده
كعدة قواعد المجسم الذي عملناه ونصل بين مركز تلك الكرة وبين نقط
قواعد المجسم المعمول فيها بخطوط مستقيمة فيكون المجسم مولفا من
تلك

تلك المخاريط ٠ ولان عدد القواعد في المجسمين متساويتين ونسبة
اضلاع قواعد احد المجسمين من الدواير الواقعة في كرته كنسبة
اضلاع قواعد المجسم الآخر النظاير الي الدواير الواقعة في كرته وزوايا
السطوح المحيطة بتلك ايضا متساوية لانها تقع علي قسي متشابهة
فتكون المخاريط الواقعة في المجسمين متشابهة وقاعدة كل مخروط
من تلك المخاريط مثلث ضلعان من كل مثلث من تلك المثلثات
نصفا قطر الكرة ونسبة كل مخروط مثلث القاعدة الي مخروط آخر
كذلك كنسبة ضلع من اضلاع قاعدته الي نظيره من اضلاع قاعدة
الآخر مثلثة بالتكرير بالشكل الثامن فنسبة مخروط احد المجسمين
الي مخروط نظيره من المجسم الآخر كنسبة نصف قطر كرته الي نصف
قطر كرة المجسم الآخر مثلثة بالتكرير ونسبة الاضعاف متساوية
العدة كنسبة الاجزاء بالشكل الخامس عشر من الخامسة فنسبة مخروط
من احد المجسمين الي مخروط آخر نظيره من المجسم الآخر كنسبة قطر
كرته الي كرة المجسم الآخر مثلثة بالتكرير ونسبة مقدم واحد الي تاليه
كنسبة جميع المقدمات الي جميع التوالي بالشكل الثالث عشر من الخامسة
فنسبة احد المجسمين الي المجسم الآخر كنسبة قطر كرته الي قطر كرة
الآخر مثلثة بالتكرير ٠ وذلك ما اردنا ان نبـــــــين ۞

يه

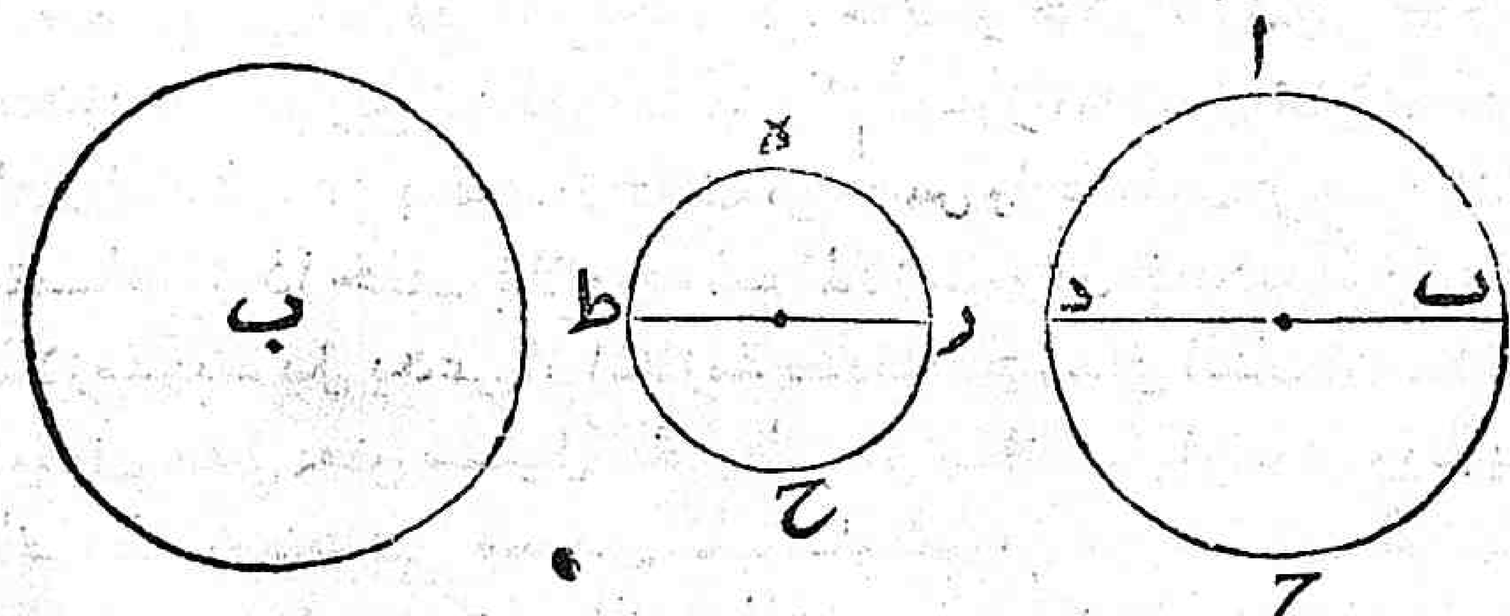
كل كرتين نسبة احديهما الي الآخري كنسبة قطرها الي قطر الكرة الآخري مثلثة بالتكريـر ۞

لبكن ابجد هزحط كرتين قطر احدهما بد وقطر الآخري زط فاقول
ان نسبة كرة ابجد الي كرة هزحط كنسبة قطر به الي قطر زط مثلثة



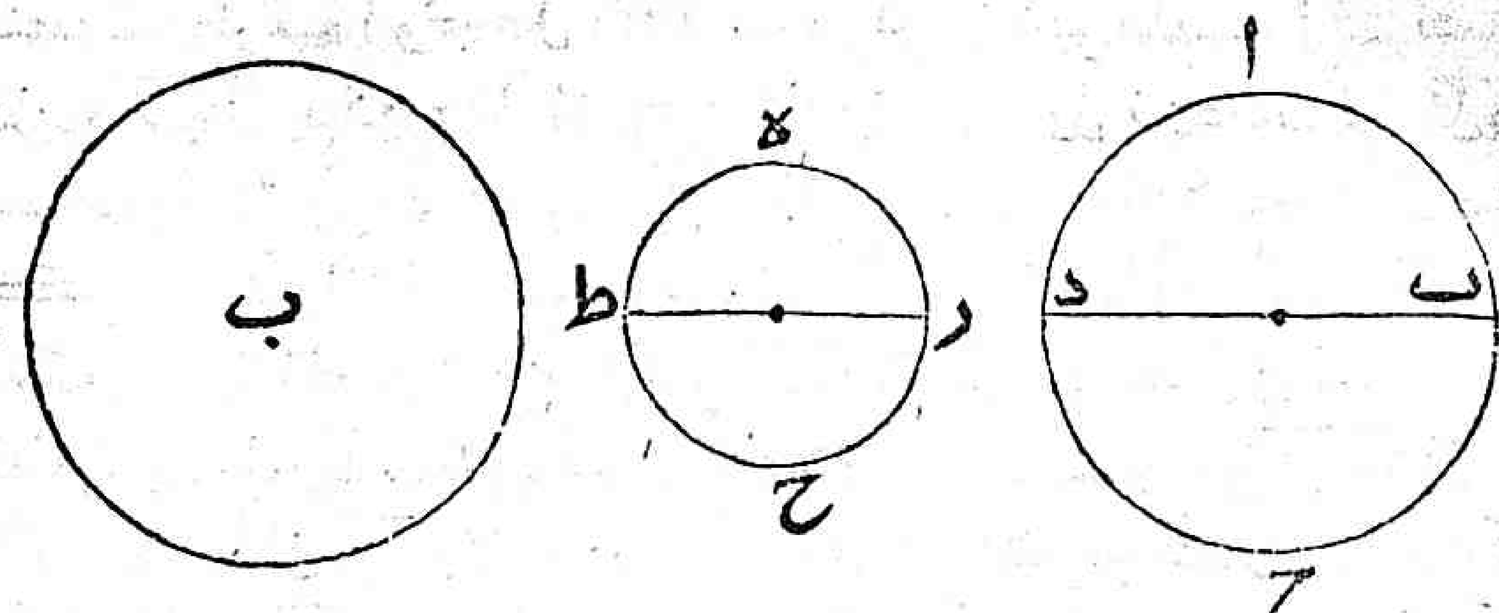
بالتكرير ٠ برهـــانه فلانه لو لم تكون نسبة كرة ابجد الي كرة هزحط
كنسبة قطر بد الي قطر زط مثلثة بالتكرير لكانت نسبة كرة ابجد
الي كرة آخري اصغر من كرة هزحط او اعظم منها كنسبة قطر بد الي قطر
زط

زط مثلثة بالتكرير وليكن اولا الي كرة اصغر من كرة هزحط وليكن هي
كرة ا وليكن نقطة س مركز كرة هزحط فنفصل من زس لس مساويا
لنصف قطر كرة ا ونجعل نقطة س مركز وندير عليه لكنه نصف
دايرة لكمن وندبره الي ان يعود الي وضعه الاول فيحدث كرة لكمن
مساوية لكرة ا ونرسم في كرة هزحط مجسما كثير القواعد بحيث لا يماس
كرة لكمن ولا يفصلها ونرسم في كرة ابجد مجسما آخر كثير القواعد
فتكون نسبة المجسم المعمول في كرة ابجد الي المجسم المعمول في كرة هزحط
كنسبة بد الي زط مثلثة بالشكل المتقدم فكانت نسبة كرة ابجد الي كرة
ا كنسبة بد الي زط مثلثة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة كرة
ابجد الي كرة ا كنسبة المجسم المعمول في كرة ابجد الي المجسم المعمول في كرة
هزحط فنسبة كرة ابجد الي المجسم المعمول في كرة ابجد كنسبة كرة ا الي
المجسم المعمول في كرة هزحط بالشكل السادس عشر من الخامسة لكن كرة
ابجد اعظم من المجسم المعمول في كرة ابجد فكرة ا اعظم من المجسم المعمول
في كرة هزحط هذا خلف لانه المجسم المعمول في كرة هزحط اعظم من
كرة لكمن فهو اعظم من كرة ا ايضا فليست نسبة بد الي زط مثلثة
كنسبة كرة ابجد الي كرة اصغر من كرة هزحط ٠ ولا الي كرة اعظم من كرة
هزحط والا فلتكن كنسبتها الي كرة اعظم من كرة هزحط ولتكن هي كرة ب
فبالخلاف نسبة زط الي بد مثلثة كنسبة كرة ب الي كرة ابجد وليكن



نسبة كرة هزحط الي كرة آخري كنسبة زط الي بد فبالشكل الحادي عشر
من الخامسة نسبة كرة ب الي كرة ابجد كنسبة كرة هزحط الي كرة ب لكن
كرة ب اعظم من كرة هزحط فكرة ابجد اعظم من كرة ب بالشكل الربع من
الخامسة فندبر مثل ما دبرنا ونبين الخلف بمثل ما بينا فنسبة كرة ابجد
الي كرة هزحط كنسبة قطر بز الي قطر زط مثلثة بالتكرير وذلك ما
اردنا ان نبـــــــين ۞
وقد اورد علي قوله لو لم تكون نسبة كرة هزحط كنسبة قطر بد الي قطر
زط مثلثة لكانت نسبة كرة ابجد الي كرة آخري اعظم من كرة هزحط
كنسبة قطر بد الي قطر زط مثلثة لكانت كنسبة كرة ابجد الي كرة
آخري

اخري اعظم من كرة $\overline{\text{هرحط}}$ او اصغر منها ان الملازمه غير بينه بل الملازمه البينه ان يقال لو لم تكن نسبة الكرة الي الكرة كنسبة قطر $\overline{\text{بد}}$ الي



قطر $\overline{\text{رط}}$ مثلثة لكانت نسبة كرة $\overline{\text{ابجد}}$ الي مجسم اصغر او اكبر من كرة $\overline{\text{هرحط}}$ كما قال في نظايره لان النسبة من عوارض بالذات دون الاشكال فما لم يبرهن علي امكان وجود كرة تساوي اي مجسم يفرض لا نثبت الكم بهذا الوجه والبرهـان علي امكان وجود ذلك مبني علي اصول ابلونيوس المذكور في المخروطات اقول قال اقليدس في صدر المقالة الخامسة النسبة اضافة ما في القدر بين مقدارين من جنس واحد وقال المقادير التي تقال ان بين بعضها وبعض النسبة هي التي قد يمكن اذا ضوعفت ان نفصل بعضها علي بعض فالنسبة من عوارض المقادير المتناهية من حيث هي متناهية الي المقادير التي احاط بها حد او حدود او اسهي بحد او حدود لان عوارض المقادير مطلقا والا لجـار ان نفصل بعض المقادير الغير المتناهية علي بعضها ان كانت من جنس واحد فيصير غير المتناهي متنـاهيا هذا خلف فلا وجه لمنع الملازمة ولان اقليدس لم يدع ان الملازمة بينه بل يدعي ان الملازمة صادقه غاية ما في الباب ان صدقها موقوف عـلي بعض مسايل المخروطات من كتاب ابلونيوس ورسايل المخروطات مبنيه علي مسايل كتاب اقليدس من غير دور لان المستعمل من كتاب اقليدس في كتاب المخروطات بين اول الكتـاب الي اخر المقالة السادسة وشي يسير من المقالة الحادية عشـــــــــر ۞

تمت المقالة الثـــانية عشر

والله الحمد وحده علي ما وافق وساعده

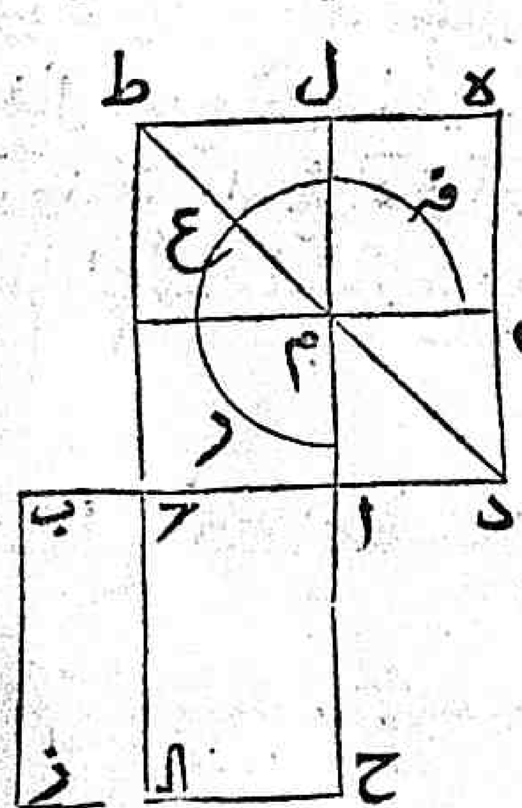


المقالة الثالثة عشر وهي احد وعشرون شكلا

آ

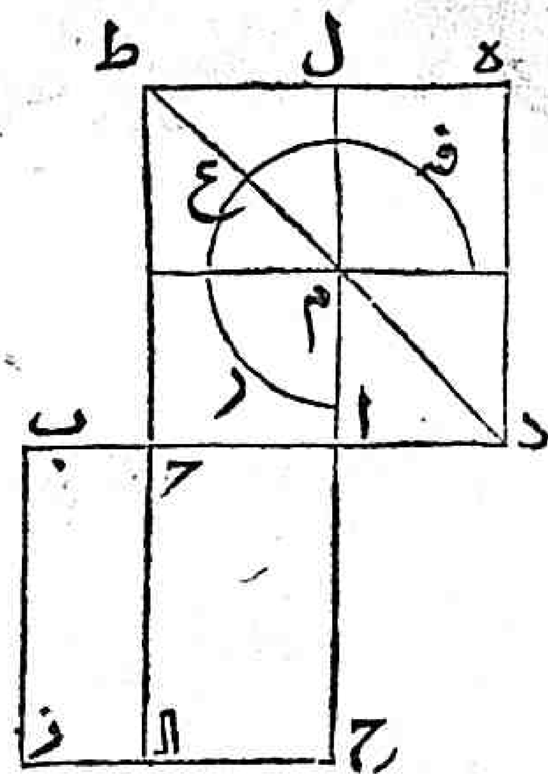
كل خط مستقيم محدود قسم علي نسبة ذات وسط وطرفين وزيد علي قسمه الاطول خط يساوي نصف الخط كله علي استقامته فان مربع الخط الحادث منهما يساوي خمسة امثال مربع نصف الخـــــــــــــط ۞

لبكن الخط $\overline{\text{اب}}$ وقسم علي ج علي نسبة ذات وسط وطرفين بالشكل التاسع والعشرين من السادسة وليكن قسمه الاطول $\overline{\text{اج}}$ ونزيد فيه علي استقـامته خط $\overline{\text{اد}}$ مساويا لنصف خط $\overline{\text{اب}}$ فاقول ان مربع $\overline{\text{جد}}$ خمسة امثال مربع $\overline{\text{اد}}$ برهانه نرسم علي كل واحد من خطي $\overline{\text{اب}}$ $\overline{\text{جد}}$ مربعا بالشكل التاسع والاربعين من الاولي وهما مربعا $\overline{\text{از}}$ $\overline{\text{جه}}$ ونخرج كل واحد من خطي $\overline{\text{اح}}$ $\overline{\text{جط}}$ علي استقامته اما $\overline{\text{اح}}$ ففي جهة ا واما $\overline{\text{جط}}$ ففي جهة ج الي ان ينتهي $\overline{\text{اح}}$ الي ضلع $\overline{\text{هط}}$ علي نقطة ل و $\overline{\text{جط}}$ الي ضلع $\overline{\text{حز}}$ علي نقطة ا ونخرج خط $\overline{\text{دط}}$ فيجتاز علي خط $\overline{\text{ال}}$ علي نقط م ونخرج خطا موازيا لضع $\overline{\text{جد}}$ بالشكل الواحد والثلثين من الاولي ونخرجه في جهتيه الي ان ينتهي الي ضلعي $\overline{\text{ده}}$ $\overline{\text{جط}}$ علي نقطتي $\overline{\text{نس}}$ فلان



سطحي $\overline{\text{ان}}$ $\overline{\text{لس}}$ مربعا باستبانة الشكل الرابع من الثامنة والاضلاع المتقابلة من السطوح المتوازية الاضلاع متساوية بالشكل الرابع والثلثين من الاولي يكون $\overline{\text{نم}}$ يساوي $\overline{\text{اد}}$ و $\overline{\text{مس}}$ يساوي $\overline{\text{اج}}$ ولان سطح $\overline{\text{ان}}$ مربع خط $\overline{\text{اح}}$ يساوي $\overline{\text{اب}}$ و $\overline{\text{اد}}$ يساوي $\overline{\text{ام}}$ لكن $\overline{\text{اب}}$ يساوي ضعف $\overline{\text{اد}}$ فاح يساوي ضعف $\overline{\text{ام}}$ ونسبة سطح $\overline{\text{اا}}$ الي $\overline{\text{اس}}$ كنسبة $\overline{\text{اح}}$ الي $\overline{\text{ام}}$ بالشكل

بالشكل الاول من السادسة فسطح آلـ يساوي ضعف سطح آسه فتمما



هم حم معا المتساويان بالشكل الثالث والاربعين من الاولي يساويان سطح آلـ وسطح حز وهو الحاصل من سطح بز في بح واب يساوي بز فسطح حز يساوي سطح اب في بح وهو كمربع اح المساوي لسطح مط فعلم فرع ز يساوي مربع آز وهو اربعة امثال مربع آد فاذا اضفنا اليه مربع آنه حصل سطح حه وهو مربع حد خمسة امثال مربع آد وذلک ما اردنا ان نبـــــين ۞

ونبين هذا الدعوي في شكل آخر بوجه آخر برهانه فلان اب قسم علي نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاطول اح يكون سطح اب في بح كمربع اح فنجعل اب في اح مشتركا فيكون سطح اب في بح وسطح اب في اح معا المساوي لمربع اب بالشكل الثاني من الثانية مساويا لمربع اح وسطح اب في اح لكن مربع اب يساوي اربعة امثال مربع اد بحكم الشكل الرابع من الثانية لان اد نصف اب وسطح اب في اح يساوي ضعف

سطح اد في اح بالشكل الاول من السادسة فضعف سطح اد في اح مع مربع اح يساوي اربعة امثال مربع اد فنجعل مربع اد مشتركا فتكون خمسة امثال مربع اد يساوي مربعي اد اح وضعف سطح اد في اح لكن مربعا اد اح وضعف سطح اد في اح كمربع حد بالشكل الرابع من الثانية فمربع حد يساوي خمسة امثال مربع اد ۰ وذلک ما اردنا ان نبـــــين ۞

ب

كل خط مستقيم محدود قسم بقسمين مختلفين وكان مربعه خمسه امثال مربع احد قسميه وزيد في القسم الاخر منه خط مستقيم علي استقامته وكان الخط الحاصل منهما ضعف القسم الاول فالخط الحادث الذي هو ضعف القسم الاول

مقسوم

مقسوم علي نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاطول القسم الثاني من الخط المقسوم بمختلفـــين ۞

لیكن الخط المقسوم بمختلفين علي نقطة آ خط حد ومربعه خمسة امثال مربع اد ونزيد في اح علي استقامته خط بح المستقيم فصار اب ضعف اد فاقول ان اب مقسوم بنقطة ح علي نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاول اح برهانه نرسم علي خطي حد اب مربعا حه از بالشكل السابع والاربعين من الاولي ونخرج خطي اح حط علي استقامتهما اما خط اح في جهة آ واما خط حط ففي جهة ح فلينته اح الي ضلع هط علي نقطة ل وخط حط الي حز علي نقطة آلـ ونخرج قطر دط فيجتاز علي خط آل بنقطة م ونخرج منها خطا يوازي ضلع حد بالشكل الواحد والثلثين من الاولي ونخرجه في جهتيه الي ضلع ده حآلـ علي نقطتي ر سه فكل من سطحي دم مط مربع باستبانة الشكل



الرابع من الثانية فاح يساوي اب واح يساوي امر فيكون اح ضعف ام ونسبة سطح آلـ الي سطح اسه كنسبة اح الي ام بالشكل الاول من السادسة واح ضعف ام فسطح آلـ ضعف سطح اسه ومنهما هم حم المتساويان بالشكل الثالث والاربعين من الاولي ضعف سطح اسه فسطح آلـ يساوي متممي هم حم وسطح آنه مربع اد وسطح حه مربع خمسة امثال مربع اد فعلم فرع ر اربعة امثال مربع اد ومربع اب اربعة امثال مربع اد بحكم الشكل الرابع من الثانية فمربع از يساوي علم فرع ر فسطح حز يساوي مربع ل سه وضلع اح يساوي م سه بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فمربع اح المساوي لمربع ل سه يساوي سطح حز الحاصل من سطح با في بح واب يساوي بز فسطح حز يساوي سطح اب في بح وسطح اب في بح يساوي مربع بح وسطح اح في حب بالشكل الثالث من الثانية فاح اعظم من بح فخط اب مقسوم علي نقطة ح علي نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاطول اح فالحكم ثابت وذلک ما اردنا ان نبـــــين ۞

ونبين هذا الدعوي في شكل آخر بوجه آخر برهانه فلان مربع حد يساوي مربعي اد اح وضعف سطح اح في اد بالشكل الرابع من الثانية وهو ايضا يساوي خمسة امثال مربع اد بالفرض فاذا القينا من مربع حد مربع اد

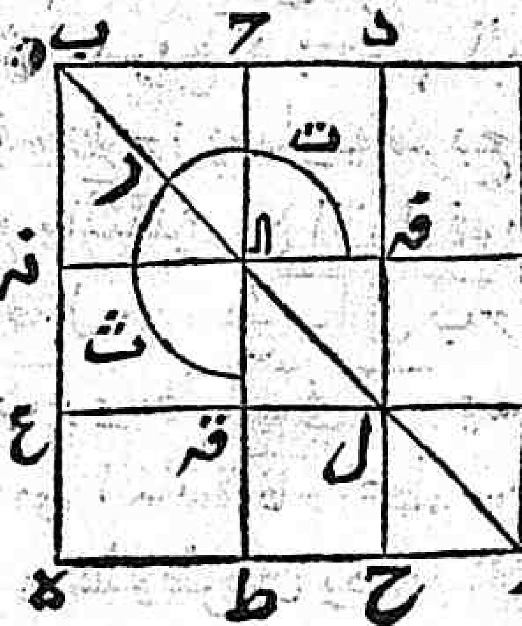
آد يبقى ضعف سطح آد في آح مع مربع آح مساويا لاربعة امثال مربع آد ومربع آب اربعة امثال مربع آد بحكم الشكل الرابع من الثانية وسطح آب في آح مع سطح آب في بح يساوي مربع آب بالشكل الثاني من الثانية فيصير ضعف

د ا ح ب

سطح آب في آح مع مربع آح مساويا لسطح آب في آح وسطح آب في بح فاذا القينا سطح آب في آح المشترك يبقى سطح آب في بح مساويا لمربع آح وسطح آب في بح يساوي مربع بح وسطح آح في بح بالشكل الثالث من الثانية فمربع آح اعظم من مربع بح وآح اعظم من بح فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ☼

كل قسم على نسبة ذات وسط وطرفين وذلك نصف قسمه الاطول على قسمه الاصغر على استقامته فمربع الخط الحادث منهما يساوي خمسة امثال مربع نصف قسمه الاطول ☼

ليكن آب قسم على نسبة ذات وسط وطرفين بنقطة ح وقسمه الاطول آح وتنصف آح على نقطة د بالشكل العاشر من الاولى فاقول ان مربع بد يساوي خمسة امثال مربع حد برهانه نرسم على آب مربع آه بالشكل السادس والاربعين من الاولى ونخرج من كل واحدة من نقطتي د ح خطا يوازي به بالشكل الواحد والثلثين من الاولى فهما متوازيان وموازيان لخط آز بالشكل الثلثين من الاولى ونخرجهما على استقامتهما الى ان ينتهيا الى خط زه على نقطتي ح ط ونخرج قطر بز فيجتاز على نقطتي آل من خطا حط دح ونخرج منهما خطا آنه لع موازيين لخط هز بالشكل الواحد والثلثين من الاولى فهما متوازيان وموازيان لخط آب بالشكل



الثلثين من الاولى ونخرجهما في جهتيهما على استقامتهما الى ان ينتهي آنه الى خطي آز به على نقطتي م نه ولع الى خطي به آز على نقطتي سع ع فيمر ان على خطي حط دح على نقطتي قه فه وكل واحد من سطوح دع مط فق

فق سح مل لط مربع باستبانة الشكل الرابع من الثانية ولان الاضلاع المتقابلة من السطوح المتوازية الاضلاع متساوية بالشكل الرابع والثلثين من الاولى خط آد يساوي كل واحد من خطي مف سل وخط حد يساوي كل واحد من خطي فال لق واد يساوي حد وآح يساوي مال فمربع آح يساوي مربع مط ومربع دح يساوي مربع فق واضلاع المربعات الكاينة في مربع مط متساوية فمربع مط اربعة امثال مربع فق فمربع آح اربعة امثال مربع حد وخط هع يساوي خط زع لانهما يساويان خطي طق الق المتساويين فسطح طع كسطح اع بالشكل السادس والثلثين من الاولى ولان آب يساوي به وسطح حه حاصل ضرب بح في به فسطح حه يساوي سطح آب في بح ومربع آح يساوي سطح آب في بح فسطح حه يساوي مربع آح بل اربعة امثال مربع حد وسطح طع كسطح اع وسطح عا كسطح الد بالشكل الثالث والاربعين من الاولى لانهما متممان الاشياء المساوية بشي واحد متساوية فعلم تث يساوي سطح حه بل مربع آح بل اربعة امثال مربع حد وسطح فق المساوي لمربع حد اذا اضفناه الى علم تث حصل مربع دع فمربع بد يساوي خمسة امثال مربع حد فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ☼

ونبين هذا الدعوى في شكل آخر بوجه آخر برهانه فلان مربع آح المنصف على نقطة د يساوي اربعة امثال مربع حد بحكم الشكل الرابع من الثانية وسطح آب في بح المساوي لمربع آح يساوي مربع بح وسطح آح في بح بالشكل الثالث من الثانية وسطح آح في بح يساوي ضعف سطح حد في حب بالشكل الاول من الثانية فضعف سطح حد في بح مع مربع بح

ا د ح ب

يساوي اربعة امثال مربع حد واذا زيد على ضعف سطح حد في بح مع مربع حد يصير خمسة امثال مربع حد مساويا لمربعي حد حب وضعف سطح حد في بح لكن مربع بد يساوي مربعي حد بح وضعف سطح حد في بح بالشكل الرابع من الثانية فمربع بد يساوي خمسة امثال مربع حد فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ☼

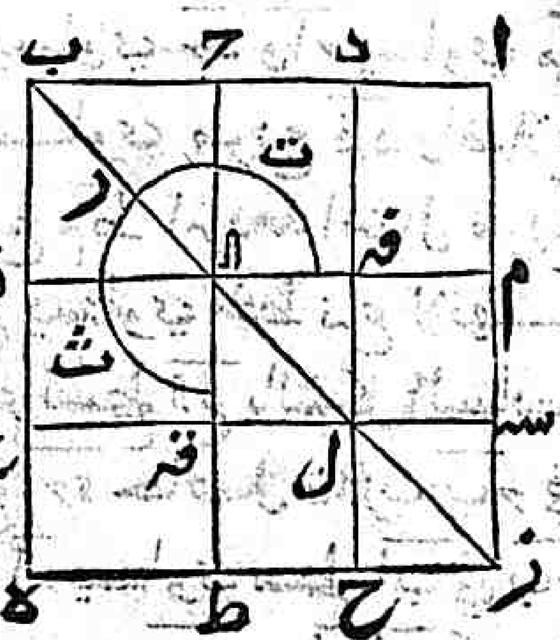
واستبان من هذين الشكلين عكسهما فنقول كل خط مربعه خمسة امثال مربع احد قسميه وزيد في ذلك القسم خط مستقيم ساويه على استقامته كان الخط الحادث مقسوما على نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاصغر القسم الاخر من الخط ولبكن مربع بد خمسة امثال ربع

ا د ح ب

حد وزيد على استقامته آد مساويا لخط حد فاب مقسوم على نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاصغر بح ☼

اما

اما علي الشكل الاول فلان مربع دع خمسة امثال مربع فق فاذا القينا من مربع دع مربع فق يبقي علم ت ر ث مساويا لاربعة امثال حد وسطح حه يساوي العلم وهو حاصل من سطح به



اعني از في بح فسطح اب في بح يساوي اربعة امثال مربع حد فيساوي مربع مط المساوي لمربع اح فسطح اب في بح يساوي مربع اح وبح اصغر من اح واما علي الشكل الثاني فلان بد يساوي خمسة امثال مربع حد فاذا القينا منه مربع حد يبقي ضعف سطح حد في بح مع مربع بح اربعة امثال مربع حد لكن ضعف سطح حد في بح يساوي سطح اب في بح وهو مربع بح يساوي سطح اب في بح فسطح اب في بح يساوي اربعة امثال مربع حد اعني اح فالحـــــكم ثابت ۞

د

كل خط قسم علي نسبة ذات وسط وطرفين وزيد عليه مثل قسمه الاطول علي استقامته كان الخط الحادث مقسوما علي نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاطول هو الخط كــــــله ۞

ليكن اب قسم بنقطة ح علي نسبة ذات وسط وطرفين ونزيد فيه اد علي استقامته مساويا للخط اح الذي هو قسمه الاطول فاقول ان خط بد مقسوم علي نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاطول هو خط اب برهانه فلان اح يساوي اد تكون نسبة اب الي اد كنسبه اب الي اح بالشكل السابع من الخامسة ونسبة اح الي حب كنسبة اب الي اح فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة اب الي اد كنسبة اح الي حب فبالخلاف نسبة اد الي اب كنسبة بح الي حا وبالتركيب بالشكل السابع عشر من الخامسة نسبة دب الي با كنسبة با الي اح ونسبة با الي اد كنسبة با الي اح بالشكل السابع من الخامسة فنسبة بد الي با كنسبة با الي اح ونسبة با الي اد كنسبة با الي اح بالشكل الســـابع من الخامسة

الخامسة فنسبة دب الي با كنسبة با الي اد بالشكل الحـــادي عشر من الخامسة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبـــــــــين ۞

واستبان منه انه اذا فصل اصغر قسمي خط قسم علي نسبة ذات وسط وطرفين من اعظم قسميه كان القسم الاعظم مقسوما علي نسبة ذات وسط وطرفين والمفصول قسمه الاعظم وذلك لانا اذا فصلنا من اب اح مساويا لخط اد في هذه الصورة كان اب مقسوما علي نقطة ح علي نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاطول اح لان نسبة دب الي با كانت كنسبة اب الي اد فتكون نسبة دب الي با كنسبة با الي اح لان اد يساوي اح فبالتفصيل تكون نسبة دا الي اب كنسبة بح الي حا فبالخلاف نسبة با الي اح المســـــــاوي لخط اد كنسبة اح الي دب

د

كل خط قسم علي نسبة ذات وسط وطرفين فان مربع الخط كله مع مربع اصغر قسميه يساويان ثلثة امثال مربع الاعظـــــــــــم

ليكن الخط اب قسم علي نقطة ح علي نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاصغر بح فاقول ان مربعي اب بح يســـاويان ثلثة امثـــال مربع اح برهانه فلان مربع اب مع مربع بح يساوي ضعف سطح اب في بح مع مربع اح بالشكل السابع من الثانية وسطح اب في بح يساوي مربع اح فضعف سطح اب في بح يســـاوي مثلثة امثال مربع اح فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبـــــــــين ۞

ة

كل خط منطق قسم علي نسبة ذات وسط وطرفين فان كل واحد من قسميه منفصـــــل

ليكن خطا منطقـــا وليقسم علي نقطة ح علي نسبه ذات وسط وطرفين بالشكل التاسع من السادسة وليكن قسمه الاطول اح فاقول ان كل واحد من اح حب منفصل برهـــانه نزيد في خط اح خط اد المستقيم علي استقامته

استقامته ونفصل منه اد مثل نصف اب بالشكل الثالث من الاولي فمربع دح خمسة امثال مربع دا بالشكل الاول فتكون نسبة مربع دح الي مربع اد كنسبة الخمسة من العدد الي الواحد فنسبتهما ان كانت كنسبة عددي ليست عدد من المربعين لان الخمسة ليست بمربع فدح يباين دا في الطول يشاركه في القوة بالشكل السابع من العاشرة فبالقلب نسبة مربع دح الي فصل مربعه علي مربع اد كنسبة الخمسة الي المربع وليسا عددين مربعين فدح يقوي علي اد بمربع خط يباينه في الطول واد منطق في الطول د منفصل خامس واذا اضفنا سطحين متوازيين الاضلاع الي خط اب المنطق مساويان لمربع اح كان الضلع الثاني منه منفصل اول بالشكل الرابع والتسعين من العاشرة وسطح اب في بح مساويا لمربع اح وهو مضاف الي خط اب والعرض الحادث هو بح منفصل فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✿

ز

كل مخمس متساوي الاضلاع تساوت ثلث زوايا من زواياه متجاورة اوغير متجاورة فجميع زواياه متساوية ✿

ليكن المخمس ابحده وثلث زوايا من زواياه وهي زوايا باه بحد حده الغير المتجاورة متساوية فاقول ان جميع زواياه متساويه برهانه نصل بين نقطة ب وبين كل واحده من نقطتي د ه بخط مستقيم فلان ضلعي با اه وزاوية باه من مثلث ابه يساوي ضلعي بح حد وزاوية بحد وقاعدة به كقاعدة بد وزاوية اهب كزاوية حدب بالشكل الرابع من الاولي فزاوية به‌د كزاويه بده بالشكل الخامس من الاولي فزاوية اهد كزاوية حده وايضا نصل بين نقطتي ح ه بخط مستقيم فلان ضلعي حد ده وزاوية حده تساوي ضلعي با اه وزاوية باه فقاعدة حه كقاعدة به فزاوية هحب كزاوية هبح بالشكل الخامس من الاولي فزاوية

فزاوية ابح كزاوية بحد فزوايا المخمس كلها متساوية ٠ ثم لتكن الزوايا الثلث المتساوية هي زوايا بحد حده اهد المتجاورة فاقول ان جميع زواياه متساوية فنصل بين نقطة ب وبين كل واحدة من نقطتي ه د بخط مستقيم ونصل بين نقطتي ح ه بخط مستقيم فيقطع ضلع بد فليقطع ضلع بد علي نقطة ر فلان ضلعي بح حد وزاوية بحد من مثلث بحد يساويان ضلعي حد ده وزاوية حده من مثلث حده فقاعدة بد كقاعدة حه وزاوية بدح كزاوية دحه وزاوية حبد كزاوية حهد بالشكل الرابع من الاولي فضلع حر كضلع در بالشكل السادس من الاولي وكانت قاعدتا بد حه متساويتين فضلعا بر هر متساويان فزاوية ربه كزاوية رهب بالشكل الخامس من الاولي وزاوية ابه كزاوية اهب بالشكل الخامس من الاولي فزاوية ابح كزاوية اهد ونصل بين نقطة ا وبين كل واحدة من نقطتي حد بخط مستقيم ونصل بين نقطتي ب د بخط مستقيم فيقطع اح فليقطع علي نقطة ط فلان ضلعي اب بح وزاوية ابح يساويان ضلعي بح حد وزاوية بحد فقاعدة بد كقاعدة اح وزاوية باح كزاوية بدح وزاوية دبح كزاوية بحا بالشكل الرابع من الاولي فضلع بط كضلع طح وكانت قاعدتا اح بد متساويتين فضلعا اط دط متساويان فزوايا طاد طدا متساويتان وزوايا هاد اده متساويتان بالشكل الخامس من الاولي فزاوية باه كزاوية حاه فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ✿

ح

كل دائرة نرسم فيها مثلث متساوي الاضلاع فمربع ضلعه يساوي ثلثة امثال مربع نصف قطرها ✿

لتكن دايرة ابح ونرسم فيها مثلث ابح متساوي الاضلاع باستبانة الشكل السادس عشر من الرابعة ونجد مركزها بالشكل الاول من الثالثة ولتكن نقطة د ونصل بينهما وبين كل واحد من نقط

ا ب ح

آ ب ح بخط مستقيم ونخرج خط آد علي استقامته الي ان ينتهي الي المحيط فلينته علي نقطة ه وليجتاز علي ضلع ب ح علي نقطة ز ونصل بين نقطتي ح ه بخط مستقيم فلان ضلعي اب اد يساويان ضلعا اح اد وقاعدة ب د كقاعدة ح د فبالشكل الثامن من الاولي زاوية ب اد كزاوية ح اب فقوس ب ه كقوس ح ه بالشكل الخامس والعشرين من الثالثة ولان مثلث اب ح متساوي الاضلاع وقسي الاوتار المتساوية متساوية بالشكل التاسع والعشرين من الثالثة فقوس ب ه ح ثلث الدايرة فقوس ح ه سدسها فوتر ح ه يساوي نصف قطر آد باستبانة الشكل الحادي عشر من الرابعة ولان زاوية اح ه الواقعة في نصف الدايرة قايمة بالشكل الثلثين من الثالثة فمربع آه يساوي مربعي اح ح ه معا بالشكل السابع والاربعين من الاولي لكن مربع اه اربعة امثال مربع نصف القطر بحكم الشكل الرابع من الثانية فمربعا اح ح ه معا يساويان اربعة امثال مربع آد نصف القطر لكن مربع ح ه كمربع آد فمربع اح ثلثة امثال مربع آد نصف القطر فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ٭

واستبان منه ان خمسة امثال مربع اح يساوي خمسة عشر مثلا نصف القطر وان العمود الخارج من احدي زوايا مثلث متساوي الاضلاع الواقع في اي دايرة عمود علي تلك الزاوية وان الواقع من العمود بين المركز وضلع المثلث المتساوي الاضلاع ربع القطر وكذلك تمامه من نصف القطر وذلك لان ضلع اب اح متساويان وكذلك زويتا ب از ح از وضلع از مشترك بين مثلثي ب از ح از فزاويتا ازب ازح متساويتان بالشكل الثامن من الاولي وزاوية دزح قايمة فزاوية حزه تمامها من القايمتين قايمة بالشكل الثالث عشر من الاولي فبالشكل السادس من الاولي قاعدة دز كقاعدة زه ٭ واستبان منه ايضا ان مربع اي ضلع من اضلاع مثلث متساوي الاضلاع الواقع في دايرة ثلثة ارباع مربع قطر تلك الدايرة لان مربع القطر اربعة امثال مربع نصف القطر بحكم الشكل الرابع من الثانية ومربع ضلع المثلث المتساوي الاضلاع الواقع في الدايرة ثلثة امثال مربع نصف قطرها ٭

ط

كل خط حاصل من اتصال ضلع معشر من

دايرة

دايرة وضلع سدسها مقسوم علي نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاطول ضلع المسدس ٭

ليكن ضلع معشر دايرة آب ح وتر ب ح ونجد مركزها بالشكل الاول من الثالثة وهو نقطة ه ونصل بينهما وبين كل واحد من نقطتي ب ح بخط مستقيم ونخرج خط ح ه الي ان ينتهي الي المحيط فلينته الي نقطة آ ونخرج وتر ب ح علي استقامته في جهة ح الي غير النهاية ونفصل منه ح د مساويا لنصف قطر ح ه بالشكل الثالث من الاولي وهو خط ح د فاقول ان خط ب د مقسوم علي نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاطول ح د برهانه نصل بين نقطتي ه د بخط مستقيم فلان قوس اب ح خمسة امثال قوس ب ح فقوس اب اربعة امثال قوس ب ح ونسبة قوس اب الي قوس ب ح كنسبة زاوية اه ب الي زاوية ب ه ح بالشكل الثاني والثلثين من السادسة فزاوية اه ب اربعة امثال زاوية ب ه ح ولان ضلعي ب ه ه ح متساويان يكون زاويتا ه ب ح ه ح ب متساويتين بالشكل الخامس من الاولي فزاويتا ه ب ح ه ح ب معا ضعف كل واحدة منهما وزاوية اه ب تساوي زاويتي ه ب ح ه ح ب معا بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فزاوية ه ح ب ضعف زاوية ب ه ح ولان ضلعي ه ح ح د متساويان فزاويتا ح ه د ح د ه متساويتان بالشكل الخامس من الاولي فزاوية ب ح ه ضعف زاوية ح ه د وهي زاوية ب ه ح ايضا فزاويتا ب ه ح ح ه د متساويتان وزاوية ه ح ب كزاوية ب ه د وزاويه ب ه ح كزاوية ح ه د وزاويه ب ه ح مشترك بين مثلثي ب ه ح ب ه د زاويتاهما المتناظرة متساوية فبالشكل الرابع من السادسة نسبة ب ه الي ب ح كنسبة ب د الي ب ه ونسبة ب د الي د ح كنسبة ب د الي ب ه بالشكل التاسع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة ب ه الي ب ح كنسبة ب د الي د ح فبالتقديم نسبة ب د الي د ح كنسبة ب ه الي ب ح ونسبة ح د الي ح ب كنسبة ب ه الي ح ب فنسبة ب د الي د ح كنسبة د ح الي ح ب فخط ب د مقسوم علي نسبة ذات وسط وطرفين ولان زاوية ه ب ح اعظم من زاوية ب ه ح فضلع ح ه اعظم من ضلع ح ب و ح د يساوي ح ه فحد اعظم قسمي خط ب د فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ٭

واستبان منه ان وتر المعشر الواقع في اي دايرة اذا فصل من وتر مسدسها كان وتر المسدس مقسوم علي نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاطول

الاطول وتر المعشر لما بينا في استبانة الشكل السابع وهذا هو الشكل الاول من المقالة الخامسة عشر من اصلي الثابت والحجاج ☼

ك

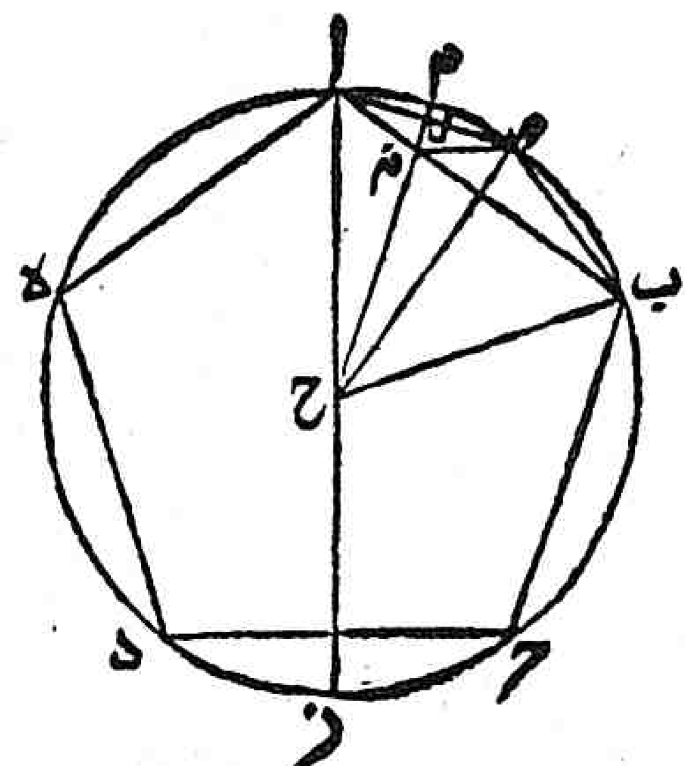
كل ضلع مخمس متساوي الاضلاع الواقع في اي دايرة يقوي على ضلعي مسدسها ومعشرها اذا كان متساويتي الاضلاع ☼

نرسم في دايرة ابحده مخمس ابحده متساوي الاضلاع بالشكل السادس عشر من الرابعة ونجد مركزها بالشكل الاول من الثالثة ولتكن نقطة ح ونصل بينها وبين نقطتي اب بخط مستقيم ونخرج اح على استقامته الي ان تنتهي الي المحيط فلينته على نقطة ز ونخرج من نقطة ح عمود حط على ضلع اب بالشكل الثاني عشر من الاولي ونخرج عمود حط في جهة ط الي ان ينتهي الي المحيط فلينته على نقطة ك فقوس اك كقوس بك بالشكل التاسع والعشرين من الثالثة لان عمود حط نصف وتر اب بالشكل الثالث من الثالثة ونصل بين نقطة ك وكل واحدة من نقطتي اب بخط مستقيم ونخرج من نقطة ح عمود حل على ضلع اك بالشكل الثاني عشر من الاولي ونخرجه على استقامته الي ان ينتهي الي المحيط فلينته الي نقطة م فيقطع ضلع اب فليقطع على نقطة ن ونصل بين نقطتي كن بخط مستقيم فلان قوس ابحز كقوس اهدز وقوس ابح كقوس اهد فقوس حز كقوس دز لكن قوس حزد قوس المخمس فقوس حز قوس المعشر ولان اح يساوي حب وحط عمود على اب فزاوية احك كزاوية كحب بالشكل الثامن من الاولي فقوس اك كقوس كب بالشكل السادس والعشرين من الثالثة فقوس اب ضعف قوس بك فخط اك ضلع المعشر وكذلك قوس اك ضعف قوس ام ولان قوس اب ضعف قوس بك وقوس حد كقوس اب فقوس حد ضعف قوس بك وقوس حد ضعف قوس حز فقوس حز كقوس بك لكن قوس بك ضعف قوس ام لان بك يساوي اك فقوس حز ضعف قوس ام وقوس حب ضعف قوس بك

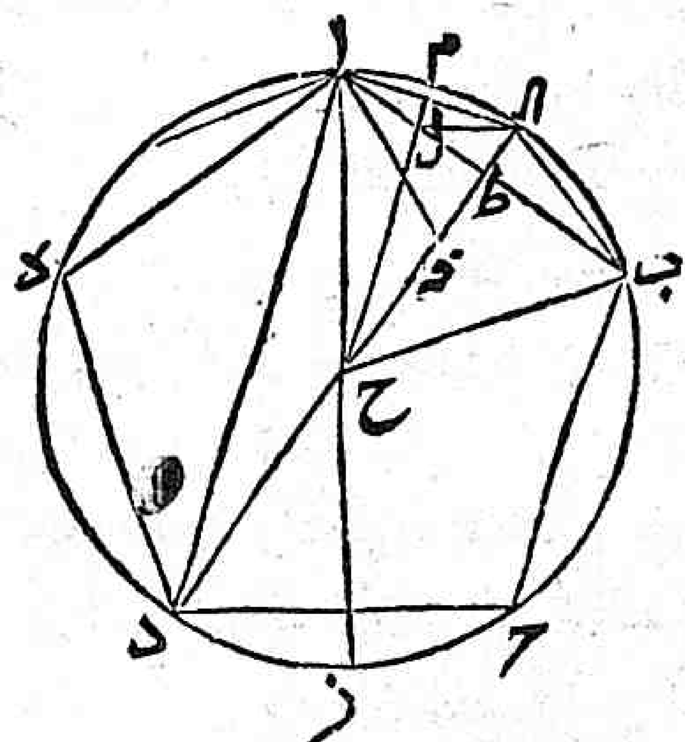
بك لانهما متساويان فقوس زب كله ضعف قوس بم فزاوية زحب ضعف زاوية بحم بالشكل الثاني والثلثين من الاولي او بالشكل العشرين من الثالثة وزاوية زحب ضعف ايضا زاوية حاب لان زاوية حاب كزاوية ابح فزاوية بحن كزاوية حاب وزاوية ابح مشترك بين مثلثي ابح بحن فزاوية احب كزاوية بنح فبالشكل الرابع من السادسة نسبة اب الي بح كنسبة حب الي بن فسطح اب في بن كمربع بح ولان ضلع اك كضلع اك ومشترك ضلع كن عمود على اك فقاعدة اكن كقاعدة نا فزاوية لاكن كزاوية لاكن لكن زاوية لاكن كزاوية ابن فزاوية لاكن كزاوية ابن وزاوية ناك مشترك بين مثلثي ابك اكن فزاوية اكب الباقية كزاوية اكن بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فبالشكل الرابع من السادسة نسبة با الي اك كنسبة اك الي ان فسطح با في ان كمربع اك وسطح اب في بن كمربع بح فسطح اب في بن مع سطح با في ان بل مربع اب يساوي مربع بح ومربع اك معا لكن اب ضلع المخمس وبح ضلع المسادس واك ضلع المعشر فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبين ☼

واستبان منه ان العمود الخارج من مركز اي دايرة الي وتر مخمسها كعمود حط يساوي نصف وتر المسدس والمعشر معا الواقعين في تلك الدايرة وهذا هو الشكل الاول من المقالة الرابعة عشر من اصلي الثابت والحجاج وذلك لان اك اذا كان على استقامته حك كان الخط الحاصل منهما معشرا على نسبة ذات وسط وطرفين وكان قسمه الاطول حك بالشكل المتقدم فاذا فصلنا حق مساويا لوتر اك بالشكل الثالث من الاولي كان خط حط معشرا على وسط وطرفين وقسمه الاطول حق باستبانة الشكل المتقدم فنقطة ق لا يقع على نقطة ط والا لكان سطح حك في كط كمربع حق اعني مربع عمود حط باستبانة الشكل السادس عشر من الخامسة فاذا اخرجنا حك الي المحيط على استقامته ينتهي الي نقطة د منه ونصل اد بخط مستقيم فتكون زاوية داك قايمة بالشكل الثلثين من الثالثة فيكون سطح دك الذي هو ضعف حك في كط كمربع اك المساوي لخط حق وكان سطح حك في كق كمربع حق هذا خلف فنقطة ق تقع بين نقطتي ح ط فيكون سطح دك الذي هو ضعف خط حك في كط كسطح حك في كق فيكون خط كق باستبانة الشكل الاول من السادسة كخط كط لخط طق فيكون ضلعا كط معا لخطي حق قط اعني عمود حط يساوي ضلعي وتر المسدس والمعشر معا . او نقول بوجه آخر فلان مربع اح كمربعي اط حط ومربع اك كمربعي اط كط بالشكل السابع والاربعين من الاولي واح اعظم من اك فط كا اصغر من حط فنفصل منه ما يساوي كط وهو قط بالشكل الثالث من الاولي ونصل اق بخط مستقيم فتكون زاويتا اكط اقط متساويتين

متساويتين وكذا ضلعي اا اق بالشكل الرابع من الاولي ولان قوس اهد اربعة امثال قوس اا فتكون نسبة قوس اهد الي قوس اا كنسبة زاوية احد الي زاوية احا بالشكل الثاني والثلثين من السادسة فزاوية احد اربعة امثال زاوية احا وضلعا حا اح متساويان فزاويتا اا ح ااح متساويتان بالشكل الخامس من الاولي وزاوية احد كزاويتي اا ح ااح بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فزاوية اا ح المساوية لزاوية اقط ضعف زاوية احا فزاوية اقط ضعف زاوية احط وهي مساوية لزاويتي قاح احق بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فزاويتا قاح احق متساويتان فضلع اق كضلع قح بالشكل السادس من الاولي فضلع قح كضلع اق وضلع اا كضلع اق فضلع حق كضلع اا وضلعا اا ط طق متساويان فعمود حط المساوي لضلعي اا اا ط يساوي نصف وتري المسدس والمعشر ☼

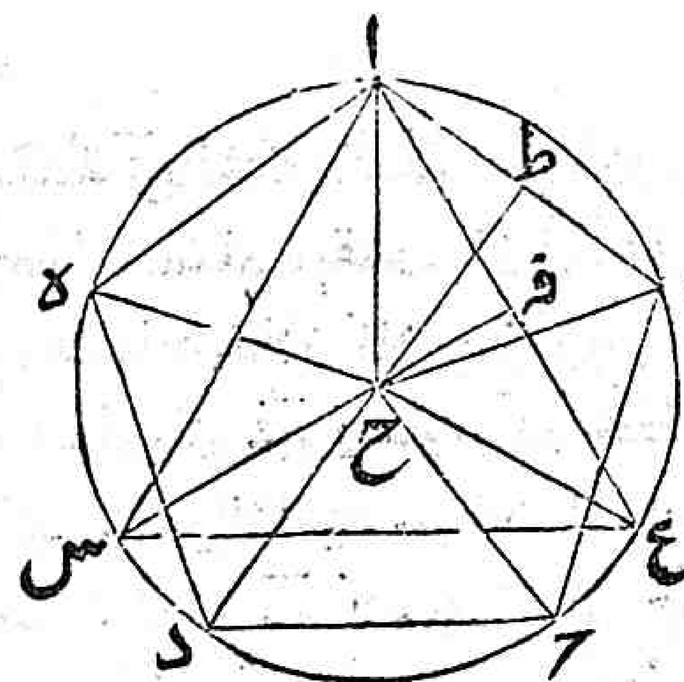


واستبانة ثانية وهي ان مربع اد وتر زاوية المخمس الواقع في دايرة مع مربع اب ضلع مخمسها يساوي خمسة امثال مربع نصف قطرها وهذا هو الشكل الثاني من المقالة الرابعة عشر من الثابت والحجاج وذلك لان مربع اد وتر زاوية المخمس مع مربع اا ضلع المعشر يساوي اربعة امثال مربع نصف القطر باستبانة الشكل الحادي عشر من الرابعة وقد تبين في هذا الشكل ان مربع اب وتر المخمس يساوي مربع نصف القطر مع مربع وتر المعشر فمربع وتر اد مع مربع اب ضلع المخمس يساويان خمسة امثال من نصف القطر ☼



واستبانة ثالثة وهي انا اذا رسمنا في دايرة ابج مثلث اعس متساوي الاضلاع باستبانة الشكل الخامس عشر من الرابعة ووصل بين نقطة ح المركز وبين كل واحدة من نقطة زوايا المثلث والمخمس بخط مستقيم يحدث في المخمس خمسة مثلثات متساويات باستبانه الشكل الثاني من الرابعة وفي المثلث ثلاثة مثلثات متساويات بالشكل الثامن وبالشكل الرابع من الاولي لتساوي اضلاعها المتناظرة ونخرج من نقطة ح الي ضلع

ضلع اع عمود حف بالشكل الثاني عشر من الاولي فسطح عمود حط في اط يساوي مثلث ابح وسطح عمود حف في اف يساوي مثلث اعح باستبانة الشكل الثالث عشر من الثانية فسطح عمود حط في اب يساوي ضعف مثلث ابح وسطح عمود حف في اع يساوي ضعف مثلث اعح فستون مثلا لمثلث ابح يساوي اثني عشر مثلا لمخمس ابجده لان المخمس ينقسم الي خمس مثلثات متساويات فسطح عمود حط في ضلع اب ثلثون مرة يساوي ستين مثلا لمثلث ابح وهي تساوي اثني عشر مثلا لمخمس ابجده وستون مثلا لمثلث اعح يساوي عشرين مثلا لمثلث اعس منقسم الي ثلاثة امثال مثلث اعح فسطح عمود حف في اع ثلاثون مرة يساوي ستين مثلا لمثلث اعح وهي تساوي عشرين مثلا لمثلث اعس ومن اول الاستبانة الي ههنا هو تقرير الشكل الرابع والخامس من المقالة الرابعة عشر من اصلي الثابت والحجاج ولان نسبة الاضعاف اذا كانت متساوية كنسبة الاجزآء بالشكل الخامس عشر من الخامسة تكون نسبة اثني عشر مثلا لمخمس ابجده الي عشرين مثلا لمثلث اعس كنسبة مثلث ابح الي مثلث اعح



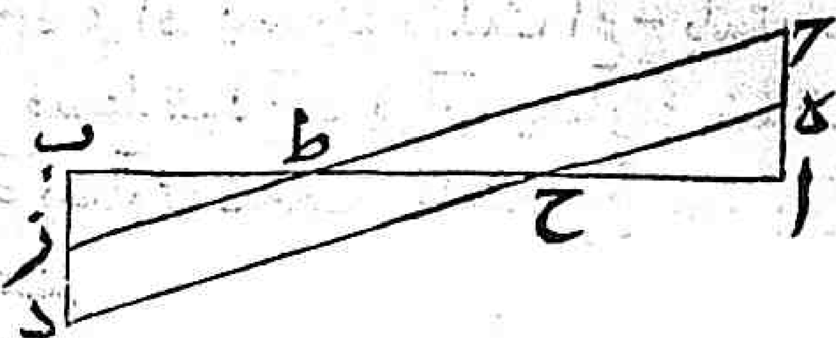
واستبانة رابعة وهي انه اذا كان مجسمان يحيط باحدهما اثنا عشر مخمسا متساويات وبالآخر عشرون مثلثات متساويات وكانت الدايرة التي تحيط بالمخمس مساوية للدايرة التي تحيط بالمثلث فان سطح ذي الاثني عشر قاعدة الي سطح ذي العشرين قاعدة كنسبة مثلث من المثلثات التي ينقسم اليها مخمس ذي الاثني عشر قاعدة الي مثلث من المثلثات التي ينقسم اليها مثلث ذي العشرين قاعدة بل تكون كنسبة مثلث دال الي مخمس هذا علي التبادل

مقدمة

كل خط مستقيم محدود لنا ان نقسمه ثلثة اقسام متساوية ☼

ليكن الخط اب فنخرج من نقطتي ا ب عمودي اج ب د علي خط اب احدهما في

في جهـــة من خط اب والآخر في جهة آخري منه بالشكل الحادي عشر من الاولي وننصف عمود اح علي



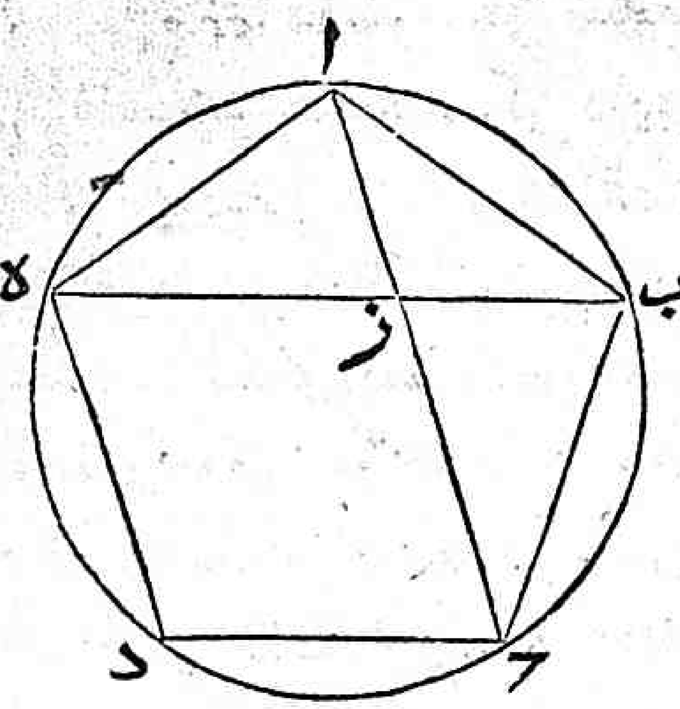
نقطة ه بالشكل العاشر من الاولي ونجعل عمود ب د مساويا لعمود اح بالشكل الثـالث من الاولي وننصف عمود ب د علي نقطة ز بالشكل العاشر من الاولي ونصل بين كل واحدة من نقطتي ح د ح ز بخط مستقيم فينقسمـــان اب علي نقطتي ح ط بثلثة اقسام متساوية برهـــانه فلان كلا من زاويتي ح اب اب د المتقابلتان قايمة وعمودا ح ا ب ه متساويان فحـ ه يساوي د ز فخطا ه د ح ز متساويان ومتوازيان بالشكل الثالث والثلثين من الاولي ولان قاعدتي ح ط ه ح متوازيتان تكون نسبة ا ه الي ه ح كنسبة ا ح الي ح ط بالشكل الثاني من السادسة لكن ا ه يســاوي ح ه و ا ح يساوي ح ط وبمثله نبين ان خط ب ط يساوي خط ط ح فخطوط ا ح ح ط ط ب متساوية وان اردنا ان نقسم خط اب باربعة اقسام متساوية فينقسم عمود اح بثلثة اقســام متساوية ثم نقسم عمود ب د بثلثة اقسام متساوية كما قسمنا اح ونبين بمثل ما بينا انقسام خط اب باربعة اقسام متساوية وان اردنا نقسم اب بخمسة اقسام متساوية نقسم كل واحد من العمودين باربعة اقسام متساوية ويساوي بعضهـــا بعضا ثم تبين بمثل ما بينا الانقسام وعلي هذا القياس ان اردنا ان نقسمه بسته اقسام او اكثر وذلك ما اردنا ا ن نبـــــــــــــــين ۞

يا

كل مخمس متساوي الاضلاع يقع في دايرة فان اي وترين من اوتار زواياه يتقاطعان فانهمـــا يتقـــاسمان علي نسبة ذات وسط وطرفين والقسم الاطول من كل منهما يساوي ضلع المخمـــس ۞

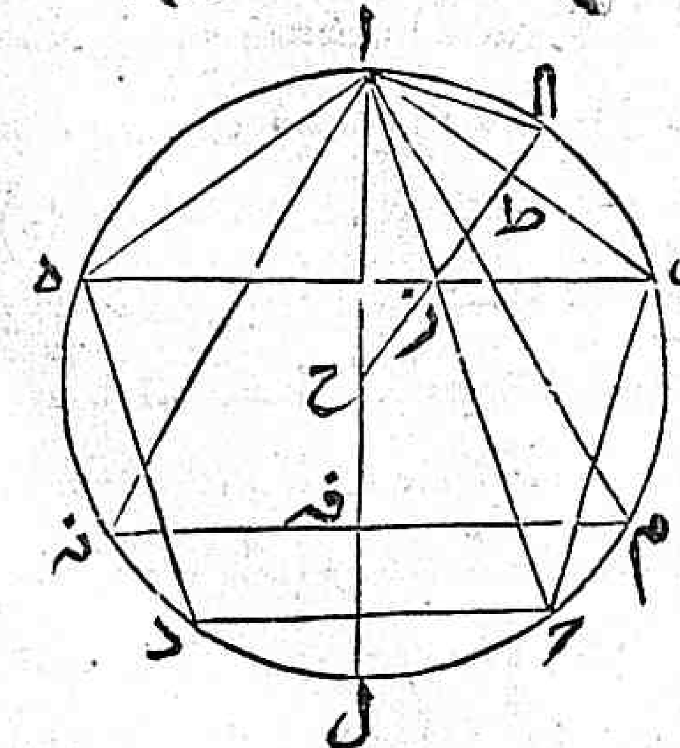
فنرسم في دايرة اب ح د ه مخمس اب ح د ه بالشكل الحادي عشر من الرابعة ونخرج وتري ب ه اح فيقع كل منهما في دايرة اب ح بالشكل الثاني من الثالثة فيتقاطعا فليتقاطعا علي نقطة ز فاقول ان كل واحد من وتري اح ب ه مقسوم بنقطة ز علي نسبة ذات وسط وطرفين والقسم الاطول من كل منهما يســاوي ضلع مخمس اب ح د ه برهانه فلان قوس اب كقوس ب ح فزاوية

فزاوية ب از كزاوية ا ه ب بالشكل الحادي والعشرين من السادسة وضلع اب كضلع ا ه وزاوية اب ه كزاوية ا ه ب بالشكل الخـــامس من الاولي فزاويتا اب ز ب از متساويتان فهمـــا ضعف زاوية ب از وزاوية ا ز ه كزاويتي اب ز ب از بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فزاوية ا ز ه ضعف زاوية ب از وقوس ح د ه ضعف قوس ب ح فزاوية ح ا ه ضعف زاوية ب از لان نســـبة القوس الي القوس كنسبة الزاوية الي الزاوية بالشكل الثاني والثلثين من السادسة فزاويتا ا ز ه ز ا ه متساويتان



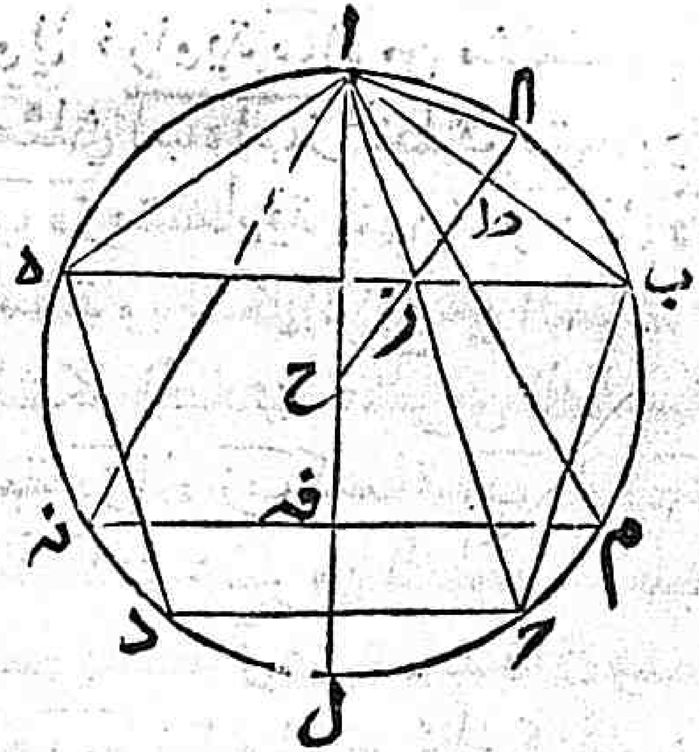
فضلع ز ه كضلع ا ه بالشكل السادس من الاولي ولان زوايا كل مثلث كقايمتين بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فزاوية ب ا ه من مثلث اب ه كزاوية ا ز ب من مثلث اب ز فزوايا مثلثي اب ه اب ز النظاير متساوية ولان ضلع ه ز كضلع ا ه فاضلاع ا ه اب ه ز متساوية فنسبة ب ه الي ه ز كنسبة ب ه الي ب ا بالشكل التاسع من الخامسة وبالشكل الرابع من السادسة نسبة اب الي ب ز كنسبة ب ه الي ب ا فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة ب ه الي ه ز كنسبة اب الي ب ز ونسبة ه ز الي ز ب كنسبة اب الي ب ز بالشكل التاسع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة ب ه الي ه ز كنسبة ه ز الي ز ب فوتر ب ه انقسم بنقطة ز علي نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاطول ه ز مساويا لضلع ب ح ضلع المخمس فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبـــــــــــــــين ۞

واستبان منه ان نسبة وتر زاوية المخمس المتســـاوي الاضلاع الواقع في اي دايرة الي ضلع المثلث المتســـاوي الاضلاع الواقع في تلك الدايرة او في دايرة تساويها كنسبة اثني عشر مثلا لسطح المخمس الي عشرين مثلا لسطح المثلث وهذا هو الشكل السادس من المقالة الرابعة عشر من اصلي الثابت والحجاج وانما يتم هذا ابعد ما نذكر في استبانة الشكل العشرين ان مخمس ذي الاثني عشر ومثلث ذي العشـرين اللذين يقعـــان في كرة يحيط بها دايرتان



متساويتان لانه قد بين في هذا الشكل ان وتر زاوية المخمس المتساوي الاضلاع الواقع في اي دايرة اذا قسم علي نسبة ذات وسط وطرفين كان قسمه

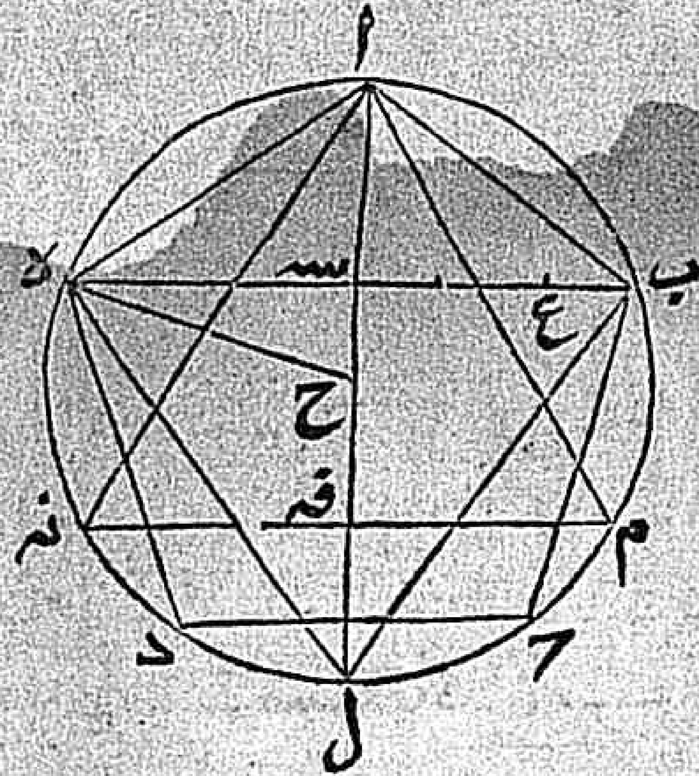
قسمه الاطول مساويا لضلع المخمس وتبين في الشكل السابع ان ضلعي المسدس والمعشر اذا انصل احدهما علي استقامة الآخر كان الخط الحاصل منهما مقسوما علي نسبة ذات وسط وطرفين ويكون قسمه الاطول وتر المسدس فنجد مركز دايرة ابج بالشكل الاول من الثالثة وليكن نقطة ح ونصل بينها وبين نقطة ا بخط مستقيم ونخرجه علي استقامته الي المحيط علي نقطة ل ونرسم فيها مثلث ام ن المتساوي الاضلاع باستبانة الشكل السادس عشر من الرابعة فضلع م ن يقطع القطر علي نقطة ف فيكون اف عمودا علي م ن باستبانة الشكل الثامن ونخرج من نقطة ح عمود ح ط علي ضلع اب بالشكل الثاني عشر من الاولي ونخرجه الي المحيط علي نقطة ك ونصل اك بخط مستقيم فيقع في الدايرة بالشكل الثاني من الثالثة فعمود ح ط ينصف وتر اب بالشكل الثالث من الثالثة وقوس اك ب بالشكل التاسع والعشرين



من الثالثة علي نقطة ك فاك ضلع المعشر وقد تبين في استبانة الشكل التاسع والعشرين من السادسة ان جميع الخطوط المقسومة علي نسبة ذات وسط وطرفين المعشره مقسومة علي نسبة واحدة فتكون نسبة الخط الي الخط كنسبة قسمه للاطول وللاصغر الي الاصغر علي الولاء فاذا قسم عمود ح ط علي نسبة ذات وسط وطرفين بالشكل التاسع والعشرين من السادسة كانت نسبة اك اح اذا كان خطا واحدا الي عمود ح ط كنسبة ح ك الي القسم الاطول من عمود ح ط لكن اك اح اذا كان خطا واحدا كان ضعف عمود ح ط باستبانة الشكل المتقدم فيكون اح ضعف القسم الاطول من عمود ح ط فيكون القسم الاطول منه ربع القطر فيكون مساويا لعمود ح ف فتكون نسبة ب ه وتر زاوية المخمس الي اب ضلعه كنسبة عمود ح ط الي عمود ح ف باستبانة الشكل التاسع والعشرين من السادسة فسطح عمود ح ط في ضلع اب كسطح عمود ح ف في ب ه بالشكل الثامن عشر من السادسة وقد تبين في استبانة الشكل المتقدم ان ثلثين مثلا لسطح عمود ح ط في ضلع المخمس يساوي اثني عشر مثلا لمخمس اب ج د ه فيكون ثلثين مثلا لسطح عمود ح ف في ب ه يساوي اثني عشر مثلا لمخمس اب ج د ه وقد تبين في الشكل المتقدم ايضا ان ثلثين مثلا لسطح عمود ح ف في م ن يساوي عشرين مثلا لسطح مثلث ام ن وكل خط ضرب في خطين فنسبة الخطين كنسبة السطحين الخارجين من ضرب ذلك الخط في الخطين باستبانة الشكل الاول من السادسة فتكون نسبة خط

خط ب ه وتر زاوية المخمس الي خط م ن ضلع المثلث المتساوي الاضلاع كنسبة سطح عمود ح ف في ب ه الي سطح عمود ح ف في م ن ونسبة الاضعاف اذا كانت متساوية العدة كنسبة الاجزاء بالشكل الثامن عشر من الخامسة فتكون نسبة ثلثين مثلا لسطح عمود ح ف في ب ه المساوية لاثني عشر مثلا لسطح مخمس اب ج د ه الي مثلا لسطح عمود ح ف في ضلع م ن المساوية لعشرين مثلا لمثلث ام ن كنسبة ب ه الي م ن ۞

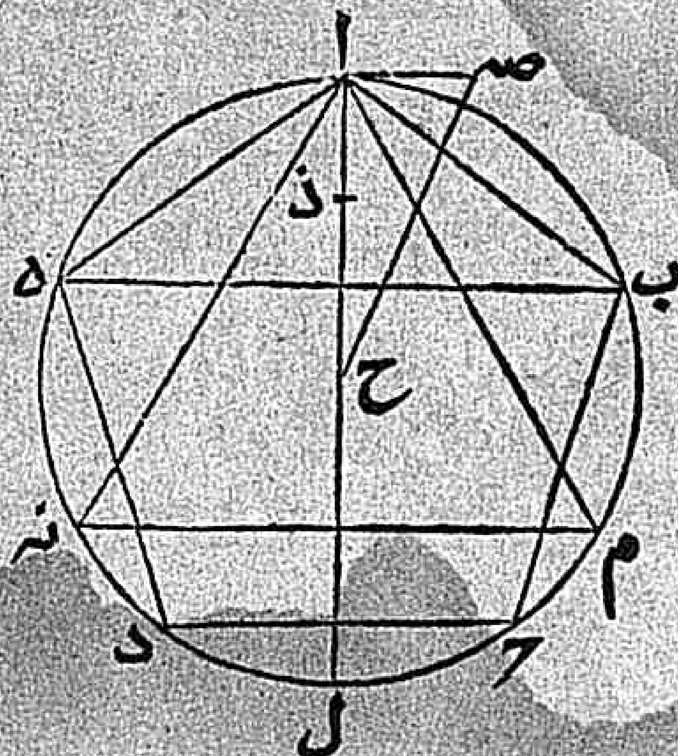
واستبانة ثانية ان النسبة سوا كان المثلث المتساوي الاضلاع واقعا في دايرة مخمس او في دايرة تساويها واقول في بيان هذا المطلوب بوجه اخر وهو الوجه هو الشكل التاسع والثامن من المقالة الرابعة عشر من اصلي الثابت والحجاج فلان وتري ب ل ه ل متساويان تكون زاويتا ب ا س ه ا س متساويتين بالشكل السادس والعشرين من الثالثة فضلعا اب ا س وزاوية ب ا س تساوي ضلعي اه ا س وزاوية ه ا س فبالشكل الرابع من الاولي قاعدة ب س كقاعدة س ه ونقسم ب س بثلثة اقسام متساوية بالمقدمة المذكورة قبل هذا الشكل وليكن احد اقسامه ب ع فيكون خط ه ع خمسة اسداس ب ه فيكون ه س مثل ونصف س ع ولان ح ف



مربع القطر فيكون اف مثل ونصف اح فنسبة اف الي اح كنسبة ه س الي س ع فبالشكل الخامس عشر من السادسة سطح اف في س ع كسطح ه س اح يساوي ضعف مثلث اه ح وح ف مثل نصف اح فسطح ه س في ح ف يساوي مثلث اح ه فاذا اضفنا الي سطح ه س في اح يصير المجموع مساويا لثلثة امثال مثلث اه ح فاذا اضفنا اليه سطح اف في س ع المساوي لسطح ه س في اح يكون المجموع مساويا لسطح مخمس اب ج د ه اذ كل مخمس متساوي الاضلاع ينقسم الي خمس مثلثات متساويات وسطح اف ه س س ع يساوي سطح اف في ه ع بالشكل الاول من الثانية فثلثة ارباع قطر ال في خمسة اسداس ب ه وتر زاوية المخمس يساوي مخمس اب ج د ه فسطح اب في اثني عشر مثلا لخط ه ع يساوي اثني عشر مثلا لمخمس اب ج د ه وسطح اف في اثني عشر مثلا لخط ع ه يساوي سطح اف في عشرة امثال سطح اف في ب ه يساوي اثني عشر مثلا لمخمس اب ج د ه وسطح اف في م ن ضعف مثلث ام ن فسطح اف في عشرة امثال م ن يساوي مثلا لمثلث ام ن فنسبة ب ه الي م ن كنسبة اثني عشر مثلا لسطح مخمس اب ج د ه الي عشرين مثلا لمثلث ام ن ۞

واستبانة

واستبانة الثالثة وهي ان نسبة كل وتر زاوية المخمس المتساوي الاضلاع الواقع في اي دايرة الي ضلع اي مثلث متساوي الاضلاع الواقع في تلك الدايرة وفي اي دايرة تساويها كنسبة الخط القوي علي الخط المقسوم علي نسبة ذات وسط وطرفين وعلي قسمه الاعظم الي الخط القوي علي المقسوم علي نسبة ذات وسـط وطرفين وعلي قسمه الاصغر فنقسم نصف قطر اح علي نسبة ذات وسـط وطرفين بالشكل التاسع والعشرين من السادسة وليكن قسمه الاعظم حذ والاصغر اذ ولان اح ضلع المسدس باستبانة الشكل الحادي عشر من الرابعه فيكون حذ ضلع المعشر باستبانة الشكل السابع فاقول ان نسبة به وتر زاويــة المخمس الي ام ضلع المثلث المتساوي الاضلاع كنسبة الخط القوي علي اح حذ معا الي الخط القوي اح اذ



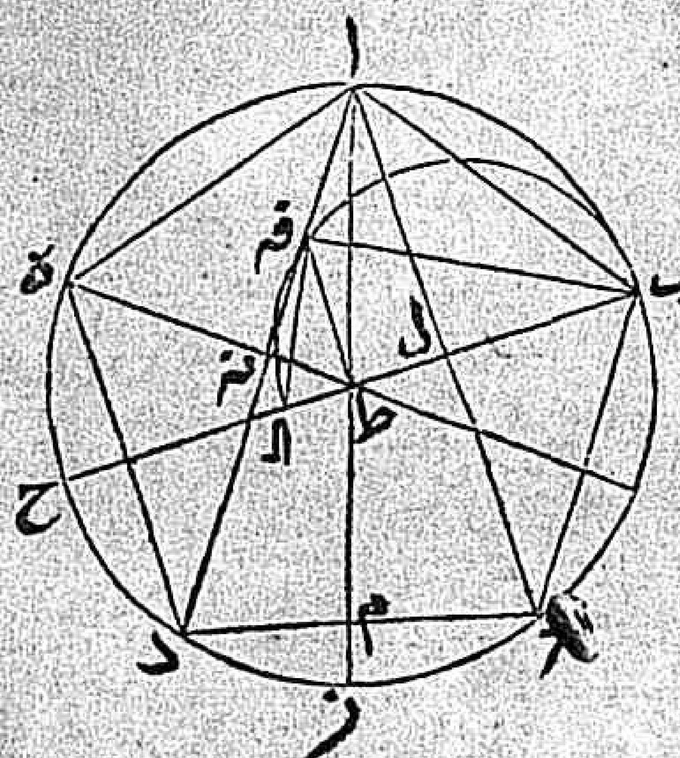
معا فنخرج من نقطة ا علي خط اح عمود اص بالشكل الحادي عشر من الاولي فيقع خارج دايرة ابج بالشكل الخامس عشر من الثالثة ونفصل منه اص مساويا خط اذ بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين نقطتي صح بخط مستقيم فلان مربع ام ثلثة امثال اح بالشكل الثامن ومربع حص يساوي مربعي اح اص بالشكل السابع والاربعين من الاولي واص يساوي اذ فمربع حص يساوي مربعي اح اذ معا وهما يساويان ثلثة امثال مربع حذ فمربع حص يساوي ثلثة امثال مربع حذ ولان نسـبة ام الي حص مثناة كنسبة مربع ام الي مربع حص بالشكل الثامن عشر من السادسة ونسبه الاضعاف اذا كانت متساوية كنسبة الاجزاء بالشكل الخامس عشر من الخامسة مربع ام ثلاثة امثال مربع اح ومربع حص ثلثة امثال مربع حذ فبالتبديل نسبة مربع اح الي حذ كنسبة مربع ام الي مربع حص فبالشكل الحادي عشر من الخامسـة نسبة ام الي حص مثناة كنسبة مربع اح الي مربع حذ ونسبة اح الي حذ مثناة كنسبة مربع اح الي مربع حذ بالشكل الثامن عشر من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة ام الي حص مثناة كنسبة اح الي حذ مثناة فنسبة ام الي حص كنسبة اح الي حذ ولان وتر زاوية المخمس اذا قسم علي نسبة ذات وسط وطرفين كان قسمه الاطول ضلع المخمس فنسبة به الي با كنسبة اح الي حذ باستبانة الشكل التاسع والعشرين من السادسة فنسبة به الي با كنسبة ام الي حص فبالابدال بالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة به الي ام كنسبة با الي حص لكن با يقوي علي اح ضلع المسدس وعلي

وعلي حذ ضلع المعشر معا بالشكل المتقدم وحص يقوي علي اح اذ معـا فنسبة به وتر زاوية المخمس المتساوي الاضلاع الواقع في تلك الدايرة كنسبة الخط القوي علي الخط المقسوم علي نسبة ذات وسط وطرفين وعلي قسمه الاعظم الي الخط القوي علي ذلك الخط المقسـوم وعلي قسمه الاصغر معـا ولو كان المثلث المتساوي الاضلاع الذي هو مثلث امن واقعـا في دايرة تساوي دايرة ابج لكانت النسبة بحالهـا فالمطلوب حـــــاصل ✡

يب

ضلع كل مخمس متساوي الاضلاع نرسم في اي دايرة قطرهـا منطق فانه اصغر ✡

نرسم مخمس ابجده في دايرة ابجده التي قطرهـا منطق فاقول ان كل واحد من اضلاع مخمس ا ب ج د ه اصغر برهانه نجد مركز الدايرة بالشكل الاول من الثالثة ولتكن نقطة ط ونصل بينها وبين كل واحدة من نقطتي اب بخط مستقيم ونخرجهما علي استقامتهما الي المحيط فلينته اط الي ز وبط الي ح ونصل بين نقطتي اج بخط مسـتقيم فيقع في دايرة ابج بالشكل الثاني من الثالثة فيقع قطر بح علي نقطة ل ولان قوسي اب بج كقوسي اه ed فيكون قوسا جز دز متساويين لان كل واحدة من قوسي ابج زاهدز نصف دايرة وبمثله تبين ان قوسي هح دح متساويان فزاويتـا جبل ابل متساويتـان بالشكل السادس



والعشرين من الثالثة فضلعا اب بل والزاوية التي بينهما تساوي ضلعي بج بل والزاوية التي بينهما فبالشكل الرابع من الاولي زاوية بلج كزاوية ال ب فكل منهما قايمة وكذلك كل من زاويتي الط حلط بالشكل الثالث عشر من الاولي واذا وصلنا بين نقطة اد هط بخط مستقيم تبين بمثل ما بينا ان كل واحدة من الزوايا التي عند نقطة ن قايمة وننصف نصف قطر طح وننصف نصف بالشكل العاشر من الاولي وليكن هو طك وطك ربع طح فهو يساوي ربع اط فلان زاويتي الط امج من مثلثي الط امج قايمتان وزاوية لاط مشترك بينهمـا وزوايا كل مثلث كقايمتين

كقايمتين بالشكل الثاني والثلثين من الاول فزوايا مثلثي الط امح المتناظرة متساوية فبالشكل الرابع من السادسة نسبة حم الي لط كنسبة اح الي اط ولان نسبة الاجزاء كنسبة الاضعاف المتساوية العدة بالشكل الخامس عشر من الخامسة تكون نسبة ربع اح الي ربع اط كنسبة اح الي اط فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة حم الي لط كنسبة ربع اح الي ربع اط ونسبة ربع اح الي طك كنسبته الي ربع اط بالشكل التاسع من الخامسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة حم الي لط كنسبة ربع اح الي طك فبالابدال بالشكل السادس عشر من الخامسة نسبة حم الي ربع اح كنسبة لط الي طك فنسبة حد ضعف حم الي حل نصف اح كنسبة مح الي ربع اح بالشكل الخامس عشر من الخامسة وكانت نسبة لط الي طك كنسبة مح الي ربع اح فبالشكل الحادي من الخامسة نسبة حد الي حل كنسبة لط الي طك فبالتركيب بالشكل السابع عشر من الخامسة نسبة دحل اذا كان مستقيما الي حل كنسبة لك الي اط واذا قسم اح علي نسبة ذات وسط وطرفين كان قسمه الاعظم يساوي حد ضلع المخمس بالشكل المتقدم وقد تبين في الشكل الاول ان قسم الاعظم من قسمي الخطين المقسوم علي نسبة ذات وسط وطرفين اذا اضيف الي نصف ذلك القطر كله كان مربع المجموع خمسة امثال مربع نصف الخط فمربع دحل خمسة امثال مربع حل ونسبة مربع دحل الي مربع حل كنسبة دحل الي حل مثناة بالشكل الثامن عشر من السادسة ونسبة لك الي اط مثناة كنسبة دحل الي حل مثناة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع دحل الي مربع حل كنسبة لك الي اط مثناة ونسبة لك الي اط مثناة كنسبة مربع لك الي مربع اط فنسبة مربع دحل الي مربع حل كنسبة مربع لك الي مربع اط بالشكل الحادي عشر من الخامسة لكن مربع دحل خمسة امثال مربع حل فمربع لك خمسة امثال مربع اط واط اربعة امثال طك وبط يساوي اط فبط اربعة امثال طك فبك خمسة امثال طك فنسبة بك الي اط كنسبة مربع بك الي مربع اط مثناة كنسبة مربع لك الي مربع اط فنسبة بك الي اط مثناة بالشكل الحادي عشر من الخامسة فاذا حصلنا وسطا في النسبة بين خطي بك اط بالشكل التاسع من السادسة كانت نسبة ذلك الوسط الي اط مثناة كنسبة بك الي اط مثناة كنسبة بك الي اط فنسبة الوسط الي اط مثناة كنسبة

كنسبة لك الي اط مثناة بالشكل الحادي عشر من الخامسة فنسبة الوسط الي اط كنسبة لك الي اط فلك يساوي الوسط بالشكل التاسع من الخامسة فخط لك وسط في النسبة بين خطي بك اط ونسبة مربع بك الي مربع لك مثناة بالشكل الثامن عشر من السادسة ونسبة لك الي اط مثناة كنسبة بك الي لك مثناة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع بك الي مربع لك كنسبة لك الي طك بالشكل الحادي عشر من الخامسة لكن مربع لك خمسة امثال مربع اط فمربع بك خمسة امثال مربع لك فنسبة مربع بط الي مربع لك كنسبة خمسة الي الواحد فنسبة مربع بك الي مربع لك كنسبة غير مربعين فبالشكل التاسع من العاشرة خط بك يشارك لك في القوة ويباينه في الطول وبك منطق لانه يشاركه قطر بح المنطق باستبانة الشكل العاشر من العاشرة فلك اصم ننصف بك بالشكل العاشر من الاولي ونرسم عليه نصف دايرة بنك ونخرج من نقطة ط عمود طف علي بك بالشكل الحادي عشر من الاولي ونخرجه علي استقامته الي ان ينتهي الي المحيط علي نقطة ف ونصل بينها وبين كل من نقطتي ب ك بخط مستقيم فباستبانة الشكل الثامن من السادسة نسبة مربع بك الي مربع كف كنسبة بك الي اط ولان لك وسط في النسبة بين بك اط تكون نسبة مربع بك الي مربع لك كنسبة بك الي اط فيكون مربع لك كمربع كف بالشكل السابع من الخامسة فيكون كف يساوي لك فبك يقوي علي لك اعني كف بمربع خط بف بالشكل السابع والاربعين من الاولي وكانت نسبة بك الي اط كنسبة الخمسة الي الواحد فبالقلب نسبة بك الي بط كنسبة الخمسة الي الاربعة وهما عددان غير مربعين ونسبة مربع بك الي مربع بف كنسبة بك الي بط فبك يشارك بف في القوة ويباينه في الطول بالشكل التاسع من العاشرة فبك يقوي علي لك بمربع خط يباينه فبك المنفصل الرابع ومربع اب يساوي سطح بح المنطق في بل المنفصل الرابع فيكون اب ضلع المخمس المتساوي الاضلاع الواقع في دايرة ابح اصغر بالشكل الواحد والعشرين من العاشرة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبـــــــين

يح

كل كرة مفروضة لنا ان نرسم فيها شكلا مجسما به اربع مثلثات متساويات الاضلاع علي ان مربع قطر تلك الكرة مثل مربع ضلع من اضلاع

المثلثات

المثلثات المحيطة بالمخروط ومثل نصف مربعه ولنا ان نرسم ايضا في اي مخروط تحيط به اربع مثلثات متساويات الاضلاع شكلا مجسما ذا ثماني قواعد مثلثات متساويات الاضـــــلاع ✿

ليكن اب مساويا لقطر الكرة المفروضة فننصف اب بالشكل العاشر من الاولي ونرسم عليه نصف دايرة ادب ونقسم اب بثلاثة اقسام متساوية بالمقدمة المذكورة قبل الشكل الحادي عشر وليكن احد اقسامه بح ونخرج من نقطة ح عمود حد علي اب بالشكل الحادي عشر من الاولي ونخرجه الي ان ينتهي الي قوس ادب علي نقطة د ونصل بين نقطة د وبين كل واحدة من نقطتي اب بخط مستقيم ولان نسبة اب الي بح كنسبة مربع اب الي مربع بد باستبانة الشكل الثامن من السادسة ونسبة اب الي بد مثناة كنسبة مربع اب الي مربع بد بالشكل الثامن عشر من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة اب الي بح كنسبة اب الي بد مثناة ولان نسبة اد الي دح كنسبة اب الي بد باستبانة الشكل الثامن من السادسة فنسبة اد الي دح مثناة كنسبة اب الي بح ونسبة مربع اد الي مربع دح كنسبة اد الي دح مثناة بالشكل الثامن عشر من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة اب الي بح كنسبة مربع اد الي مربع حد لكن اب ثلاثة امثال بح فمربع اد ثلثة امثال مربع دح ونفرض نقطتي زك في سطح مستو ونصل بينهما بخط مستقيم ونخرجه في جهتيه الي غير النهاية ونفصل منه زك مساويا لخط دح بالشكل الثالث من الاولي ونرسم علي مركز ز وببعد زك دايرة كلم ونرسم فيها مثلث كلم متساوي الاضلاع باستبانة الشكل السادس عشر من الرابعة ونصل بين نقطة ز وبين كل واحدة من نقطتي ل م ونخرج من نقطة ز علي السطح المفروض عمود زه في السمك بالشكل الثاني عشر من الحادية عشر ونخرجه في جهتيه الي غير النهاية

النهاية ونفصل من زه زنه يساوي اح ومن زح زط يساوي بح بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين نقطة نه وبين كل واحدة من نقط ك ل م بخط مستقيم فيحدث مخروط مضلع تحيط به اربع مثلثات فاقول انها متساوية الاضلاع برهانه فلان كز يساوي حد وزنه يساوي اح وكل من زاويتي احد نهزك قايمة فبالشكل الرابع من الاولي تكون اضلاع مثلث كزنه مساويا لاضلاع مثلث ادح كل لنظيره وبمثله تبين ان كل واحد من مثلثي م زنه ل زنه يساوي اضلاعهما اضلاع مثلث ادح كل لنظيره فكل واحد من اضلاع كنه لنه منه يساوي ضلع اد لكن مربع اد ثلاثة امثال مربع حد فمربع كل واحد من اضلاع كنه لنه منه يساوي ثلاثة امثال مربع كز لان كز يساوي حد ومربع كل واحد من اضلاع مثلث كلم يساوي ثلاثة امثال مربع نصف قطر دايرة كلم اعني كز فالمثلثات المحيطة بمخروط كلم زنه متساويات الاضلاع واقول انه تحيط به كرة قطرها مساو لخط اب برهانه فلان زنه يساوي اح وزط يساوي بح فطنه يساوي اب فننصف نهط بالشكل العاشر من الاولي ونرسم عليه نصف دايرة ولان كل واحد من انصاف اقطار كز لز مز عمود علي خط نهط فاذا ثبتنا نهط وادرنا نصف دايرة المرسومة الي ان تعود الي وضعها الاول فيمر محيط نصف الدايرة بكل واحدة من نقط ك ل م وحدثت كرة قطرها يساوي خط اب محيط بمخروط كلم زنه ولان خط اب مثل خط اح ومثل نصفه ونسبة اب الي اح كنسبة مربع اب الي مربع اد باستبانة الشكل الثامن من السادسة فمربع اب مثل مربع اد ومثل نصفه بالشكل الحادي عشر من الخامسة لكن خط اب يساو خط نهط واد يساوي نهك فمربع نهط مثل مربع نهك ومثل نصفه ونهط قطر الكرة المفروضة ونهك ضلع المخروط كلم زنه فمربع قطر الكرة المفروضة مثل مربع ضلع مخروط كلم زنه ومثل نصفه فالحكم ثابت . ثم ليكن المخروط الذي تحيط به اربع مثلثات متساويات الاضلاع مخروط ابحد فننصف كل واحد من اضلاع اب اح بح اد بد حد بالشكل العاشر من الاولي علي نقط هزح ل ك ط ونصل خطوط هز هك كز حه حز حل لط طح هل لك كط طز المستقيمة فلان زوايا باح باد حاد الثلث المحيط بزاوية ا المجسمة متساوية بالشكل الثامن من الاولي لتساوي الاضلاع المحيطة بها وتساوي قواعدها وبمثله تبين ان الزوايا المسطحة المحيطة بزوايا ب ح د المجسمة الثلث متساوية فقواعد حه حز هز الثلث متساوية بالشكل الرابع من الاولي لان اضلاع ها اح از متساوية

متساوية والزوايا التي بين كل اثنين منهـا متساوية وبمثله تبين ان قواعد ه‌ل ل‌ك ه‌ك ك‌ز ك‌ط ل‌ط ح‌ل ح‌ط التسع متساوية فمثلثات ح‌ه‌ز ح‌ه‌ل ح‌ز‌ط ح‌ل‌ط ط‌ك‌ز ط‌ك‌ل ل‌ه‌ك ه‌ك‌ز الثمانية متساوية بالشكل الثامن من الاولي فجسم ه‌ك المرسوم في مخروط ا‌ب‌ج‌د وثمان قواعد مثلثـات متسـاويات الاضلاع ما اردنا ان نـبـيـن ❁

فكل مخروط مضلع تحيط به اربع مثلثـات متساويات الاضلاع يلقب بالشكل الناري نظرا الي ان النار البسيطة مركبه من اجسام صغار حدا كل واحد منها علي شكلا المخروط النـــــاري ❁

يد

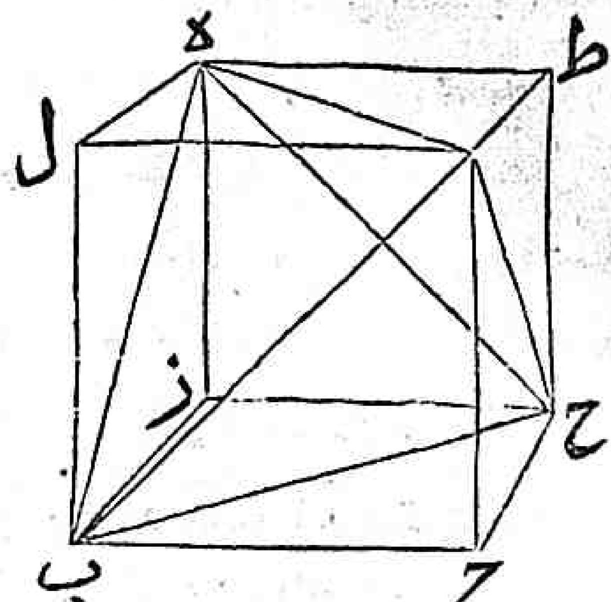
لنا ان نرسم في الكرة التي احاطت بالشكل الناري بل وفي اي كرة مفروضة مكعبا يكون مربع قطرها ثلاثـة امثـــال مربع ضلع المكعب ❁ ولنـــا ان نرسم ايضا شكلا ناريا في اي مكعب وشكلا ذا ثمـــان قواعد في اي مكعب ❁

فليبتد خط ا‌ب الناري بقطر الكرة المفروضة ونقسمه بثلثة اقســام متساوية بالمقدمة المذكورة قبل الشكل الحادي عشر وننصفه بالشكل العاشر من الاولي ونرسم عليه نصف دايرة ا‌د‌ب وليكن احد اقسامه ب‌ج ونخرج من نقطـة ج علي ا‌ب عمود ج‌د بالشكل الحادي عشر من الاولي ونخرجه الي قوس ا‌د‌ب ولينته اليها علي نقطة د ونصل بينها وبين كل واحدة من نقطتي ا ب بخط مستقيم ونرسم في سطح مستو نقطتي ه ز ونصل بينهما بخط مستقيم ونخرجه في

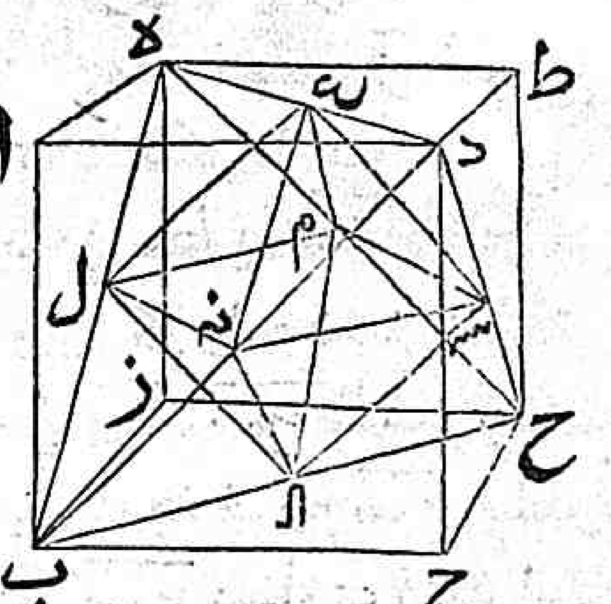
في جهتيه علي استقامته الي غير النهاية ونفصل منه خط ه‌ز مسـاويا لخط ب‌د بالشكل الثالث من الاولي ونرسم علي ه‌ز مربع ه‌ز‌ح‌ط بالشكل التاسع والاربعين من الاولي ونخرج من نقط ه ز ح ط علي سطح ز‌ط اعمدة ز‌م ح‌ن ط‌ل ه‌س بالشكل الثاني عشر من الحادية عشر ونجعل كل واحد من الاعمدة مساويا لضلع ه‌ز بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين كل واحدة من نقطتي س ن وبين كل واحدة من نقطتي م ل بخط مستقيم فلان كل واحدة من زاويتي س‌ه‌ز ه‌ز‌م قايمة فعمود س‌ه يوازي عمود ز‌م بالشكل الثامن والعشرين من الاولي وعمود س‌ه ز‌م متساويان فضلع ه‌ز يوازي ويساوي ضلع س‌م بالشكل الثالث والثلثين من الاولي فزاويتـا ز‌م‌س ه‌س‌م قايمتان بالشكل التاسع والعشرين من الاولي فسطح ه‌م مربع ومساو لمربع ز‌ط لتساوي اضلاعهما وزواياهما وبمثله تبين ان كل واحد من سطح ه‌ل ز‌ن ح‌ل مربع ومساو لمربع ز‌ط ولان كل واحدة من زاويتي س‌م‌ن ه‌ز‌ح وم‌ن‌ل ز‌ح‌ط ون‌ل‌س ح‌ط‌ه ول‌س‌م ط‌ه‌ز متساويان بالشكل العاشر من الحادية عشر وكل من زوايا مربع ز‌ط قايمة فكل من زوايا سطح ل‌م قايمة فالسطوح المحيطة بجسم ز‌ل مربعات متساويات وكل متقابلتين منها متوازيتين بالشكل الرابع عشر من الحادية عشر لان كل ضلع من اضلاعها عمود علي سطحين متقابلتين منها فجسم ز‌ل مكعب ◦ ونصل بين نقطة ح وبين كل واحدة من نقطتي ه س بخط مستقيم فلان مربع س‌ح يساوي مربعي س‌ه ه‌ح بالشكل التاسع والاربعين من الاولي واضلاع ه‌ز‌ح س‌ه متساوية فمربع س‌ح يساوي ثلثة امثال مربع ه‌ز وه‌ز يساوي ب‌د فمربع س‌ح يساوي ثلثة امثال مربع ب‌د ولان نسبة مربع ا‌ب الي مربع ب‌د كنسبة ا‌ب الي ب‌ج باستبانة الشكل الثامن من السادسة وقطر ا‌ب ثلاثة امثـال ب‌ج فمربع قطر ا‌ب ثلاثة امثال مربع ب‌د وكان مربع س‌ح ثلاثة امثال مربع ب‌د فضلع س‌ح يساوي قطر ا‌ب فاذا نصفنا س‌ح بالشكل العاشر من الاولي ورسمنا عليه نصف دايرة ولتبثنا س‌ح وادرنا نصف الدايرة الي ان يعود الي وضعه الاول مر محيط نصف الدايرة المرسوم علي ضلع س‌ح بنقطة ه لكون زاوية س‌ه‌ح قايمة والزوايا الواقعة في نصف الدايرة قايمة بالشكل الثلثين من الثالثة ولذلك يمر بنقط ز م ن ل ط وحدثت كرة مساوية للكرة التي احاطت بالشكل الناري بل هي عينها لان س‌ح من اقطـار تلك الكرة فقد رسمنا في الكرة المحيطة بالشكل الناري مكعبا مربع نصف قطرها ثلاثة امثال مربع ضلع المكعب فالحكم ثابـــــت ❁

واما

وأما ان نعمل في مكعب شكلا ناريا فليكن المكعب مجسم ب ط قاعدته مربع ا ب ج د والمربع المقابل الي سطح ه ز ح ط فنصل خطوط ب ح ب ه ه ح ب د د ه د ح فيحدث شكل ناري يحيط به مثلثات ب ه ح ب د ه ب د ح ه د ح الاربعة واضلاعها اقطار المربعات المحيط بالمكعب وهي متساوية فيكون المثلثات متساوية بالشكل الثامن من الاولـــــــــــي ۞



وأما ان لنا ان نرسم في مكعب ذا ثمان قواعد مثلثات متساوية الاضلاع فنفيد مكعب ب ط ونرسم فيه شكلا ناريا يحيط به مثلثات ب ه ح ب د ه ب د ح ه د ح الاربعة كما بينا وننصف كل واحد من اضلاع ب ح ب ه ه ح ب د د ه د ح بالشكل العاشر من الاولي علي نقط ك ل م ن ع س ونصل بين نقطة ك وبين واحدة من نقط ل ن م س بخط مستقيم وبين نقطة ع وبين كل واحدة من نقط ل ن م س بخط مستقيم وبين نقطة م وكل واحدة من نقط ل س بخط مستقيم وبين نقطة س وبين نقطة ن بخط مستقيم وبين نقطة ل وبين نقطة ن بخط مستقيم فيحدث في مجسم ب ج ه د الناري ذو ثماني قواعد بالشكل المتقدم فيكون قد رسمنا في مكعب ب ط ذا ثمان قواعد متساوية الاضلاع وذلك ما اردنا ان نبيـــــن ۞



وهذا الشكل يلقب بالترابي باعتبار ان كرة التراب مولفة من اجسام صغار جدا كل واحد منها مكعـــــــــــب ۞

واستبان منه ان مربع قطر الكرة المعمول فيها يساوي ستة امثال مربع نصف قطر دايرة محيط ثماني مربع من المربعات المحيط بالمكعب لان مربع ضلع المربع يساوي ضعف مربع نصف قطر دايرة يحيـــط بالمربع باستبانة الشكل التاسع من الرابعة ومربع قطر الكرة ثلاثة امثال مربع ضلع اي مربع من المربعات المحيط بالمكعب كما تبين في هذا الشكل فمربع قطر الكرة يساوي ستة امثال مربع نصف قطر دايرة يحيط باي مربع من المربعات المحيط بالمكعـــــــــب ۞

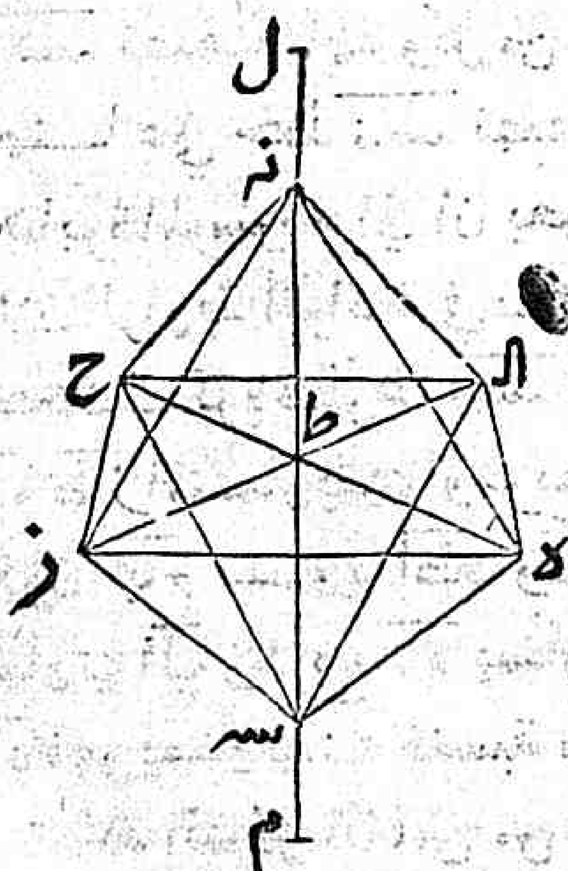
يه

لنـــا ان نرسم في الكره التي احاطت بالشكل الناري

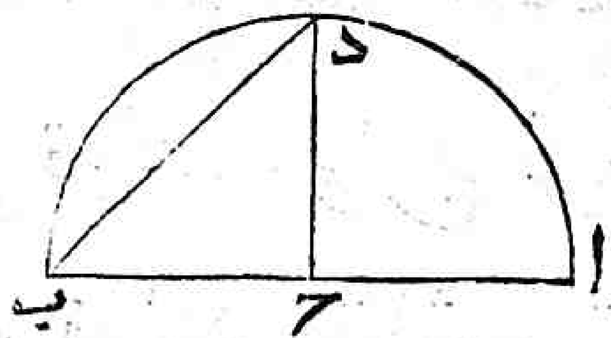
الناري وفي اي كرة مفروضة شكلا ذا ثماني قواعد مثلثات متساويات متساوييات الاضلاع يكون مربع قطر الكرة ضعف مربع احد اضلاع المثلثـــات المحيط بذي ثمان قواعد . وان نرسم مكعبا في اي شكل ذي ثمان قواعد مثلثات متساوييات الاضـــــــلاع ۞

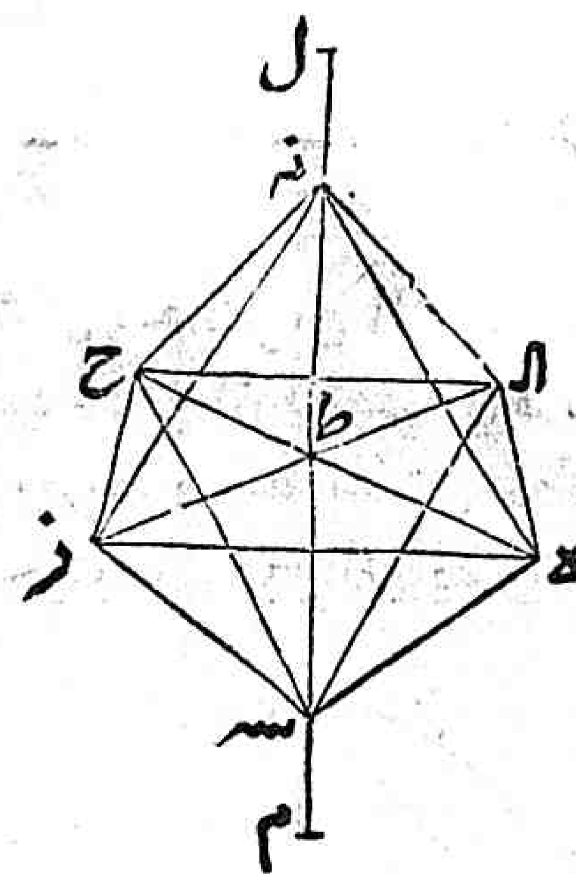
فبعتمد قطر ا ب وننصفه علي نقطة ج بالشكل العاشر من الاولي ونرسم علي قطر ا ب نصف دايرة ا د ب ونخرج عمود ج د الي ان ينتهي الي قوس ا د ب علي نقطة د ونصل ب د بخط مستقيم ونرسم في سطح مستو نقطتي ه ز ونصل بينهما بخط مستقيم ونخرجه في جهتيه الي غير النهاية ونفصل منه ه ز مساويا لب د بالشكل الثالث من الاولي ونرسم عليه مربع ه ز ح ك بالشكل السادس والاربعين من الاولي وزاوية ه ز ح قايمة فكل من زاويتي ز ه ح ز ح ه نصف قايمة بالشكل الثاني والثلثين من الاولي اذ يبين فيه ان كل مثلث فان زواياه كقايمتين وبمثله تبين ان كل واحد من زاويتي ه ز ك ه ك ز ح ه ك ه ح ك ز ك ح ك ز ح نصف قايمة فخطوط ط ه ط ز ط ح ط ك متساوية بالشكل السادس من الاولي فالاضلاع المتناظرة من مثلثا ه ط ز ه ط ك ز ط ح ح ط ك متساوية فالزوايا المتناظرة منهـــا متساوية بالشكل الثامن من الاولي فكل واحدة من زوايا ه ط ز ه ط ك ز ط ح ح ط ك قايمة ونخرج من نقطة ط عمود ط ل علي سطح مربع ه ح بالشكل الثاني عشر من الحادية عشر ونخرجه في جهتيه علي استقامته الي غير النهـــاية ونفصل من ط ل ط م المخرجين ط ن ط س يساوي ه ط بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين نقطتي ن س





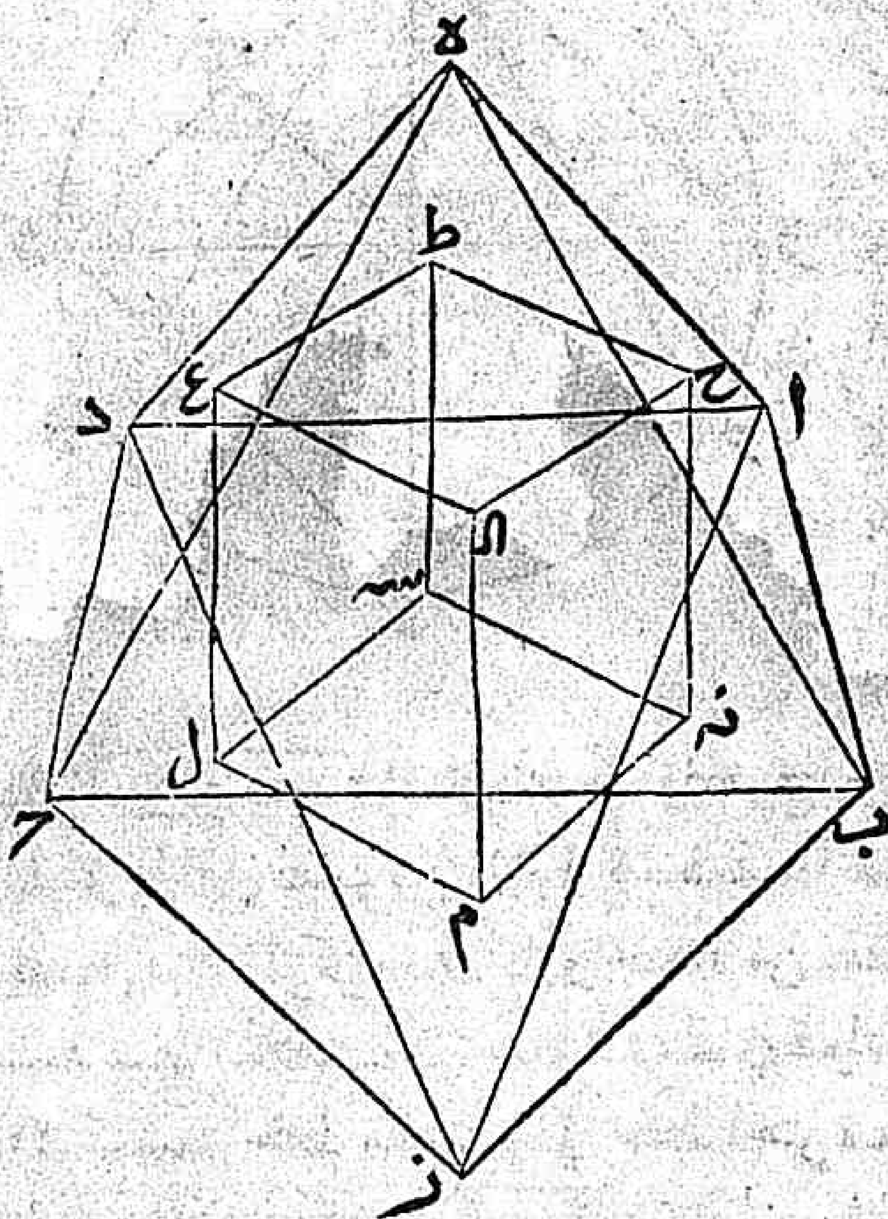
س وبين كل واحدة من نقط ه ز ح ي بخط مستقيم فيحدث شكل مجسم يحيط به ثماني مثلثات فاقول انها متساويات الاضلاع فلان كلا من ضلعي ط ك ط س يساوي احد خطوط ط ه ط ز ط ح ط ي يساوي ضعف مربع احد خطوط ط ه ط ز ط ح ط ي ومربع ه ز يساوي مربعي ط ز ط ه بالشكل التاسع والاربعين من الاولي ومربع ه ك يساوي مربعي ط ك ط ه بالشكل التاسع والاربعين من الاولي وكل من مربعي ط ك ط ه يساوي ضعف مربع ط ه فمربعا ه ز ك ه متساويان فهما متساويان وبمثله تبين ان كل واحد من اضلاع ك ي ك ز ك ح س ي س ه س ز س ح يساوي احد اضلاع مربع ه ز ح ي فاضلاع المثلثات الثمان القواعد متساوية فتكون تلك المثلثات متساوية بالشكل الثامن من الاولي ولان ضلعي ط ه ط ك متساويان فزاويتان ط ه ك ط ك ه متساويتان وزاوية ه ط ك قايمة وزوايا كل مثلث كقايمتين بالشكل الثاني والثلثين من الاولي فزاوية ط ه ك نصف قايمة وبمثله





تبين ان كل واحدة من زوايا ط ه س ط ز ك ط ز س ط ح ك ط ح س ط ي ك ط ي س نصف قايمة وكل من زوايا ك ه س ك ي س ك ز س ك ح س قايمة فاذا رسمنا علي خط ك س نصف دايرة واثبتنا خط ك س وادرنا نصف الدايرة المرسومة الي ان يعود الي وضعه الاول فان محيط يمر بنقط ه ي ز ح لان الزاوية الواقعة في نصف الدايرة قايمة بالشكل الثلثين من الثالثة وحدثت كرة قطرها ك س فلان مربع ه ز المساوي لب ج مساوي لمربعي ط ه ط ز المتساويتين ومربع ب د يساوي مربعي ج د ج ب المتساويتين يكون ب ج مساويا لط ه وط ك يساوي ط ه وط ك يساوي ب ج فك س يساوي اب ومربع ك ه يساوي مربعي ط ك ط ه فمربع ك ه يساوي مربع ب د فهو يساوي ك ه فنسبة مربع ك س الي مربع ك ه كنسبة ك س الي ك ط باستبانة الشكل الثامن من السادسة لبكن ك س ضعف ط ك فمربع ك س الذي قطر الكرة المفروضة ضعف مربع ك ه الذي ضلع احد المثلثات المتساويات الاضلاع المحيطة بذي ثماني قواعد فالحكم ثابت ۰ واما ان لنا ان نرسم في اي ذي ثماني قواعد مثلثات متساويات متساويات الاضلاع مكعبا ۰ فليكن مجسم اب ج د ه ز ذا ثماني قواعد

قواعد مثلثات متساويات الاضلاع ولنجد مراكز المثلثات المحيطة بالمجسم باستبانة الشكل الرابع من الرابعة وهي مثلثات اه ب اه د د ه ج ج ه ب ج ز د د ز ا ا ز ب ب ز ج ومراكزها نقط ح ط ع ي ل م ك س ونصل خطوط ح ط ط ع ع ي ي ح ل م م ك ك س س ل ط س ع ل ي م ح ك المستقيمة فاقول انا رسمنا ذي ثماني قواعد اب ج د ه ز مكعب م ط برهانه فلان المثلثات المحيطة بذي ثماني قواعد مثلثات متساويات الاضلاع تكون الاعمدة الخارجة من نقط زواياها الي اوتارها متساوية بالشكل السادس والاربعين من الاولي واقطار الواصلة بين كل واحدة من نقطتي ه ز ا ج ب د متساوية فتكون الزوايا التي بها سطوح تلك المثلثات متساوية فاذا اخرجنا من مراكز الزوايا اعمدة علي اضلاعها تكون متساوية باستبانة الشكل الرابع من الرابعة والزوايا الحادثة عند التقاء الاعمدة الخارجة من المراكز متساوية فالخطوط



المستقيمة الواصلة بين المراكز متساوية بالشكل الرابع من الاولي فتكون اضلاع مجسم ح ط ع ي س ل م ك متساوية ولان الخطوط المستقيمة الواصلة بين نقطة ه وبين مراكز ح ط ع ي وبين نقطة ز وبين مراكز ل م ك س متساوية والزوايا التي تحيط بها تلك الخطوط عند نقطتي ه ز ايضا متساوية فتكون اقطار المربعات متساوية بالشكل الرابع فبالشكل الثامن من الاولي تكون الزوايا المثلثات التي تحيط بها اضلاع المربعات واقطارها متساوية علي التناظر فتكون الاضلاع المتقابلة من المربعات متوازية فتكون زوايا تلك المربعات قوايم فمجسم ح ط ع ي س ل م ك مكعب وذلك ما اردنا ان نبين ۞ واستبان منه ان مربع قطر الكرة يساوي ستة امثال مربع نصف قطر دايرة تحيط باي مثلث من المثلثات بذي ثماني قواعد لانه قد تبين ان مربع قطر الكرة يساوي ضعف مربع اي ضلع من اضلاع المثلثات المحيطة بذي الثماني قواعد وقد تبين في الشكل الحادي عشر ان مربع ضلع اي مثلث متساوي الاضلاع يساوي ثلاثة امثال مربع نصف قطر

قطر دايرة تحيط بذلك المثلث فمربع قطر الكرة يساوي ستة امثال مربع نصف قطر دايرة تحيط باي مثلث من المثلثات المحيطة بذي الثماني قواعد . وقد تبين في الشكل المتقدم ان مربع قطر الكرة يساوي ستة امثال مربع نصف قطر دايرة تحيط باي مربع من المربعات المحيطة بالمكعب فان كان المكعب وذو الثماني قواعد معمول لان في كرة واحدة تكون الدايرة المحيطة بمربع هذا وبمثلث ذاك متساويتان ونرسم فيها مثلث ذي ثماني قواعد وهو مثلث ابج ومربع المكعب الواقعين في كرتهما وهو مربع ادهز بالشكل الثاني والسادس من الرابعة ونخرج اه دز قطرين متقاطعين علي مركز ح ولتقطع قطر اه وتر بج علي نقطة ط ونخرج من المركز بل وتر اد عمود حل بالشكل الثاني عشر من الاولي فبنصف العمود بالشكل الثالث من الثالثة ونصل بين المركز وبين كل واحدة من نقطتي ب ج بخط مستقيم فاقول ان نسبة سطح المكعب الي سطح ذي ثماني قواعد ونسبة مجسم هذا الي مجسم ذاك كنسبة خط مستقيم الي خط اخر مستقيم يقوي علي ثلاثة ارباع مربعه فلان مثلثي احل دحل يشبهان مثلث احد بالشكل الثامن من السادسة فزاوية احل كزاوية ادح وزاويتا ادح داح متساويتان بالشكل الخامس من الاولي فزاويتا لاح احل متساويتان فضلع ال كضلع لح بالشكل السادس من الاولي وكان مربع اح كمربعي ال لح بالشكل التاسع والاربعين من الاولي ومربع حط ربع مربع حه اعني اح بالشكل الرابع من الثانية فمربع اح ضعف مربع حل وهو ضعف مربع حط فنسبة اح الي حل مثناة كنسبة مربع اح الي مربع حل بالشكل الثامن عشر من السادسة ونسبة مربع حل الي مربع طح بالشكل الحادي عشر من الخامسة ونسبة مربع حل الي مربع حط كنسبة مربع جح الي مربع اح فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة اح الي حل مثناة كنسبة مربع حل الي مربع حط ونسبة لح الي حط مثناة كنسبة مربع حل الي مربع حط بالشكل الثامن عشر من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة اح الي حل مثناة كنسبة حل الي حط مثناة فنسبة اح الي حل كنسبة حل الي حط فسطح حط في اح كمربع حل بالشكل الحادي عشر من السادسة اعني سطح حل في ال المساوي لضعف مثلث الح بالشكل الرابع

الرابع والثلثين من الاولي اعني مثلث الح فسطح حط في قطر اه مرتين يساوي مربع ادهز فسطح حط في قطر اه اعني عشرة مرة تساوي سطح المكعب وسطح حط في جط يساوي ضعف مثلث جحط بالشكل الرابع والثلثين من الاولي فسطح حط في ضلع بج اعني عشرة مرة تساوي سطح ذي ثماني قواعد فنسبة سطح المكعب الي سطح ذي ثماني قواعد كنسبة سطح قطر اه في حط الي سطح ضلع بج في حط لكن نسبة سطح قطر اه في حط الي سطح ضلع بج في حط كنسبة قطر اه الي ضلع بج بالشكل الاول من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة سطح المكعب الي سطح ذي ثماني قواعد كنسبة قطر اه الي ضلع بج ✡

وبوجه آخر بالمقدمة المذكورة قبل الشكل الحادي عشر وليكن قسم منها حل كنسبة اط الي اه فنسبة زح الي زل كنسبة اط الي اه فسطح زح في قطر اه كسطح اط في زل لكن سطح زح في قطر اه يساوي ضعف مثلث اهز اعني مربع ادهز باستبانة الشكل الثالث عشر من الثانية فسطح زح في قطر اه ست مرات تساوي سطح المكعب فسطح اط في زل ست مرات تساوي سطح المكعب لكن زل مثلثا زد فسطح اد في زل ستة مرات تساوي سطح اط في بج اربع مرات فسطح اط في قطر دز يساوي سطح المكعب لكن سطح اط في بج اربع مرات تساوي سطح ذي ثماني قواعد فنسبة سطح المكعب الي سطح ذي ثماني قواعد كنسبة سطح اط في قطر دز الي سطح اط في ضلع بج لكن نسبة قطر دز الي ضلع بج كنسبة سطح اط في قطر دز الي سطح اط في ضلع بج بالشكل الاول من السادسة فنسبة سطح المكعب الي سطح ذي ثماني قواعد كنسبة قطر دز الي ضلع بج بالشكل الحادي عشر من الخامسة ✡

واستبان من الشكل الحادي عشر ان مربع ضلع اي مثلث متساوي الاضلاع الواقع في دايرة ثلثة ارباع مربع قطر ما فنسبة قطر الدايرة الي المثلث المتساوي الاضلاع الواقع فيها كنسبة خط الي الخط الذي يقوي علي ثلثة ارباع مربعه ونسبة السطح المجسم الواقع في كرة الي سطح مجسم اخر كان واقعا في تلك الكرة او في كرة اخر كنسبة المجسم الي المجسم باستبانة الشكل الاخير من الثانية عشر فنسبة سطح المكعب الي سطح ذي ثماني قواعد الواقعين في كرة ونسبة مجسم هذا الي مجسم ذاك كنسبة خط

خط الي الخط الذي يقوي علي ثلثة ارباع مربعه ۞

يو

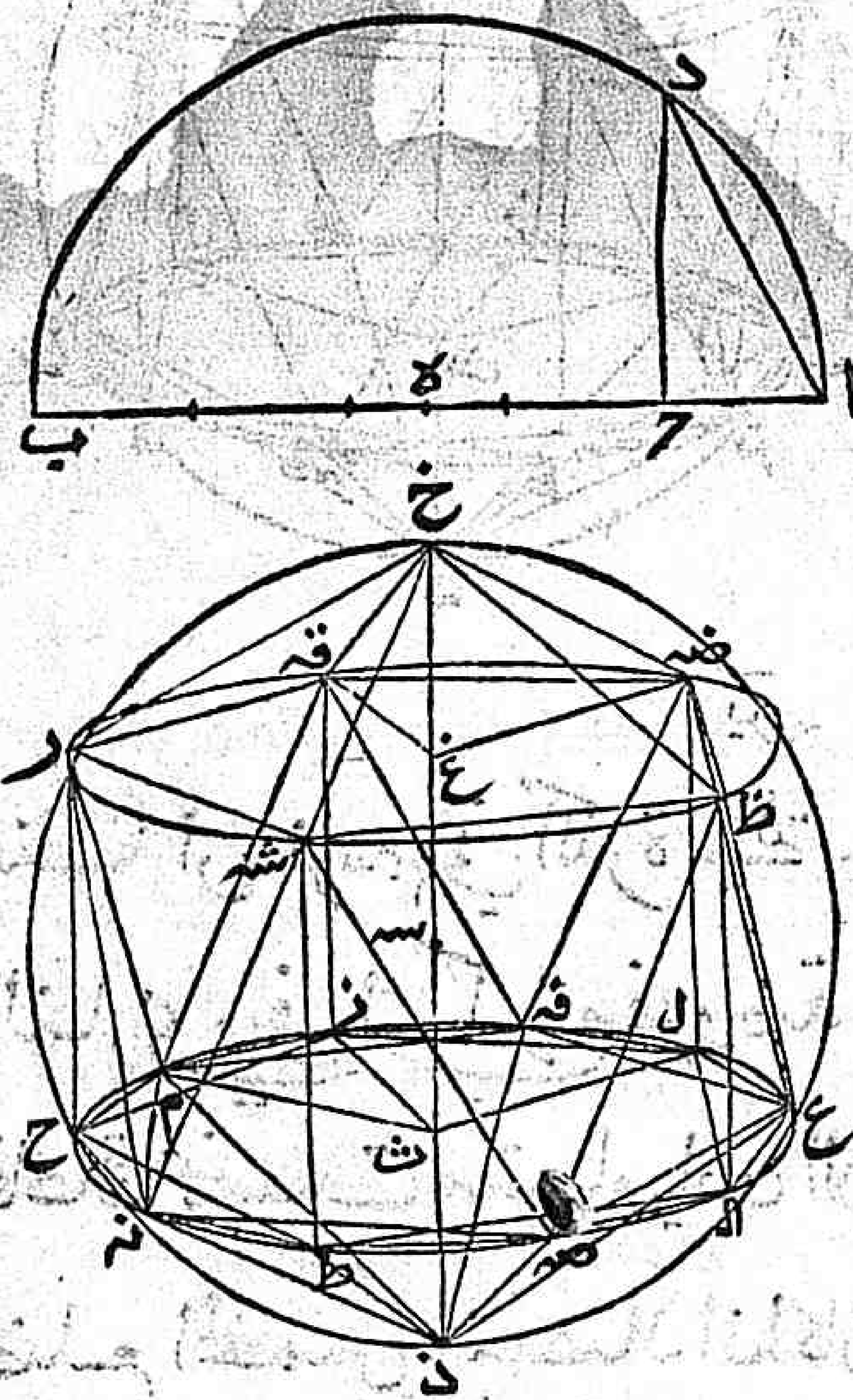
لنا ان نرسم في الكرة التي رسمنا فيها الشكل الناري في اي كرة مفروضة مجسما ذا عشرين قاعدة مثلثات متساويات الاضلاع متساويات ويكون ضلع كل واحدة من تلك المثلثات اصغر اذا كان قطر الكرة منطقا ۞

ليكن اب قطر الكرة المفروضة فنقسمه بخمسة اقسام متساوية بالمقدمة المذكورة قبل الشكل الحادي عشر وليكن اح احد اقسامه وننصف اب علي نقطة ه بالشكل العشر من الاولي ونرسم عليه نصف دايرة ادب ونخرج من نقطة ح علي اب عمود حد بالشكل الحادي عشر من الاولي ونخرجه الي ان ينتهي الي قوس ادب علي نقطة د ونصل بين نقطتي دا بخط مستقيم ونرسم في سطح مستو دايرة زح ط ال نصف قطره يساوي خطا اد ونرسم في دايرة زح ط ال مخمس زح ط ال المساوي الاضلاع والزوايا بالشكل الحادي عشر من الرابعة وننصف كل واحدة من قسي زح حط ط ا ال لز علي نقط م ن ص ع ف بالشكل التاسع والعشرين من الثالثة ونصل اوتار زم مح حن نط طص صا اع عل لف فز فتقع تلك الاوتار في دايرة زح ط ال بالشكل الثاني من الثالثة ونصل من نص صع عف فم بخطوط مستقيمة فتقع

فتقع في دايرة زح ط ال بالشكل الثاني من الثالثة ويحدث فيها مخمس م ن ص ع ف متساوي الاضلاع والزوايا وخط زف ضلع المعشر ونخرج من كل واحدة من نقط ز ح ط ا ل عمود علي سطح دايرة زح ط ال بالشكل الثاني عشر من الحادية عشر وهي اعمدة زق حر طش اظ لض ونجعل كل واحد من تلك الاعمدة مساويا لنصف قطر دايرة زح ط ال بالشكل الثالث من الاولي فالاعمدة كلها متوازية بالشكل الحادي عشر من الحادية عشر ونصل قر رش شظ ظض ضق بخطوط مستقيمة فكل واحد من هذه الخطوط متساوية متوازية لاحد اضلاع مخمس زح ط ال بالشكل الثالث والثلثين من الاولي فمخمس قر رش ظ ض متساوي الاضلاع والزوايا ونصل قم م ر رن نش شص صظ ظع عض ضف فق بخطوط مستقيمة ولنجد مركز دايرة زح ط ال وهو نقطة ث ونخرج من نقطة ث عمود ثخ علي سطح دايرة زح ط ال بالشكل الثاني عشر من الحادية عشر ونخرجه في جهتيه الي غير النهاية ونفصل منه ثغ مساويا لنصف قطر دايرة زح ط ال ونفصل من عمود ثخ المخرج الي غير النهاية خطي غخ ثذ غير منطبقين علي خط ثغ كل واحد منهما مساويا لضلع المعشر من دايرة زح ط ال بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين نقطة خ وبين كل واحدة من نقط قر شظ ض بخط مستقيم ونصل بين نقطة ذ وبين كل واحدة من نقط ز ح ط ا ل بخط مستقيم ونصل بين نقطتي قغ بخط مستقيم وكذلك بين نقطتي غض وبين نقطتي زث وبين نقطتي ثم وبين نقطتي ثل فقد تم الشكل المطلوب ولان خط قز يساو ضلع المسدس الواقع في دايرة زح ط ال وزف يساو ضلع المعشر وزاوية قزف قايمة فخط قف ضلع المخمس لان ضلع المخمس يقوي علي ضلع المسدس والمعشر الواقعين في دايرة واحدة وبمثله تبين ان قض ضلع المخمس الواقع في دايرة زح ط ال وقض ضلع المخمس فمثلث قفض متساوي الاضلاع وبمثله تبين ان كل واحد من مثلثات قم ر رن ش شص ظ ظع ض متساوي الاضلاع ولان قد بينا ان كل واحد من قم قف ضلع المخمس ومف ضلع المخمس فمثلث قمف متساوي الاضلاع وبمثله تبين ان كل واحد من مثلثات م رن ن ش ص ص ظ ع ع ض ف متساوي الاضلاع ولان كل واحد من خطي ثغ زق عمود علي سطح دايرة زح ط ال فهما متوازيان بالشكل السادس من الحادية عشر وهما متساويان فخطا قغ زث متساويان ومتوازيان وزث يساوي نصف قطر دايرة زح ط ال وهو ضلع المسدس باستبانة الشكل الخامس من الرابعة فخط قغ ضلع المسدس وغخ ضلع المعشر وزاوية قغخ قايمة فخط قخ ضلع المخمس وبمثله تبين ان كل واحد من اضلاع خض خظ خش خر يساوي ضلع المخمس وكل واحد من اضلاع قض ضظ ظش شر رق مساويا لضلع

لضلع المخمس فمثلثات قضخ ضظخ ظشخ شرح رقخ متساوية الاضلاع كل ضلع منها يساوي ضلع المخمس الواقع في دايرة زحطال ولان خط ثم ضلع المسدس وثذ ضلع المعشر وزاوية مثذ قايمة فخط مذ يساوي ضلع المخمس الواقع في دايرة زحطال وبمثله تبين ان ضلع نذ يساوي ضلع المخمس ومن ضلع المخمس فمثلث منذ متساوي الاضلاع كل ضلع من اضلاعه يساوي ضلع المخمس الواقع في دايرة زحطال وبمثله تبين ان كل من مثلثات نصذ صعذ عفذ فمذ متساويات الاضلاع وان كل ضلع من اضلاعها يساوي ضلع المخمس الواقع في دايرة زحطال فالمثلثات المذكورة تساوي بعضها لبعض فالمثلثات متساوية فقد رسمنا مجسما ذا عشرين قاعدة مثلثات متساويات متساويات الاضلاع كل ضلع من اضلاعها يساوي ضلع المخمس الواقع في دايرة زحطال . فاقول انه يحيط به كرة قطرها يساوي اب وذلك لان ثغ يساوي ضلع المسدس الواقع في دايرة زحطال لانه يساوي نصف قطر زث وغخ ضلع المعشر فخط ثخ مقسوم علي نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاعظم ثغ فسطح ثخ في خغ يساوي مربع ثغ باستبانة الشكل السادس عشر من السادسة لكن ثغ يساوي ثم وغخ يساوي ثذ فسطح خث في ثذ يساوي مربع ثم فاذا رسمنا علي مركز سه وببعد سذ نصف دايرة وادرنا مع ثبات خط خذ الي ان يعود الي وضعه الاول فان محيط يمر بنقطة م وبساير نقط نصعفقرشظ ضه بقوة الشكل التاسع من السادسة وحدث كرة فقد احاط بجسم ذي عشرين قاعدة مثلثات متساويات متساويات الاضلاع كرة قطرها خط خذ . فاقول انه يساوي اب قطر الكرة المفروضة وذلك لان نسبة مربع اب الي مربع اد كنسبة اب الي اح باستبانة الشكل الثامن من السادسة لكن اب خمسة امثال اح فمربع اب خمسة امثال مربع اد ولان ثخ قسم علي نقطة غ بنسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاطول ثغ ونصف ثغ سغ فيكون مربع سخ خمسة امثال مربع سغ بالشكل الثالث فنسبة مربع سخ الي مربع سغ كنسبة سخ الي سغ مثناة بالشكل الثامن عشر من السادسة وسذ يساوي سخ وسث يساوي سغ فخذ ضعف سذ وثغ ضعف ثس ونسبة الاضعاف كنسبة الاجزاء اذا كانت الاضعاف متساوية العدة بالشكل الخامس من الخامسة فنسبة خذ الي ثغ كنسبة سخ الي سغ فنسبة خذ الي ثغ مثناة كنسبة سخ الي سغ مثناة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع سخ الي مربع سغ كنسبة خذ الي ثغ مثناة ونسبة مربع خذ الي مربع ثغ كنسبة خذ الي ثغ مثناة بالشكل الثامن عشر من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع سخ الي مربع سغ

سغ كنسبة مربع خذ الي مربع ثغ لكن مربع سخ خمسة امثال مربع سغ فمربع خذ خمسة امثال مربع ثغ لكن ثغ يساوي اد فمربع خذ يساوي مربع اب فخط خذ يساوي خط اب فالكرة المحيطة بذي عشرين قاعدة مثلثات متساويات متساويات الاضلاع هي مساوية للكرة المفروضة بل هي الكرة المفروضة . ولان نسبة مربع خذ الي مربع قطر دايرة زحطال كنسبة الخمسة الي الواحد وهي كنسبة عددين غير مربعين فخذ يشارك قطر دايرة زحطال في القوة فقط بالشكل السابع من العاشرة فاقول ان كل واحد من اضلاع المثلثات المحيطة بذي عشرين قاعدة اصغر اذا كان قطر الكرة المحيطة به منطقا اعني خذ او اب وليكن منطقا فنرسم في الكرة المحيطة التي قطرها خذ دايرة عظيمة كما مر في الشكل الرابع عشر من الثانية عشرة وليكن قطرها خذ ونرسم فيها مخمسا متساوي الاضلاع والزوايا بالشكل الحادي عشر من الرابعة فنسبة خذ الي قطر دايرة زحطال مثناة كنسبة مربع خذ الي مربع قطر دايرة زحطال بالشكل الثامن عشر من السادسة ونسبة المخمس المعمول في العظيمة التي قطرها خذ الي مخمس زحطال كنسبة مربع خذ الي مربع قطر دايرة زحطال بالشكل الاول من الثانية عشر فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة قطر خذ الي قطر دايرة



زحطال مثناة كنسبة المخمس المعمول في العظيمة الي مخمس زحطال ونسبة ضلع المخمس المعمول في العظيمة الي ضلع المخمس زحطال مثناة كنسبة المخمس الي المخمس بالشكل الثامن عشر من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة قطر خذ الي قطر دايرة زحطال مثناة كنسبة ضلع المخمس المعمول في العظيمة الي ضلع مخمس زحطال مثناة فنسبة قطر خذ الي قطر دايرة زحطال كنسبة ضلع المخمس المعمول في العظيمة الي ضلع مخمس زحطال لكن خذ مشارك لقطر دايرة زحطال في القوة

القوة فضلع المخمس المعمول في العظيمة يشارك ضلع مخمس زح ط ال بالشكل العاشر من العاشرة لكن ضلع المخمس المعمول في العظيمة اصغر بالشكل الخامس عشر لان قطر العظيمة وهو خ د فرضناه منطقـــا والمشـــارك للاصغر في الطول او في القوة اصغر بالشكل المائة والاثنين من العاشرة فكل واحد من اضلاع المثلثات المحيطة بذي عشرين قاعدة المساوي لضلع مخمس زح ط ال ل اصغر فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبـــــين ۞

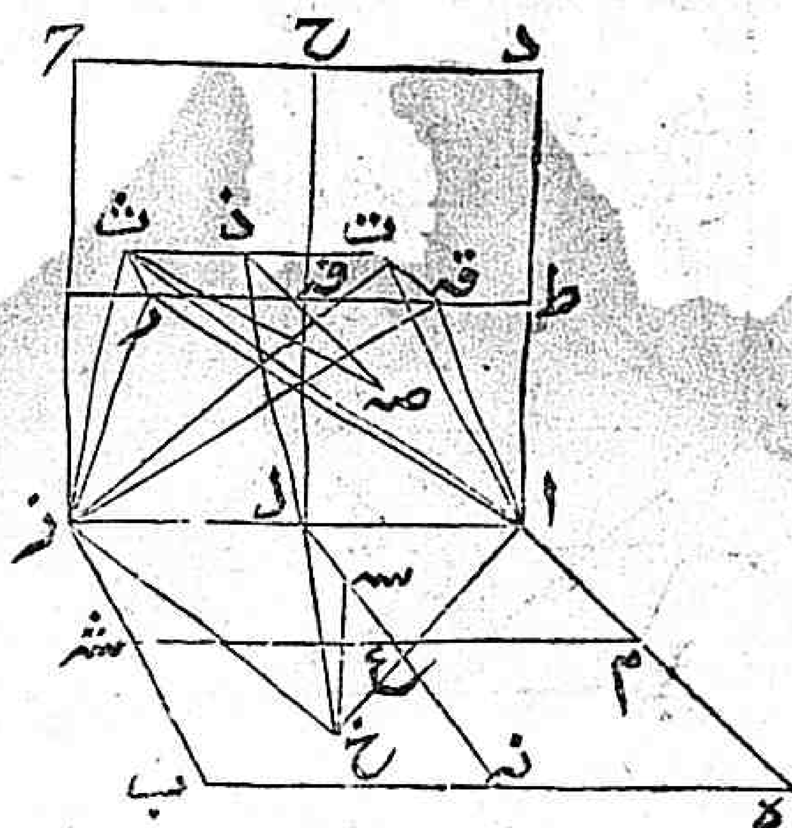
يز

لنـــا ان نرسم في الكرة التي رسمنا فيها بالشكل الناري وفي اى كرة مفروضة مجسما ذا اثنتي عشر قاعدة مخمسات متساويات الاضلاع والزوايا ويكون ضلع المخمس منفصلا اذا كان قطر الكرة منطقـــا. وان نرسم مجسما ذا اثنتي عشر قاعدة مخمسات في اي مجسم ذي عشرين قاعدة مثلثـــــات ۞

فانرسم في الكرة المفروضة مكعبـــا بالشكل الرابع عشر وليكن سطحـــا ادحز اه ب ز من السطوح المحيطة به وليكن قطر الكرة المفروضة منطقا فننصف كل واحد من الاضلاع المحيطة بسطحي اح اب بالشكل العاشر من

من الاولي وليكن نقط ط ح ال م نه سه علي مواضع التنصيف ونصل بين كل واحدة من نقطتي ط ال ح ل م سه ل نه بخط مستقيم فليتقاطع ح ل ط ال علي نقطة فه وم سه ل نه علي نقطة ع ولان اضلاع المربعات متوازية متساوية بالشكل الخامس والاربعين من الاولي فتكون ايضا فيهـــا متساوية متوازية فالخطوط المستقيمة الواقعة بين خطوط متوازية متساوية متوازية متساوية بالشكل الثالث والثلثين من الاولي فيكون سطوح دفه فه ح فه ا فه ز اع ع زه ع ع ب متساوية وكذلك اضلاعها وتوازي اضلاع السطوح الواقعة منها في كل واحد من سطحي اح اب بعضها لبعض ولاضلاعها فيكون كل واحدة من زوايا تلك السطوح قايمة بالشكل التاسع والعشرين من الاولي ولنقسم كل واحد من اضلاع ط فه فه ال ل ع علي نسبـــة ذات وسط وطرفين بالشكل التاسع والعشرين من السادسة وليكن قسم الاطول من ط فه فه ق ومن فه ال فه ر ومن ل ع سه ع ولان اضلاع ط فه فه ال ل ع متساوية فيكون اقسامها العظـام مساويـــة للعظام والقصار للقصار باستبانة الشكل التاسع والعشرين من السادسة فيكون خطوط قه فه فه ر سه ع متساوية وكذلك قه ظ ر ال سه ل ونخرج من نقط قه فه ر اعمدة قه ت فه ذ ر ث علي سطح اح ومن نقطة سه عمود سه خ علي سطح اب بالشكل الثاني عشر من الحادية عشرة ونجعل كل واحد من الاعمدة مساويا لخط قه فه مثلا بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين نقطتي ت ث بخط مستقيم فلان عمودي قه ت ر ث متوازيان بالشكل السادس من الحادية عشر وهما متساويان فضلع ت ث يوازي قه ر ويساويه بالشكل الثالث والثلثين من الاولي فيكون سطح ت ر واقعا علي سطح اح علي زوايا قوايم بالشكل الثالث عشر من الحادية عشرة فيكون اعمدة قه ت ذ فه ث ر كاينة في سطح ت ر فخط ت ذ يساوي ذ ث لانهما تساويان خطي قه فه فه ر المتساويين ونصل بين كل واحدة من نقطتي ا ت ا قه ا خ ا ر ا ث ث ر ر ز ز خ بخطوط مستقيمة فلان مربعي ظ فه ط قه معا يساويان ثلثة امثال مربع قه فه بالشكل الخامس وا ط يساوي ط فه فمربع ا قه المساوي لمربعي ا ط ط قه معا بالشكل التاسع والاربعين من الاولي يساوي ثلثة امثال مربع قه فه ولان قه فه يساوي قه ت وزاوية ا قه ت قايمة فمربع ا ت المساوي لمربعي ا قه قه ت بالشكل التاسع والاربعين من الاولي

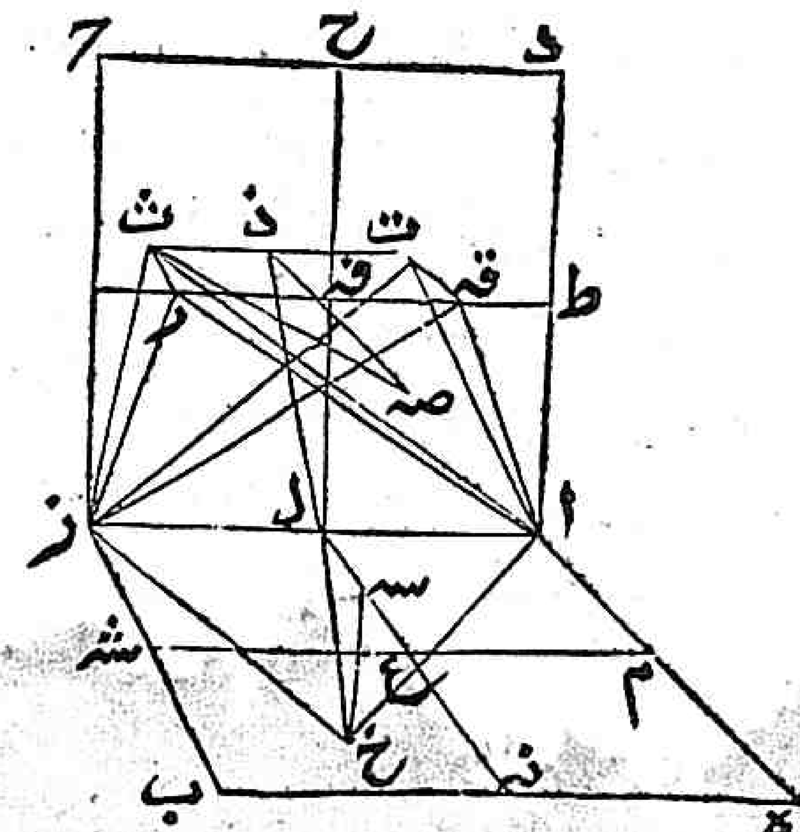
الاولي تساوي اربعة امثال مربع قه فه وبمثله تبين ان مربع زث يساوي
اربعة امثال مربع فه ر وهو يساوي قه فه فضلع ات يساوي ضلع ث ز فاذا
وصلنا بين نقطة س وبين كل واحدة من نقطتي ا ز بخط مستقيم فتبين
بمثل ما بينا ان كل واحد من مربعي اخ زخ يساوي اربعة امثال مربع
س ع المساوي لخط قه فه فكل من اخ زخ يساوي ضلع ات ولان ضلع ت ث
منصف علي نقطة ذ وكل واحد من خطي ت ذ ذ ث يساوي قه فه ومربع
ت ث اربعة امثال مربع ت ذ بحكم الشكل الرابع من الثانية يكون
ضلع ت ث يساوي ضلع ا ث فاضلاع ا ت ت ث ث ز زخ خ ا الخمسة متساوية
ونصل بين نقطة ل وبين كل واحدة من نقطتي خ ذ بخط مستقيم وقد



استبان من الشكل التاسع والعشرين من السادسة ان الخطوط المقسومة علي نسبة ذات وسط وطرفين فان نسبة بعضها الي بعض كنسبة اقسامها العظمي الي العظمي والصغري الي الصغري وخط ط فه قسم بنقطة قه علي نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاعظم قه فه والاصغر قه ط فتكون نسبة ط فه الي فه قه كنسبة قه فه الي قه ط وخط
ل فه يساوي ط فه وفه ذ يساوي س خ ول س يساوي قه ط فنسبة ل فه الي
س خ كنسبة فه ذ الي س ل ول فه يوازي س خ وفه ذ يوازي س ل فبالشكل
الثاني والثلثين من السادسة ضلع ذ ل علي استقامة ضلع ل خ فخطا خ ذ
ا ز المستقيمان المتقاطعان كاينان في سطح واحد بالشكل الثاني من الحادية
عشرة وهو مخمس ا ت ث ز خ اضلاع كاينة في ذلك السطح ولان ضلع ط فه
مقسوم بنقطة قه علي نسبة ذات وسط وطرفين وخط فه ر يساوي فه قه
قسمه الاطول فخط ط ر مقسوم علي نسبة ذات وسط وطرفين بنقطة فه
وقسمه الاطول ط فه بالشكل الرابع فبالشكل الخامس مربعا ط ر فه ر معا
يساويان ثلثة امثال مربع ط فه فاذا اضفنا اليها مربع ا ط صار المجموع
اربعة امثال مربع ا ط فمربعات ا ط ط ر ط فه الثلثة مع مربع ر ث
المساوي لخط فه ر يساوي اربعة امثال ا ط لكن مربع ا ر يساوي مربعي
ا ط ط ر بالشكل التاسع والاربعين من الاولي فمربعا ا ر ر ث معا يساويان
اربعة امثال مربع ا ط لكن مربع ا ث يساوي مربعي ا ر ر ث بالشكل
التاسع والاربعين من الاولي لكون زاوية ا ر ث قايمة فمربع ا ث يساوي
اربعة امثال مربع ا ط وا ط يساوي ا ل ومربع ا ز يساوي اربعة امثال
مربع

مربع ا ل بحكم الشكل الرابع من الثانية لان ا ز منصف علي نقطة ل
فمربعا ا ز ا ث متساويان فهما متساويان فاضلاع مثلث ا خ ز يساوي
اضلاع مثلث ا ت ث كل لنظيره فمثلثا ا خ ز ا ت ث متساويان وكذلك
زواياهما المتناظرة بالشكل الثامن من الاولي فزاوية ا خ ز يساوي زاوية
ا ت ث ونحن اذا وصلنا بين نقطة ز وبين كل واحدة من نقطتي قه ت بخط
مستقيم وقلنا ولان خط فه ا مقسوم بنقطة ر علي نسبة ذات وسط وطرفين
وقسمه الاطول فه ر المساوي لخط فه قه فيكون خط قه ا مقسوما بنقطة فه
علي نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاطول فه ا بالشكل الرابع فمربعا
قه ا قه فه المساوي لقه ت معا يساويان ثلثة امثال مربع فه ا المساوي لخط
ا ط فاذا اضفنا اليها مربع ا ز المساوي لخط ا ط يصير مجموع مربعي قه ا
قه ت مع مربع ا ز مساوية لاربعة امثال مربع ا ط لكن مربع ز قه يساوي
مربعي قه ا ا ز بالشكل التاسع والاربعين من الاولي فمربعا قه ز قه ت معا
يساويان اربعة امثال مربع ا ط لكن مربع ز ت يساوي مربعي ز قه قه ت
معا بالشكل التاسع والاربعين من الاولي لكون زاوية ت قه ز قايمة فمربع
ز ت يساوي اربعة امثال مربع ا ط فكان مربعا ا ز ز ت متساويان
فيكون ضلعا ا ز ت ز متساويان وضلعا ا خ ز خ من مثلث ا ز خ يساويان
ضلعي ت ث ث ز من مثلث ت ز ث فزاويتا ا خ ز يساوي زاوية ت ث ز
بالشكل الثامن من الاولي واذا تساوي ثلثة زوايا من مخمس متساوي
الاضلاع كانت جميع زواياه متساوية بالشكل التاسع فمخمس ا ت ث ز خ
متساوي الاضلاع والزوايا وهذا المخمس كاين علي خط احد اضلاع
المكعب ولكل مكعب اثنتا عشر ضلعا فاذا رسمنا بمثل ما مثلنا علي
كل ضلع من اضلاع المكعب يحصل مجسم يحيط به اثني عشر مخمس
متساوي الاضلاع والزوايا ٠ فاقول ان الكرة المفروضة تحيط بالمجسم
المذكور فنخرج ذ فه في جهة فه علي استقامته الي ان ينتهي الي السطح
المقابل لسطح ا ح من السطوح المحيطة بالمكعب فالخط المخرج ينصف
قطر الكرة الذي هو قطر المكعب وقطر الكرة ينصفه ايضا بالشكل
الاربعين من الحادية عشرة فليتناصفا علي نقطة ص فضلع فه ص يساوي
ضلع ل ع المساوي لنصف ضلع المكعب بالشكل الرابع والثلثين من
الاولي فضلع فه ص يساوي ط فه وط فه مقسوما بنقطة قه علي نسبة ذات
وسط وطرفين وقسمه الاطول قه فه المساوي لخط فه ر فخط ط ر مقسوم علي
نسبة ذات وسط وطرفين وقسمه الاطول ط فه بالشكل الرابع فمربعا ط ر
فه ر معا ثلثة امثال مربع ط فه بالشكل الخامس وفه ص يساوي ط فه وذ فه
يساوي فه ر فخط ط ر يساوي خط ذ ص فمربعا ذ ص ذ فه معا يساويان
ثلثة امثال مربع فه ص اي ثلثة امثال مربع نصف ضلع المكعب
ونصل ث ص بخط مستقيم وخط ت ذ يساوي ذ ث وزاوية ث ذ ص قايمة
فمربع

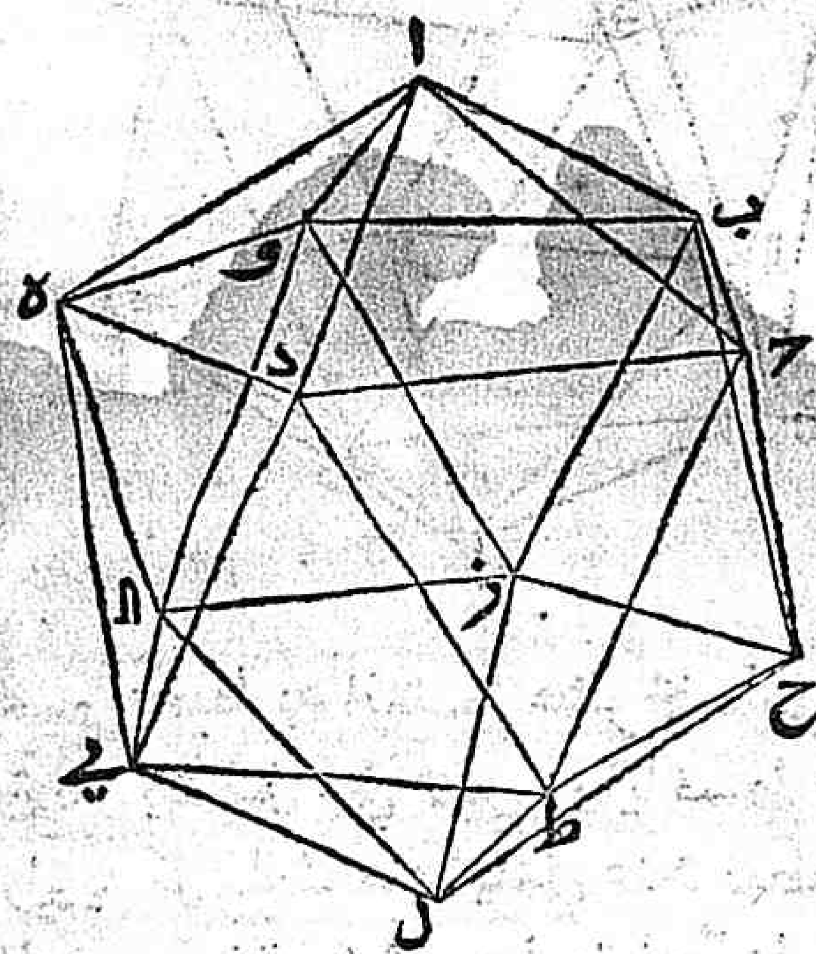
فمربع ثص يساوي مربعي ث ذ ذص بالشكل التاسع والاربعين من الاولي وكان مربعا صذ ذق معا مساويا ثلثة امثال مربع نصف ضلع المكعب ومربع قطر الكرة الذي هو قطر المكعب يساوي ثلثة امثال مربع ضلع المكعب بالشكل الرابع عشر ونسبة الاضعاف كنسبة الاجزاء بالشكل الخامس عشر من الخامسة



اذا كانت متساوية فمربع نصف قطر الكرة ثلثة امثال مربع نصف ضلع المكعب وكان مربع ثص ثلثة امثال مربع نصف ضلع المكعب فخط ثص يساوي نصف قطر الكرة وبمثله تبين ان الخطوط المستقيمة الواصلة بين نقطة ص وبين النقط التي علي زوايا المخمس كل منها يساوي نصف قطر الكرة فاذا عملنا علي قطر الكرة نصف دايرة واثبتناه وادرنا نصف الدايرة الي ان يعود الي وضعه الاول فمحيط نصف الدايرة يلازم سطح الكرة ويمر علي نقط زوايا المخمسات المحيطة بالمجسم المعمول فتكون الكرة محيطة بذي اثنتي عشر قاعدة المجسمات فاقول ان ضلع المخمس منفصل وذلك لان مربع قطر الكرة ثلثة امثال مربع ضلع المكعب فنسبة مربع قطر الكرة الي مربع ضلع المكعب كنسبة ثلثة الي الواحد وهي كنسبة عددين مربعين وان كانت كنسبة عدد الي عدد فبالشكل السابع من العاشرة ضلع المكعب يشارك في القوة قطر الكرة المنطق ويباينه في الطول واذا كل واحد من قطر الكرة وضلع المكعب وليكن هو ضلع آز علي نسبة ذات وسط وطرفين بالشكل التاسع والعشرين من السادسة كانت نسبة القطر الي ضلع المكعب كنسبة قسمي القطر الي قسمي ضلع المكعب الاعظم الي الاعظم والاقصر الي الاقصر باستبانة الشكل التاسع والعشرين من السادسة فنسبة قطر الكرة الي ضلع المكعب كنسبة قسم الاعظم من قطر الكرة الي قسم الاعظم من ضلع المكعب لكن قطر الكرة يشارك ضلع المكعب في القوة فالقسم الاعظم من ضلع المكعب يشارك قسم الاعظم من قطر الكرة بالشكل الثاني عشر من العاشرة وقطر الكرة منطق وكل خط منطق قسم علي نسبة ذات وسط وطرفين فكل قسم من قسميه منفصل بالشكل التاسع فالقسم الاعظم من آز ضلع المكعب يشارك المنفصل في القوة وآز وتر زاوية اخز التي هي زاوية المخمس وكل وتر زاوية المخمس قسم علي نسبة ذات وسط وطرفين فان قسمه الاعظم يساوي ضلع المخمس بالشكل الرابع

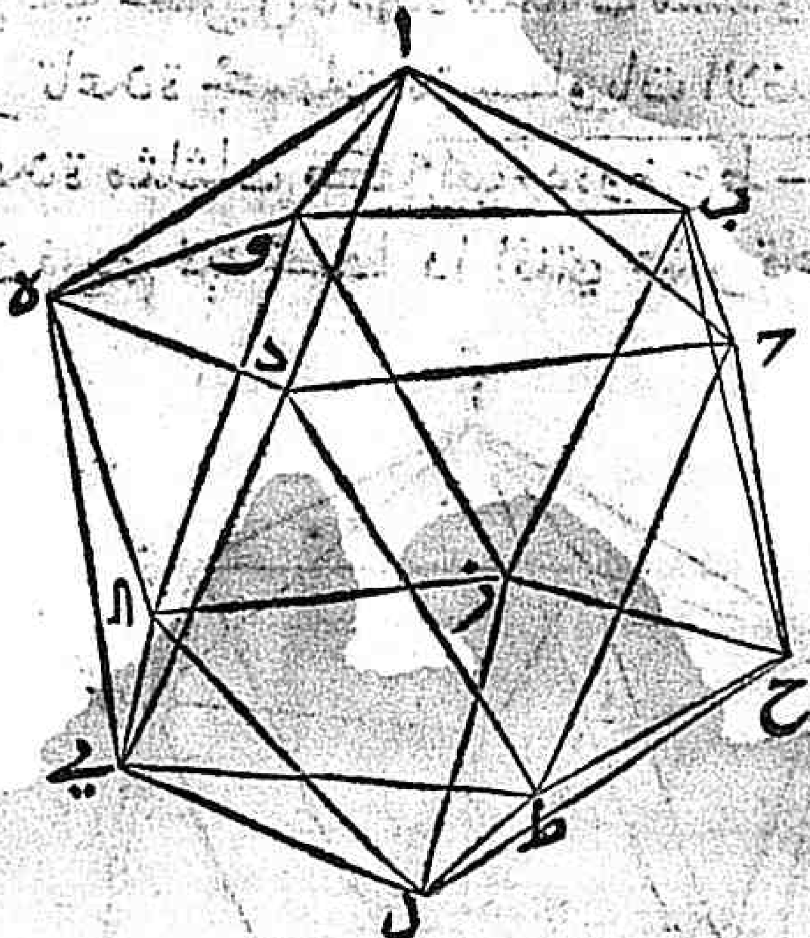
عشر فضلع مخمس ات ث زخ وليكن هو آخ يشارك المنفصل في القوة وكل خط يشارك المنفصل في الطول او في القوة فهو منفصل بالشكل المائة من العاشرة فاضلاع المخمسات المحيطة بذي اثنتي عشر قاعدة المخمسات منفصلات فالحكم ثابـــــت

واما ان لنا ان نرسم في اي مجسم ذي عشرين قاعدة مثلثات متساويات الاضلاع والزوايا ذا اثنتي عشر قاعدة مجسمات متساويات الاضلاع والزوايا فليكن ذو عشرين قاعدة مثلثات كل ا ب ج د ه و ز ح ط ي ك ل ومثلثات العشرون فاقول لنا ان نرسم فيه مجسما ذا اثنتي عشر قاعدة مخمسات برهانه فلان سطح ذي العشرين يشتمل علي عشرين مثلثات وكل مثلث علي ثلث زوايا فالسطح يشتمل علي ستين زاوية وكل خمسة من تلك الزوايا محيطة بزاوية مجسمة فالمجسم ذي العشرين يشتمل علي اثنتي عشر زاوية مجسمة وكل ضلعين من اضلاع الزوايا الخمسة المحيطة بالزاوية المجسمة يحيطان



بزاوية مخمس من المخمسات المتساوية الاضلاع والزوايا التي كل زاوية من الزوايا المجسمة لذي العشرين قاعدة لواحد منها لمعني انه اذا وصل بين الزوايا المجسمة وبين زاوية من ثلث المجسمات بخط مستقيم واذحتي . . . . . المخمسات فسطحا كل مثلثين من مثلثات ذي العشرين يحيطان بزاوية فجميع تلك الزوايا متساوية فنجد مركز كل واحد العشرين من مثلثات ذي العشرين باستبانة الشكل الرابع من الرابعة ونرسم علي كل واحد من تلك المراكز نقطة ع ونخرج من كل واحد من تلك المراكز ثلثة اعمدة علي اضلاع كل مثلث من مثلثات ذي العشرين بالشكل الحادي عشر من الاولي فتكون الاعمدة كلها متساوية باستبانة الشكل الرابع من الرابعة ونصل بين مركزي كل مثلثين متجاورين بخط مستقيم فلان الاعمدة متساوية بالشكل الرابع من الاولي فتحصل اثنتا عشر مخمسات متساويات الاضلاع واذا وصلنا بين نقط الزوايا المجسم وبين جميع مراكز مثلثات ذي العشرين بخطوط مستقيمة حدث ماية وعشرين مثلثات في كل منها زاوية قايمة محيط بها نصف ضلع من اضلاع مثلثات ذي العشرين وعمود تلك الاعمدة

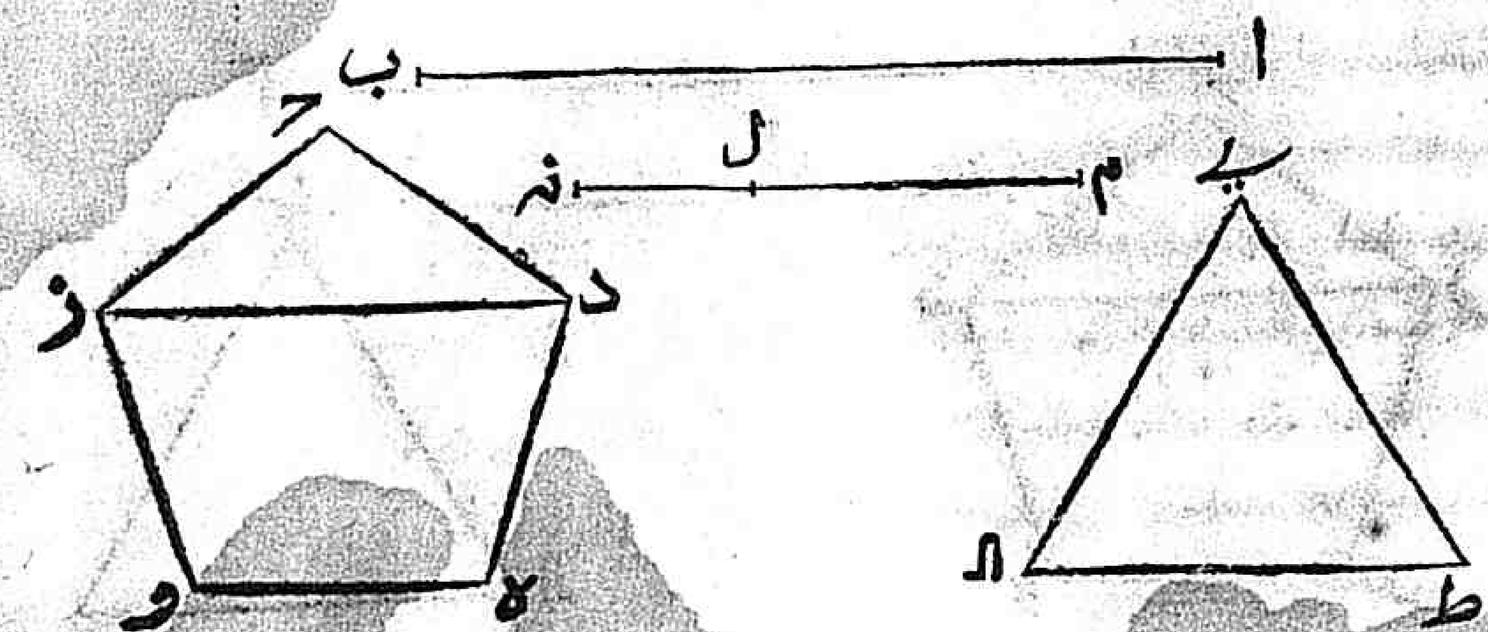
الاعمدة المتساوية وجميع الاضلاع متساوية فبالشكل الرابع من الاولي تكون جميع الخطوط المستقيمة الواصلة متساوية التي هي اوتار لتلك الزوايا القوايم فاذا جعلنا نقط الزوايا الخمسة مراكز وادرنا ببعد الخطوط المستقيمة المتساوية دواير مر محيط كل منها علي مراكز المثلثات فتقع اوتار كل واحد من المخمسات في دايرته بالشكل الثاني من الثالثة وتكون جميع تلك الدواير متساوية فتكون جميع المفروضة من محيطاتها باوتارها التي اضلاع المخمسات متساوية بالشكل السابع والعشرين من الثالثة وكل زاوية من زوايا كل مخمس علي ثلث من تلك القسي فتكون المجسمات متساوية الزوايا فيحصل



مجسم يحيط به اثنتا عشر مخمسات متساويات الاضلاع والزوايا وكل مخمس يشتمل علي خمس زوايا فسطح هذا المجسم يشتمل علي عشرين زاوية كل ثلث منها يلتقي عند نقطة ع التي هي مركز من مراكز ذي العشرين فتحدث من اجتماعها زاوية مجسمة عند تلك النقطة فتكون الزوايا المجسمة التي يشتمل عليها سطح ذي الاثنتي عشر قاعدة عشرين زاوية فقد رسمنا في ذي العشرين ذا اثنتي عشر قاعدة مخمسات متساوية الاضلاع والزوايا ولنا ان نرسم ايضا في ذي اثنتي عشر قاعدة مخمسات ذا العشرين قاعدة مثلثات فمثل ما ذكرنا وذلك ما اردنا ان نبين

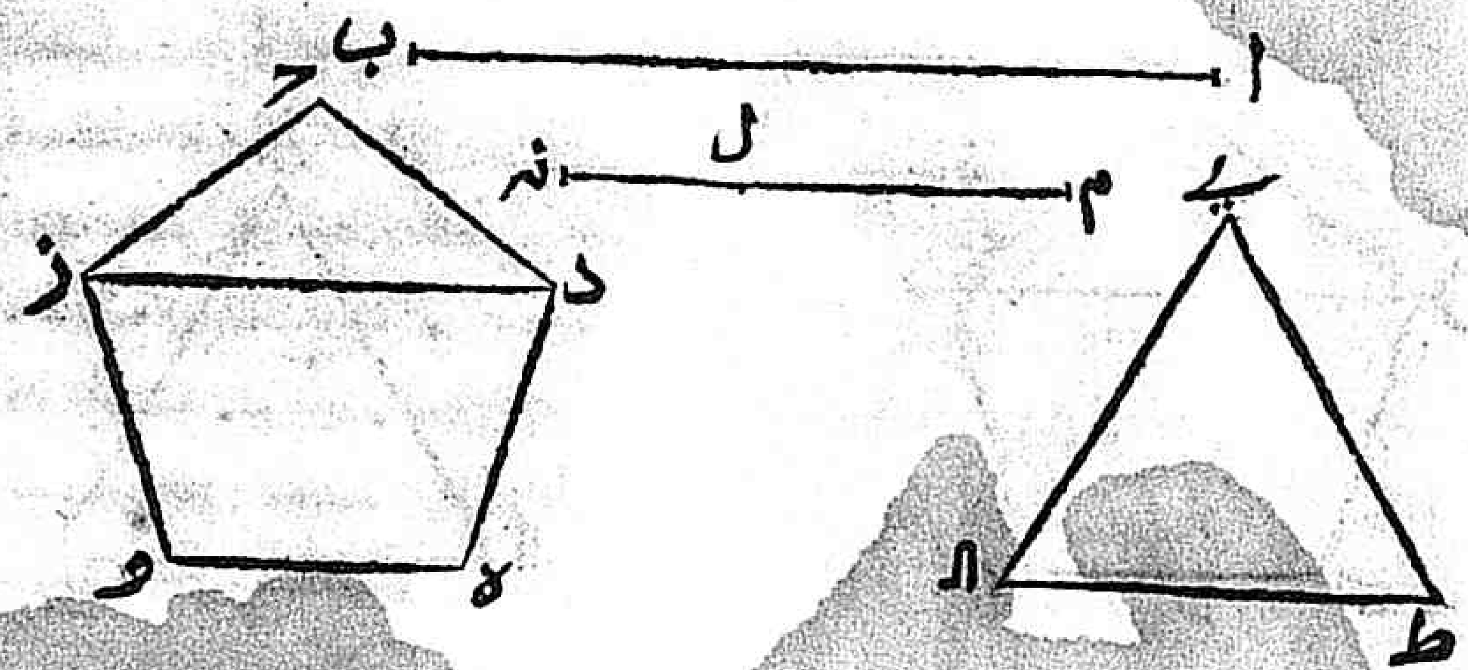
استبانة قد تبين في الشكل المتقدم ان مربع قطر الكرة وليكن هو خط اب المستقيم اعني قطر الكرة التي تحيط بذي العشرين قاعدة وبذي الاثنتي عشر قاعدة معا خمسة امثال مربع نصف قطر دايرة ضلع مجسم يساوي ضلع مثلث ذي العشرين قاعدة وليكن هو خط م ن المستقيم ولكن مخمس ج د ه و ز احدي قواعد ذي الاثنتي عشر قاعدة وان مثلث ي ط ك احدي قواعد ذي العشرين قاعدة وقد تبين ايضا في الشكل المتقدم ان ضلع مثلث ذي العشرين اعني ي ط ك مثلا يقوي علي ضلع المسدس والمعشر من دايرة ضلع ي ط يساوي ضلع مخمس وقد تبين ان مربع اب قطر الكرة المذكورة يساوي ثلثة امثال مربع ضلع المكعب الواقع فيها وقد تبين في هذا الشكل ان وتر زاوية مخمس

مخمس من مخمسات التي هي قواعد ذي الاثنتي عشر قاعدة هو ضلع المكعب الواقع في الكرة المذكورة فتكون ثلثة امثال دز الذي هو وتر زاوية د ج ز من مخمس ج د ه و ز يساوي خمسة امثال مربع م ن واستبان من الشكل الثاني عشر ان وتر المعشر اذا فصل من وتر المسدس كان وتر



المسدس مقسوما بنسبة الفصل علي نسبة ذات وسط وطرفين ويكون قسمه الاطول وتر المعشر واستبان من الشكل الحادي عشر ان وتر زاوية المخمس اذا قسم علي نسبة ذات وسط وطرفين كان ضلع المخمس قسمه الاطول وخط م ن نصف قطر دايرة ضلع مخمسها يساوي ضلع ي ط فهو يساوي ضلع مسدس تلك الدايرة بالشكل الخامس عشر من الرابعة فاذا قسمنا خط م ن علي نسبة ذات وسط وطرفين علي ان يكون قسمه الاطول م ل فيكون م ل ضلع معشر دايرة ضلع ي ط يساوي ضلع مخمسها بحكم الشكل السابع واذا قسمنا ضلع د ز ايضا علي نسبة ذات وسط وطرفين بالشكل التاسع والعشرين من السادسة يكون ضلع ج د اطول قسميه باستبانة الشكل الحادي عشر وقد تبين في استبانة الشكل التاسع والعشرين من السادسة ان نسبة اقسام الخطوط المقسومة علي نسبة ذات وسط وطرفين الي نفس تلك الخطوط نسب بعضها الي بعض النظير من النظير نسبة واحدة فنسبة ج د الي د ز كنسبة م ل الي م ن فنسبة مربع ج د الي مربع د ز كنسبة ج د الي د ز مثناة بالشكل الثامن من السادسة ونسبة م ل الي م ن مثناة كنسبة ج د الي د ز مثناة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع ج د الي مربع د ز كنسبة م ل الي م ن مثناة ونسبة مربع م ل الي مربع م ن كنسبة م ل الي م ن مثناة بالشكل الثامن عشر من السادسة فنسبة مربع ج د الي مربع د ز كنسبة مربع م ل الي مربع م ن بالشكل الحادي عشر من الخامسة فبالابدال نسبة مربع ج د الي مربع م ل كنسبة مربع د ز الي مربع م ن بالشكل السادس عشر من الخامسة ونسبة الاضعاف اذا كانت متساوية العدة كنسبة اجزاها بالشكل الخامس عشر من الخامسة وكانت ثلثة امثال مربع د ز

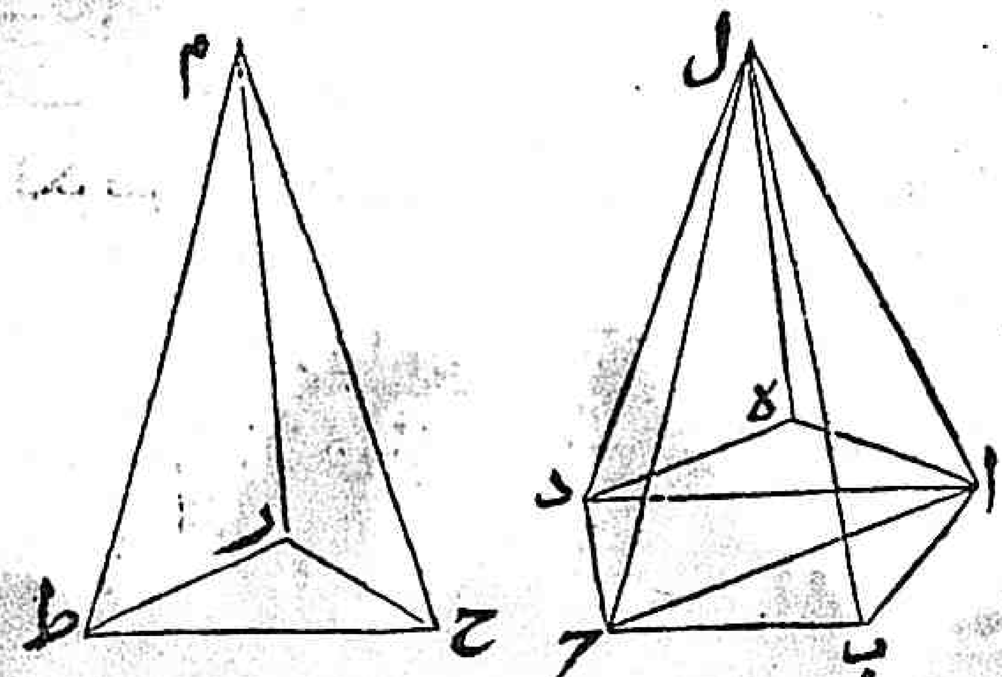
دز يساوي خمسة امثال مربع م ن فثلثة امثال مربع ح د يساوي خمسة امثال مربع م ل فثلثة امثال مربع ح د مع ثلثة امثال مربع د ز يساويان خمسة امثال م ل مع خمسة امثال مربع م ن لكن مربع ضلع ك ط يساوي مربعي م ن م ل معا فمربعا ح د د ز معا يساويان خمسة امثال مربع ك ط



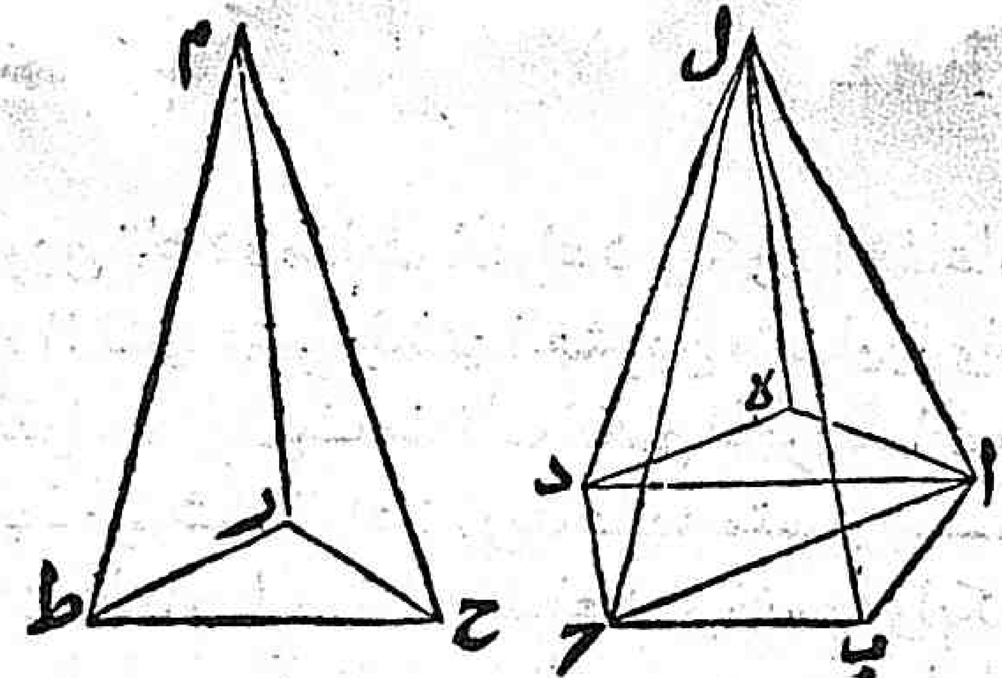
ومربع ضلع كل مثلث متساوي الاضلاع يساوي ثلثة امثال مربع نصف قطر دايرة يحيط به فخمسة امثال مربع ضلع ك ط يساوي خمسة عشر مثلا لمربع نصف دايرة يحيط بمثلث ك ط ا ومربع ضلع المخمس مع مربع وتر زاويته يساويان خمسة امثال مربع نصف قطر دايرة تحيط بالمخمس بالاستبانة الثانية من استبانات الشكل العاشر فثلثة امثال مربع ضلع المخمس مع ثلثة امثال مربع وترة المساويان لخمسة امثال مربع ضلع ك ط يساويان خمسة عشر مثلا لمربع نصف قطر دايرة تحيط بالمخمس فالدايرة التي تحيط بمخمس ذي الاثنتي عشر قاعدة تساوي الدايرة التي تحيط بمثلث ذي العشرين قاعدة وهذا هو الشكل الثالث من المقالة الرابعة عشر من اصلي الثابت والحجاج ۞

استبانة ثانية وهي ان نسبة مخمس ذي الاثنتي عشر قاعدة الي مثلث ذي العشرين قاعدة الواقعين في كرة واحدة كنسبة ضلع المكعب الواقع في تلك الكرة الي ضلع ذي العشرين قاعدة الواقعة فيها لانه قد تبين في الاستبانة الاولي ان الدايرة التي تحيط بمخمس ذي الاثنتي عشر قاعدة تساوي الدايرة التي تحيط بمثلث ذي العشرين قاعدة فنخرج من مركز الكرة الي كل واحد من سطوح الدواير بالمخمسات والمثلثات عمودا بالشكل الثاني عشر من الثانية عشر ونصل بين مركز الكرة وبين كل واحدة من زوايا المثلثات والمخمسات بخط مستقيم ونصل بين مسقط الاعمدة وبين جميع زوايا المثلثات وهي ثلث زوايا من زوايا المخمسات بخطوط مستقيمه فلان الخطوط المستقيمة الواصلة بين مركز الكرة وبين زوايا المثلثات والمخمسات متساوية لانها انصاف اقطار الكرة ومربع كل منها يساوي مربعي المعمود وخط واحد من الخطوط الواصلة بين

بين مسقط العمود وزوايا المثلثات والمخمسات بالشكل التاسع والاربعين من الاولي فاذا اسقطنا مربع من كل واحد من انصاف الاقطار تبقي مربعات الخطوط الواصلة بين مسقط الاعمدة وبين زوايا المثلثات والمخمسات متساوية وتلك الخطوط متساوية فمسقط الاعمدة مراكز الدواير المحيطة بالمخمسات والمثلثات متساوية وجميع الدواير المحيطة بالمثلثات والمخمسات متساوية فتكون انصاف اقطارها متساوية فالاعمدة كلها متساوية فيحصل اثني عشر مخروطا مخمس القواعد متساوية الارتفاعات مساوية لمجسم ذي اثنتي عشر قاعدة مخمسات ويحصل ايضا عشرون مخروطا مثلث القواعد متساوية الارتفاعات مساوية لمجسم ذي عشرين قاعدة مثلث القواعد وتكون ارتفاعات جميع المخاريط التي لذي الاثنتي عشر ولذي العشرين متساوية واذا قسمنا مخمسا من تلك القواعد الي ثلث مثلثات انقسم المخروط المخمس القواعد الي ثلث مخاريط مثلث القواعد ارتفاعاتها متساوية ومساوية لباقي ارتفاعات المخاريط مثلث القواعد او مخمسها وليكن المخروط المنقسم هو مخروط ا ب ح د ه ل مخاريط الحادثه هي مخروطات ا ب ح ل ا ح د ل ا د ه ل وليكن مخروط ز ح ط م من مخاريط مثلث القواعد فلان ارتفاعات الجميع متساوية تكون نسبة مخروط ا ب ح ل الاول الي مخروط ز ح ط م الثاني كنسبة قاعدة ا ب ح الثالث الي قاعدة ز ح ط الرابع ونسبة مخروط ا ح د ل الخامس الي مخروط ز ح ط م الثاني كنسبة قاعدة ا ح د السادس الي قاعدة ز ح ط الرابع. ونسبة مخروط ا د ه ل الرابع الي مخروط ز ح ط م الثاني كنسبة قاعدة ا د ه الثامن الي قاعدة ز ح ط الرابع بالشكل الخامس من الثانية عشر فبالشكل الرابع والعشرين من الخامسة نسبة مخروط ا ب ح ه ل المشتمل علي مخاريط الاول والخامس الي مخروط ز ح ط م كنسبة قاعدة ا ب ح د ه المشتمل علي قواعد الثالث والسادس والثامن الي قاعدة ز ح ط واذا اخذ للاول والثالث اضعاف متساوية العدة ولتكن عدة الاضعاف اثنتي عشر فتكون اضعاف الاول لمجسم ذي الاثنتي عشر قاعدة واضعاف الثالث السطح المحيط بمجسم ذي الاثنتي عشر قاعدة المشتمل علي اثنتي عشر قاعدة مخمسات واخذ ايضا للثاني والرابع اضعاف متساوية العده وليكن هو عدة الاضعاف



الاضعاف عشرين فتكون اضعاف الثاني مجسم ذي العشرين قاعدة واضعاف الرابع السطح المحيط بذي عشرين قاعدة المشتمل علي عشرين قاعدة مثلثات كانت نسبة اضعاف الاول وهي مجسم ذي الاثنتي عشر قاعدة الي اضعاف الثاني وهي مجسم ذي العشرين قاعدة كنسبة اضعاف الثالث وهي السطح المحيط بذي الاثنتي عشر قاعدة الي اضعاف الرابع وهي السطح المحيط بذي عشرين قاعدة بالشكل الرابع من الخامسة فتكون نسبة مجسم ذي الاثنتي عشر قاعدة الي مجسم ذي عشرين قاعدة كنسبة السطح المحيط بذي الاثنتي عشر الي السطح المحيط بذي العشرين وقد تبين في الاستبانة الاولي من استبانات الشكل الحادي عشر ان نسبة وتر زاوية المخمس المتساوي الاضلاع والزوايا الي ضلع المثلث المتساوي الاضلاع والزوايا الواقعين في دايرتين متساويتين كنسبة اثنتي عشر مثلا لسطح المخمس الي عشرين مثلا لسطح المثلث وهي المساوي للسطح المحيط بمجسم ذي العشرين قاعدة فتكون نسبة وتر زاوية المخمس المتساوي الاضلاع من المخمسات التي هي قواعد مجسم ذي الاثنتي عشر قاعدة المخمسات الي ضلع المثلث المتساوي الاضلاع من المثلثات



المحيطه بذي عشرين قاعدة مثلثات كنسبة السطح المحيط بمجسم ذي الاثنتي عشر قاعدة الي السطح المحيط بمجسم ذي عشرين قاعدة وكانت نسبة المجسم ذي الاثنتي عشر قاعدة الي مجسم ذي عشرين قاعدة كنسبة السطح المحيط بالاول الي السطح المحيط بالثاني فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مجسم ذي الاثنتي عشر قاعدة الي مجسم ذي عشرين قاعدة كنسبة وتر زاوية مخمس من المخمسات المحيطة بذي الاثنتي عشر قاعدة الي ضلع مثلث من المثلثات المحيطة بذي عشرين قاعدة وقد تبين في هذا الشكل ان خط آز الذي هو وتر زاوية المخمس من المخمسات المحيطة بذي الاثنتي عشر قاعدة هو ضلع المكعب الواقع في الكرة المحيطة بالمجسمات المذكورة فتكون نسبة مجسم ذي الاثنتي عشر قاعدة الي مجسم ذي العشرين قاعدة الواقعين في كرة واحدة كنسبة ضلع المكعب الواقع في تلك الكرة الي ضلع المثلث من المثلثات المحيطة بذي عشرين قاعدة الواقعة في تلك الكرة ايضا فالحكم ثابت ✿

استبانة

استبانة ثالثة قد تبين في استبانة الثانية من استبانات الشكل الحادي عشر ان نسبة كل خط يقوي علي اي خط مقسوم علي نسبة ذات وسط وطرفين وعلي قسمه الاعظم الي اي خط يقوي علي ذلك الخط بعينه وعلي قسمه الاصغر كنسبة وتر زاوية اي مخمس متساوي الاضلاع واقع في اي دايرة الي ضلع اي مثلث متساوي الاضلاع الواقع في تلك الدايرة بعينها او في اي دايرة تساويها وقد تبين في هذا الشكل ان وتر زاوية اي مخمس من المخمسات التي هي قواعد مجسم ذي اثنتي عشر قاعدة الواقع في كرة هو ضلع مكعب تلك الكرة وقد تبين في استبانة الاولي من هذا الشكل ان الدايرة التي تحيط بمخمس ذي اثنتي عشر قاعدة يساوي للدايرة التي تحيط بمثلث ذي عشرين قاعدة كانا واقعين في كرة واحدة فتكون نسبة اي خط يقوي علي اي خط قسم علي نسبة ذات وسط وطرفين وعلي قسمه الاعظم الي اي خط يقوي علي ذلك الخط بعينه وعلي قسمه الاصغر كنسبة ضلع مكعب الكرة الي ضلع مثلث ذي عشرينها وقد تبين في استبانة الاولي والثانية من استبانات الشكل الحادي عشر ان نسبة سطح ذي الاثنتي عشر قاعدة الي سطح ذي عشرين قاعدة اذا كانا واقعين في كرة واحدة كنسبة ضلع مكعبها الي ضلع ذي عشرينها فتكون نسبة اي خط يقوي علي اي خط قسم علي نسبة ذات وسط وطرفين وعلي قسمه الاعظم الي اي خط يقوي علي ذلك الخط بعينه وعلي قسمه الاصغر كنسبة سطح ذي اثنتي عشر قاعدة الواقع في كرة الي سطح ذي عشرينها بالشكل الحادي عشر من الخامسة وقد تبين في استبانة الثانية من هذا الشكل ان نسبة مجسم ذي اثنتي عشر قاعدة الي مجسم ذي عشرين قاعدة اذا كانا واقعين في كرة كنسبة ضلع مكعبها الي ضلع ذي عشرينها فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة اي خط يقوي علي اي خط قسم علي نسبة ذات وسط وطرفين وعلي قسمه الاعظم الي اي خط يقوي علي ذلك الخط بعينه وعلي قسمه الاصغر كنسبة مجسم ذي اثنتي عشرة قاعدة الي مجسم ذي عشرين قاعدة اذا كانا واقعين في كرة واحدة ✿

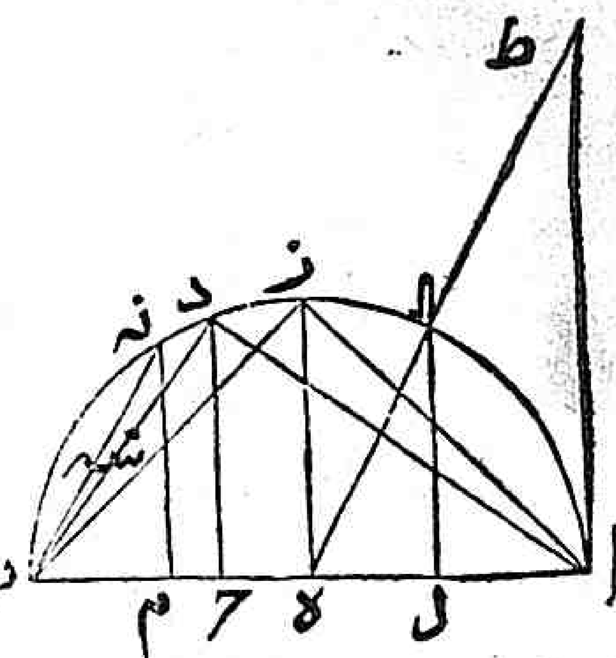
يج

نريد ان نحصل اضلاع الاشكال الخمسة في شكل واحد ونعيس بعضها الي بعض ✿

ليكن آب قطر الكرة التي في صناها محيط بالمجسمات الخمس وبمثلثة بالمقدمة

بالمقدمة المذكورة قبل شكل الحادي عشر وليكن ب ح احد اقسامه وننصف اب علي نقطة ه بالشكل العاشر من الاولي ونرسم عليه نصف دايرة ازب ونخرج من نقطتي ه ح عمودي ه ز ح د علي قطر اب بالشكل الحادي عشر من الاولي ونخرجهما علي استقامتهما الي ان ينتهيا الي المحيط علي نقطتي ز د ونصل بين نقطة ب وكل واحدة من نقطتي د ز بخط مستقيم ونصل اد بخط مستقيم ولان نسبة مربع اب الي مربع ب د كنسبة اب الي ب ح ونسبة مربع اب الي مربع اد كنسبة اب الي اح ونسبة مربع اب الي مربع ب ز كنسبة اب الي ب ه بالشكل الثامن من السادسة لكن اب ثلثة امثال ب ح فمربع اب ثلثة امثال مربع ب د واب مثل اح ومثل نصفه فمربع اب مثل مربع اد ومثل نصفه واب ضعف ب ه فمربعه ضعف ب ز وكان مربع قطر الكرة المفروضة ثلثة امثال مربع ضلع المكعب ومثل مربع ضلع الشكل الناري ومثل نصفه وضعف مربع شكل ذي ثمان قواعد فخط ب د ضلع المكعب الواقع في الكرة المفروضة وخط اد ضلع الشكل الناري الواقع فيها وب ز ضلع المجسم ذي ثمان قواعد الواقع فيها ونخرج من نقطة ا علي اب عمود اط باستبانة الشكل الحادي عشر من الاولي ونفصل منه اط مثل اب بالشكل الثالث من الاولي ونصل بين نقطتي ه ط بخط مستقيم فليقطع المحيط علي نقطة ك فنخرج منها خط ك ل موازيا لعمود اط بالشكل الواحد والثلثين من الاولي ونخرجه في جهة ل الي ان ينتهي الي اب علي نقطة ل فزاويتا ه ك ل ه ل ك يساويان زاويتي اط ه ه اط من مثلثي اط ه ك ل ه بالشكل التاسع والعشرين من الاولي وزاوية ا ه ط مشترك بينهما فبالشكل الرابع من السادسة نسبة اط الي اه كنسبة ك ل الي ل ه واط ضعف اه فكل ضعف ل ه فبحكم الشكل الرابع من الثانية مربع ك ل اربعة امثال مربع ل ه فمربع ك ه خمسة امثال مربع ل ه ولان ضعف ب ه واح منه ضعف ب ح يبقي ب ح ضعف ح ه فخط ح ه ثلث ب ه فنسبة ح ه الي ه ب مثناة كنسبة الواحد الي التسعة ونسبة مربع ح ه الي مربع ه ب كنسبة ح ه الي ه ب مثناة بالشكل الثامن عشر من السادسة فمربع ح ه تسع مربع ب ه فمربع ب ه تسعة امثال مربع ح ه وكان خمسة امثال مربع ل ه فل ه اعظم من ه ح فنفصل ب ه ه م مثل ل ه بالشكل الثالث من الاولي ونخرج من نقطة م عمود م ن علي اب بالشكل الحادي عشر من الاولي ونخرجه الي ان ينتهي الي نقطة ن من المحيط ونصل بينها وبين نقطة ب بخط مستقيم فلان ه ل ه م متساويان وعمودان

وعمودان علي وتري ك ل ن م فبالشكل الثالث والثالث عشر من الثالثة يكون ك ل م ن متساويين ول م ضعف ل ه وك ل ضعف ل ه فخطوط ك ل ل م م ن متساوية ولان نسبة مربع ب ه الي مربع ه م كنسبة ب ه الي ه م مثناة بالشكل الثامن عشر من السادسة ونسبة الاضعاف المتساوية كنسبة الاجزاء بالشكل الخامس عشر من الخامسة فنسبة اب الي ل م كنسبة ب ه الي ه م فنسبة اب الي ل م مثناة كنسبة ب ه الي ه م مثناة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع ب ه الي مربع ه م كنسبة اب الي ل م مثناة ونسبة مربع اب الي مربع ل م كنسبة اب الي ل م مثناة بالشكل الثامن عشر من السادسة فبالشكل الحادي عشر من الخامسة نسبة مربع ب ه الي مربع ه م كنسبة مربع اب الي مربع ل م لكن مربع ب ه خمسة امثال مربع ه م فمربع اب خمسة امثال مربع ل م وكان قطر الكرة المفروضة خمسة امثال مربع نصف قطر دايرة ضلع مخمسها يساوي ضلع مثلث ذي العشرين قاعدة لما تبين في الشكل التاسع عشر فخط ل م بل كل واحد من خطوط ك ل ل م م ن يساوي نصف قطر دايرة ضلع مخمسها يساوي ضلع مثلث ذي عشرين قاعدة وتبين فيه ايضا ان قطر الكرة مثل نصف قطر دايرة ضلع مخمسها كضلع مثلث ذي العشرين قاعدة مثل ضلعي معشرها فكل واحد من خطي ا ل ب م ضلع معشر دايرة ضلع مخمسها كضلع مثلث ذي العشرين قاعدة ونصل ب ن بخط مستقيم فهو يقوي علي م ن ب م بالشكل التاسع والاربعين من الاولي فب ن هو القوي علي ضلع مسدس دايرة ذي العشرين قاعدة وعلي ضلع معشرها وكان ضلع ذي العشرين قاعدة يقوي علي ضلع مسدس دايرة ضلع مخمسها كضلع مثلث ذي العشرين قاعدة وضلع معشرها فخط ن ب يساوي ضلع ذي العشرين قاعدة فلان قوس ازد اعظم من الرابع وقوس ب ز هو الرابع فوتر اد اعظم من وتر ب ز وهو اعظم من وتر ب د وهو اعظم من وتر ب ن فضلع الناري اعظم من ضلع ذي ثمان قواعد وهو من ضلع المكعب وهو من ضلع ذي العشرين قاعدة ونقسم ب د ضلع المكعب علي نسبة ذات وسط وطرفين بالشكل التاسع والعشرين من السادسة وليكن قسمه الاعظم خط ب س فب س يساوي ضلع ذي اثنتي عشر قاعدة بالشكل المتقدم ول م ضلع مسدس دايرة ضلع مخمسها كضلع مثلث ذي العشرين قاعدة وا ل ضلع معشرها فخط ا م مقسوم علي نقطة ل علي نسبة ذات وسط وطرفين بالشكل الثاني عشر وقسمه الاعظم م ل ولان مربع اب ثلثة امثال مربع ب د فكانت مربع اح تسعة امثال مربع ب ح فمربع ب د ثلثة امثال مربع ب ح واح ضعف ب ح فمربع اح اربعة امثال مربع ب ح بحكم الشكل الرابع من الثانية فاح اعظم من ب د فام اعظم كثيرا من ب د وام مقسوم بنقطة



بنقطة ل علي نسبة ذات وسط وطرفين وب د مقسوم لذلك بنقطة سه والقسم الاعظم من ا م ل م ومن ب د ب سه فباستبانة الشكل التاسع والعشرين من السادسة نسبة ا م الي ب د كنسبة ل م الي ب سه وا م اعظم من ب د فل م اعظم من ب سه وب نه اعظم من ل م فب نه ضلع ذي العشرين قاعدة اعظم من ب سه ضلع ذي اثنتي عشر قاعدة فالحكم ثابت وذلك ما اردنا ان نبــــــين ۞

تنبيه واستبانه قد تبين في الشكل الواحد والعشرين من الحادية عشر ان الزوايا المسطحة المحيطة بزاوية مجسمة هي اقل من اربع قوايم وقد ذكر في صدر المقالة الحادية عشر ان الزاويتين المسطحتين لا يحيطان بزاوية مجسمة باقل ما يحيط بزاوية مجسمة ثلث زوايا مسطحة واكثره لا تبلغ اربع قوايم فان كانت الزوايا المسطحة المحيطة بالزاوية المجسمة من المثلثات المتساويات الاضلاع والزوايا فاقلها ثلث زوايا واكبرها خمس زوايا لان خمس زوايا من المثلثـــات المتساوية الاضلاع والزوايا تساوي ثلث قوايم وثلث قايمه وست زوايا منها تساوي اربــع قوايم فلان يمكن ان تقع في كرة واحدة مجسمات ذوات قواعد مسطحات متساويات الاضلاع والزوايا كلها من جنس واحد غير المجسمات الخمسة المذكورة برهانه فلان زوايا المثلثات المتســاويات الاضلاع والزوايا المحيطة بالزاوية المجسمة ان كانت ثلثة فالمجسم الواقع في الكرة المجسم الناري الذي تحيط به مثلثات اربعة متساوية الاضلاع والزوايا وان كانت لربــع فالمجسم الواقع في الكرة ذو ثماني قواعد مثلثـــات متساويات الاضلاع والزوايا وان كانت خمسة فالمجسم الواقع في الكرة ذو عشرين قاعدة مثلثات متساويات الاضلاع والزوايا ولا يمكن الزوايا المحيطة بالزاوية المجسمة من المثلثات المتساوية الاضلاع اكثر من خمس لما بينــا ٠ وان كانت الزوايا المحيطة بالزاوية المجسمة من المربعات وكل زاوية منه قايمة فلا يمكن ان تكون اكبر من ثلث لان الاربـــع منها اربع قوايم وذلك المجسم هو المكعب الواقع في الكرة وكل زاويـــة من زوايا المخمس المتساوي الاضلاع والزوايا قايمة وثلث قايمة باستبانة الشكل الحادي عشر من الرابعة فالزوايا المحيطة منه بالزاوية المجسمــة تكون اقل من الرابـــع فهي ثلث فذلك المجسم ذو اثنتي عشر قاعدة مخمسات وكل زاوية من زوايا المسدس قايمة وثلث قايمة باستبانة الشكل الخامس عشر من الرابعة فثلث زوايا منه تساوي اربع قوايم فلا يمكن ان

ان تحيط بزاوية مجسمة ثلث زوايا من زوايا المسدس ولا ممـــا حاوز المسدس من الاشكال الكثيرة الاضلاع المتساوية الاضلاع فما يمكن وقوعه في الكرة المجسمـــات التي هي ذوات قواعد متساويات الاضلاع والزوايا وتلك القواعد كلها من جنس واحد منحصر في المخمسات الخمسة المذكورة ٠ واما اذا لم يشترط كون قواعد المجسمات من جنس واحد فيجب ان لا يتجاوز زاويتان من جنس واحد والا لخرجت المجسمات عن التشابه فلا يمكن وقوعها في كرة فيكون مبلغ عدد الزوايا المحيطة بالزاوية المجسمة زوجا وهو اربعة لان لزاويتان لا يحيطـــان بزاوية مجسمة والزوايا الستة وما فوقها اكثر من اربع قوايم فان كانت الزوايا المحيطة بالزاوية المجسمة مولفة من المثلثات المتساويات الاضلاع والزوايا والمربعات يكون الشكل ذا اربع عشر قاعدة ثمانية منها مثلثات وستة مربعات وتاليفه ان نعمل مربعا وعلي كل ضلع منه مثلثا متساوي الاضلاع والزوايا فتحدث علي كل زاوية من زوايا المربع زاويـــة من احاطه ضلعي مثلثين شكلا فنتمم تلك الزاوية مربعــا فتحدث اربع مربعات فيوصل زواياها المقابله للزوايا الحادثه علي زوايا المربع بضلع من الاضلاع الذي يعمل منها الاشكال فيحدث مربعا مقابلا للمربع الاول واربع مثلثات اخر فيشتمل الكل علي ستة مربعات وثمانية مثلثـــات متساوية الاضلاع والزوايا وتحدث في الشكل ثلثة مسدسات ما يقع في اعظم الدواير الواقعة في الكرة المعمول فيها المجسم فيكون ضلع قواعد المحيطة بذلك الشكل مساويا لضلع مسدس اعظم دايرة يقع في الكرة المعمول فيها الشكل فان كانت الزوايا المحيطة بالزاوية المجسمة مولفة من مثلثات والمخمسات كان المجسم ذا اثنين وثلثين قاعدة عشرين مثلثـــات متساويات الاضلاع والزوايا واثنتي عشر مخمسات متساويات الاضلاع والزوايا وتاليفه بان نعمل مخمسا متســـاوي الاضلاع والزوايا وعلي كل ضلع منه مثلثا متساوي الاضلاع والزوايا فتحدث علي كل زاويـــة من زوايا المخمس زاوية من احاطه ضلعي مثلثين منها فيتم كل زاوية مجسما ونتمم الشكل علي هذا النسق فتحدث فيه خمسة معشرات كل منها شكلا مما يقع في اعظم دواير الكرة المعمول فيهـا الشكل فضلع قاعدة هذا الشكل يساوي ضلع معشر مما يقع في اعظم دواير الكرة المعمول فيهـــا الشكل فتصير المجسمات الممكنة الوقوع في الكرة سبعة واذ يسر الله تعا اتمام ما قصدته من تحرير هذا الكتـــــاب ۞ ۞



هذه صورة امر بادشاه اسلام السلطان ابن السلطان السلطان مراد خان ۞

مفاخر الامراء الكرام مراجع الكبراء الفخام اولو القدر والاحترام
المختصين بمزيد عناية الملك العلام ممالك محروسه‌ده واقع اولان سنجاق
بكلري وقپودانلر دام عزهم ومفاخر القضاة والحكام معادن الفضايل
والكلام ذكر اولنان يرلرده اولان قاضيلر زيد فضلهم توقيع رفيع همايون
واصل اولیجاق معلوم اولاكه ممالك محروسه‌ده تجارت ايدن افرنج
تاجرلرندن دارندكان فرمان همايون برانتون واوراسپوولد بانديني
نام بازركانلر دركاه معلامه كلوب ولايت فرنكستاندن تجارت ايچون
بعض متاع وعربي وفارسي وتوركي باصما بعض معتبر كتابلر ورساله‌لر
كتوروب ممالك محروسه‌ده كندو حاللرنده بيع وشرا ايدرلر ايكن
بعض كمسنه‌لر يولده وايزده واسكله ومعبرلرده فضولي يوكلرين يقوب
دنكلرين بوزوب ايچندن بكندوكلري اقمشه وساير امتعه قسمني اقجه
سوز وجزوي بها ايله جبرا الوب وسزده عربي وفارسي كتابلرنبلر ديو
تجارت ايچون كتوردوكلري جميع كتابلرني اللرندن الوب بها سن
ويرميوب وكندولرك ووكيللرينك وادملرينك بيع وتجارتلرينه مانع
اوله قلرين بلدروب من بعد امن وامان اوزره كلوب كيدوب كندو
حاللرنده تجارت اتدوكلرنده برفرد دخل المیوب منت ومجانا
متاعلري النميوب ويوكلري بوزلميوب منع اولنمق بابنده حكم همايونم
طلب اتدوكلري اجلدن بيوردم كه حكم شريفمله هرقنكزك تحت
حكومتنده داخل اولورلر ايسه يولده وايزده ومنازل ومراحلده
واسكارلر ومعبرده كندو حاللرنده امن وامان اوزره بيع وشرا وتجارت
ايدرلركن خارجدن برفردي متاعلرينه دخل اتدرميوب وصاحبنك
رضاسي اولمدين جبرا برنسنه‌لرين واول مقوله كتابلرين غصب
اتدرميوب هرنه الورلر ايسه حسن رضالريله بيع ايدنلردن بتمام
ذكربها لريله الدروب اقچه سوز ويا اكسوك ایله جزويدن وكليدن
برنسنه‌لرين الدرميوب من بعد مذكوران بازركانلره ووكيللرينه
وادملرينه شرع شريفه وعهدنامه همايونه مخالف اصلا وقطعا كمسنه دخل
وتجاوز اتدرميه سز ممنوع اولميوب عناد ومخالفت ايلينلري اسما
لريله يازوب عرض ايليه سز بو خصوص ايچون تكرار شكايت
اتدرميه سز شويله بلسز وبعد اليوم بو حكم شريفمي اللرنده ابقا
ايدوب علامت شريفه اعتماد قلاسز ۞ تحريرا في اوايل ذي الحج سنه
ست وتسعين وتسعمايه ۞ محروسه قسطنطينية ۞

